



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten

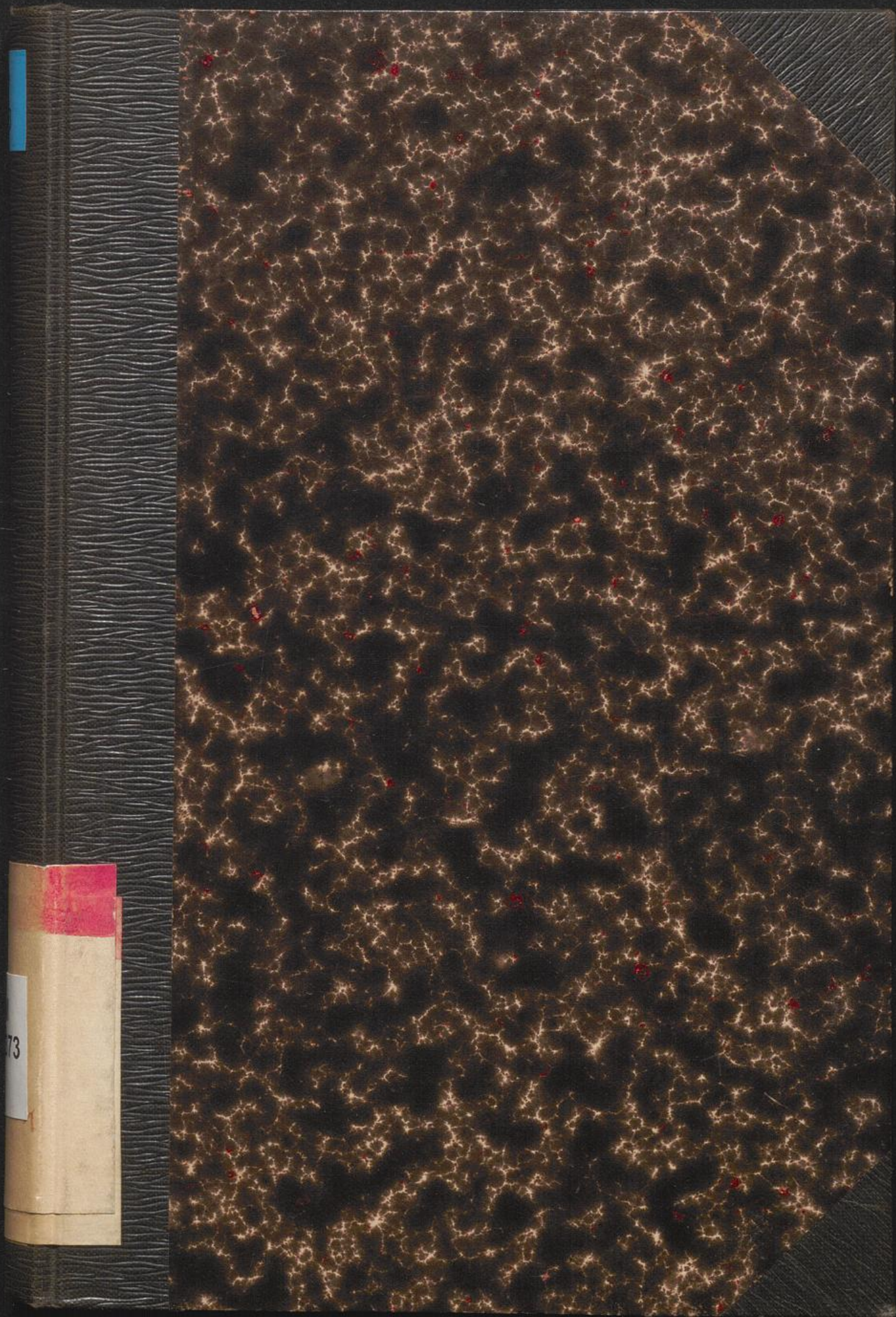
nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Gleichungen ersten Grades mit einer und zwei Unbekannten; Verhältnisse und Proportionen; Wurzeln; rein quadratische Gleichungen

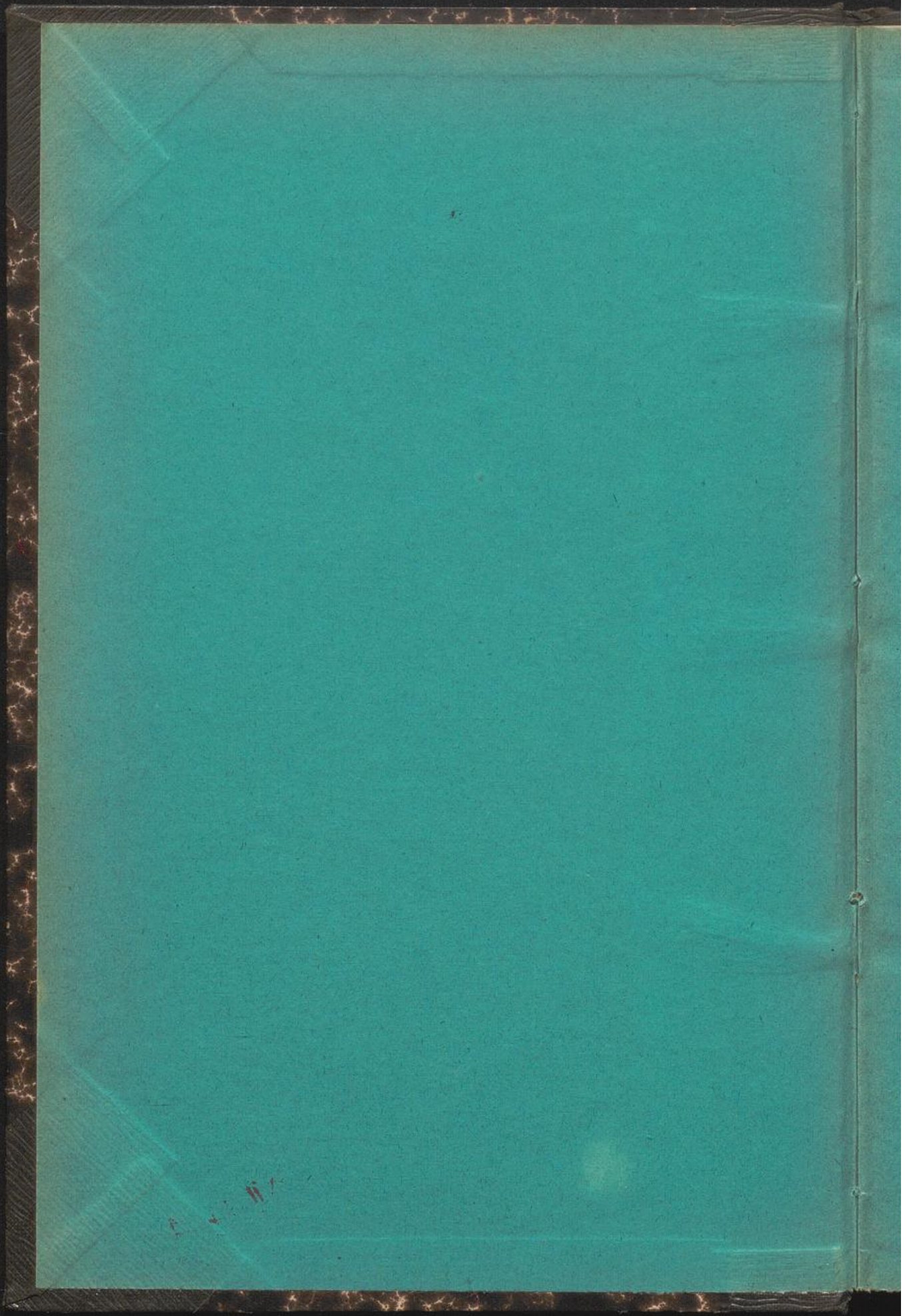
Burg, Robert

Frankfurt a.M., 1901

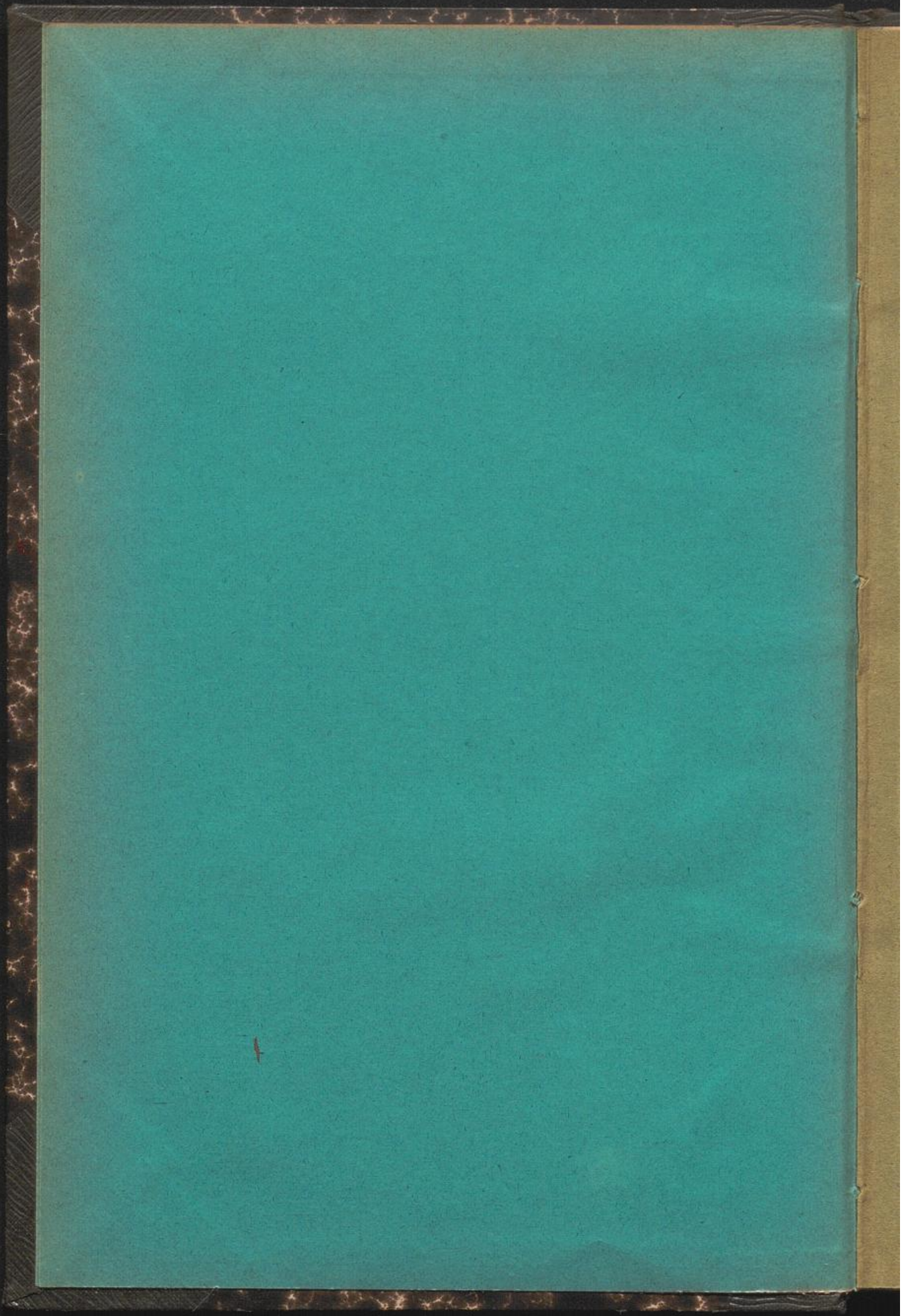
[urn:nbn:de:hbz:466:1-78562](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78562)



73



EK 119
K^{A II} / B1



Sammlung algebraischer Aufgaben

für

gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer

Abhandlung über das Stabrechnen.

Im Auftrage des Schulvorstandes
der städtischen gewerblichen Fortbildungsschule zu Frankfurt a. M.

verfaßt von

Dr. Robert Burg,

Oberlehrer.

Zweites Heft.

Gleichungen ersten Grades mit einer und zwei Unbekannten; Verhältnisse und Proportionen; Wurzeln; rein quadratische Gleichungen.

Frankfurt a. M.

Verlag von Franz Benjamin Auffarth.

1901.

Vorbemerkungen zum zweiten Hest.

Für das vorliegende zweite Hest wurde als geometrisches Parallelspeisum die Planimetrie von der Inhaltslehre bis zur Ähnlichkeitslehre und als physikalisches Parallelspeisum die Lehre von Wärme, Schall und Licht angenommen. Aus den genannten Gebieten der Physik wurden jedoch nur die allereinfachsten Begriffe benutzt, die auch ohne experimentellen Unterricht durch eine kurze Erläuterung klargestellt werden können. Alle Aufgaben, welche auf schwierigeren physikalischen Begriffen beruhen, wurden für das dritte und vierte Hest der Sammlung zurückgestellt.

Dagegen wurde die Experimentalmechanik (vgl. Vorbemerkungen zum ersten Hest) in erweitertem Umfange zu Textaufgaben benutzt; insbesondere wurde — als neues Beispiel für gebrochene Benennungen — der Begriff der Geschwindigkeit eingeführt.

Von den Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten wurden nur diejenigen in das vorliegende Hest aufgenommen, welche sich durch beiderseitige Subtraktionen, Additionen, Divisionen und Multiplikationen mit Hilfe einfacher Umformungen und ohne Einführung von Hilfsgrößen auflösen lassen. Bei der Anordnung der Gleichungen hat der Verfasser sich ausschließlich nach der Art der beiderseits vorzunehmenden Operationen (Entwicklungsschritte) gerichtet; der Schüler soll hierdurch zur bewußten Wahl der geeigneten Auflösungsmethode erzogen und vor mechanischem Herumprobieren bewahrt werden. Zur Erreichung dieses Zieles ist aber erforderlich, daß der Schüler so oft, wie die Zeit es irgend erlaubt, den Entwicklungsschritt in Worten angiebt und seine Anwendung begründet, und daß Ausdrücke wie „Hinüberbringen“ oder „Transponieren“ grundsätzlich vermieden werden.

Bei den Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten mußte der Verfasser sich für das vorliegende Hest auf die einfachsten Gleichungen mit zwei Unbekannten beschränken, um die Durchnahme des Lehrstoffes innerhalb eines Semesters zu ermöglichen. Aus demselben Grunde wurde auch die Lehre von den Proportionen nur zum Teil in das vorliegende Hest aufgenommen. Jedoch hat der Verfasser sich bemüht, diese Teilungen so einzurichten, daß die beiden ersten Heste der Sammlung für diejenigen Lehranstalten, in denen der Algebra-Unterricht nur zwei Semester umfaßt, ein in sich abgeschlossenes Lehrgebiet darstellen.

Robert Burg.

E. Z. 5295

1144



IX. Wiederholung und Erweiterung.

§ 1.

1. Wie groß ist der reziproke Wert von:

a) 7; b) 8,2; c) 0,5; d) $\frac{1}{8}$; e) $\frac{1}{99}$; f) $3\frac{1}{3}$;
 g) a; h) a^2b ; i) $\frac{a}{u}$; k) $\frac{3a}{5b}$; l) $a + b$; m) $\frac{6v}{x+y}$?

2—8. Berechne (mit Benutzung der Tabelle):

2. a) $\frac{10^2 + 12^2 + 15^2}{17^3 + 43^3}$; b) $\frac{91^3 - 28^4}{3^4 \cdot 7^3}$; c) $\frac{23^4 - 81^3}{50^2 + 2^4}$.

	a)	b)	c)	d)	e)
3.	$(736 \cdot 2)^2$	1472 ²	1,203 ²	26,73 ²	2784 ²
4.	$(837 \cdot 2)^3$	1674 ³	15,38 ³	0,1212 ³	18760 ³
5.	$35^{(2+3)}$	99 ⁵	201 ⁴	6,1 ⁴	4,6 ⁵
6.	$23^{(4+1)}$	14 ⁵	17 ^(2 \cdot 3)	2,8 ⁶	8 ⁹
7.	$5^3 \cdot 25^3$	$3^4 \cdot 8^4$	$4^6 \cdot 7^3$	$6^3 \cdot 11^2$	$(-3)^5 \cdot 8^3$
8.	$\frac{17^4 \cdot \pi}{4}$	$\frac{2,9^4 \pi}{4}$	$\frac{1486}{\pi}$	$\frac{188,5}{\pi}$	$\frac{24065}{\pi}$

9—10. Verwandle in einen Quotienten:

	a)	b)	c)	d)	e)
9.	$\left(\frac{3a}{b}\right)^4$	$\left(\frac{5a}{7b}\right)^3$	$\left(\frac{11a}{8x}\right)^3$	$\left(\frac{a-b}{a}\right)^4$	$\left(\frac{5x^2+7y}{3x^2-2}\right)^2$
10.	$\left(\frac{a^2}{x}\right)^2$	$\left(\frac{3a^3b}{5}\right)^3$	$\left(\frac{x}{y}\right)^m$	$\left(\frac{x}{a^n}\right)^m$	$\left(\frac{2x^2y}{3a^3b^2}\right)^3$

11—15. Verwandle (im Kopfe) durch Auflösen der Klammern:

	a)	b)	c)	d)
11.	$(4a - 7b)(3x + y)$	$(14x - 5)(4y - 3)$	$(8a - x)(b - 3y)$	
12.	$(3a + 5b)(6a + 2b)$	$(a - 7b)(a + 5b)$	$(12a - 1)(3a + 1)$	
13.	$(9x + y)(5y + x)$	$(4a - 3x)(5a - 7x)$	$(x^2 - 7y)(3x^2 - 4y)$	
14.	$(-a)(-b)$	$(-3a) \cdot 12x$	$(-a)(-b)(-c)$	$(-a)^3$
15.	$(-x)^4$	$(-7a)^3(-2b)$	$(-x)^3(-y)^4(-z)^5$	$(-a)^{2n}$

16—27. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe:

a)	b)
16. $7x^3 + x^2 - 5x$	$27a^4 - 48a^2b^2$
17. $(n + 1)^2 - 1 - n$	$ab - (a - u)(b - u)$
18. $a(u + v) - (u + v)$	$ax + bx + ay + by$
19. $ax - bx + ay - by$	$ay + bx - by - ax$
20. $6ac + 10bc + 21ad + 35bd$	$18ax - 7by - 14ay + 9bx$
21. $65uv + 14 - 26u - 35v$	$12x^3 - 9x^2 + 16x - 12$
22. $14x^3 - 28x^2y + 6xy^2 - 12y^3$	$15x^4 - 6a^3x - 20ax^3 + 8a^4$
23. $a^2 + (2a + b)b$	$(a + b)^2 - c^2$
24. $x^2 - (7x - y)^2$	$16a^2 - 9(b - 4a)^2$

a)	b)	c)
25. $(a + 1)^2 - (a - 1)^2$	$\left(\frac{a-b}{c}\right)^2 - \left(\frac{b}{c}\right)^2$	$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
26. $a^2 + 10a + 21$	$a^2 + 17a + 72$	$a^2 + 4a - 21$
27. $7a^2 + 31a + 12$	$41x^2 - 84x + 4$	$120x^2 - 7x - 1.$

28—37. Berechne:

a)	b)
28. $\frac{x}{u} - \left(\frac{a^2x}{u} + \frac{xa}{2}\right) : a^2$	$7a \cdot \frac{2x-3b}{a-b} + (3a-2x) \frac{7b}{a-b}$
29. $\left(\frac{2a}{3} + \frac{4b}{5}\right) : (5a + 6b)$	$\frac{2z^2}{18a^2b - 12ab^2} \cdot (3a - 2b)$
30. $\frac{34u^2x}{-9z} : \frac{17ux^2}{-18z}$	$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : (5x + 5y)$
31. $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : (a - b)$	$\frac{12u^2 - 9u}{(5u - 6)^2 - 4(2u - 3)^2}$
32. $\frac{x+y}{a^2-b^2} \cdot \frac{a+b}{x^2-y^2}$	$\left(x + \frac{1}{x} + 2\right) : (x + 1)$
33. $\frac{(a+3)(u+7) - 3u(1-9a)}{20au + 5a + 15}$	$\frac{nx}{n-1} - x$
34. $\frac{6ab + 8ub + 4uv + 3av}{3a + 4u}$	$\frac{4xy + 2y^2 + 2xz + yz}{2y + z}$
35. $\frac{10ac + 35bc - 6ad - 21bd}{2a + 7b}$	$\frac{35xy - 55y - 63x + 99}{9 - 5y}$

a)	b)	c)
36. $\frac{24a^2 + 61a + 35}{3a + 5}$	$\frac{6a^2 + 13ab + 6b^2}{3a + 2b}$	$\frac{33x^2 + 100xy - 77y^2}{11x - 7y}$
37. $\frac{78u^2 - 205u + 78}{13u - 6}$	$\frac{8a^2 + 2ab - 3b^2}{4a + 3b}$	$\frac{63x^2 - xy - 130y^2}{9x - 13y}$

§ 2.

38. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

a) $a + (-b) + c + (-d)$; b) $3a + (-5b) + (-7c) + d$.

39. Verwandle in eine reine Additionsaufgabe:

a) $a - b + c - d$; b) $6a - 7b - 3c + 4d - e$.

40. Berechne schriftlich: a) $(a+b+c)(d+e)$; b) $(a+b)(c+d+e)$;
c) $(a+b+c)(d+e+f)$; d) $(a+b+c+d)(e+f+g+h+i)$.

41. Leite aus den Resultaten von Aufg. 40 mit Hilfe von Aufg. 38 und 39 ohne neue Rechnung die Resultate nachfolgender Aufgaben ab:

a) $(a-b+c)(d+e)$; b) $(a-b+c)(d-e)$; c) $(a-b)(c-d+e)$;
d) $(a+b-c)(d-e+f)$; e) $(a-b-c)(d+e-f)$;
f) $(a-b+c-d)(e-f-g-h+i-k)$.

42. Gib das Gesetz für die Multiplikation zweier beliebigen algebraischen Summen an.

43—50. Berechne nach dem allgemeinen Gesetz:

a)	b)
43. $(7x - 3y + 4z)(3a - 5b)$	$(6a - 3v + 1)(5a + w - 1)$
44. $(5a + 3b - 2c)(7a - 2b - 2c)$	$(4x - 6y + 7)(2x + 3y - 1)$
45. $(3a^2 - 4ab + 5b^2)(2a - 3b)$	$(14x - 30)(7x^2 + 15x + 32)$
46. $(x^2 - xy + y^2)(x + y)$	$(4x^2 - 10xy + 25y^2)(2x + 5y)$
47. $(x^6 + x^3 + 1)(x^3 - 1)$	$(a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)(a - 1)$
48. $(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)(a + b)$.	
49. $(6a^4x + 5a^3x^2 + 4a^2x^3)(3ax^4 + 2x^5)$.	
50. $(14u^3v^2 - 8u^4v + 3u^5)(7u^2v^3 - 2uv^4 - v^5)$.	

51. Beweise: **Q.IV.**) $(a + b + c)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$.

Q.V.) $(a + b + c + d)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 + 2ad + 2bd + 2cd + d^2$.

52—55. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

52. a) $(a+b-c)^2$; b) $(a-b+c)^2$; c) $(a-b-c)^2$; d) $(x-y+z)^2$.

53. a) $(4a + 3b + 5c)^2$ | b) $(7x - 3v + 4a)^2$ | c) $(x^2 - y^3 - z^4)^2$

54. a) $(a^2 + a + 1)^2$ | b) $(a^2 - a + 1)^2$ | c) $(a^2 + a - 1)^2$

55. a) $(a-b-c+d)^2$ | b) $(u+v-w-x)^2$ | c) $(r^2 - s^2 + t^2 - u^2)^2$.

56. Beweise a) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

b) $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$.

57—58. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

a)	b)	c)	d)	e)
57. $(a - b)^3$	$(a - b)^4$	$(x + 1)^3$	$(x - 1)^3$	$(x + 1)^4$
58. $(a + 2d)^3$	$(4u - 5v)^3$	$(0,7a - 4)^3$	$(a^2b - 5)^3$	$(5a + 3)^4$

59—60. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe:

a)	b)	c)
59. $(a + b)^3 - (a - b)^3$	$(a + 1)^3 - (a - 1)^3$	$(a + b)^4 + (a - b)^4$
60. $(a + 1)^4 + (a - 1)^4$	$(a + b)^4 - (a - b)^4$	$(a + 1)^4 - (a - 1)^4$

§ 3.

61. Drücke in Worten aus:

P.V.) $a^n : a^m = a^{(n-m)}$, wenn n größer ist als m.

62—65. Vereinfache:

a)	b)	c)	d)	e)
62. $\frac{a^4}{3a^3}$	$\frac{5x^5}{x^2y}$	$\frac{5x^7}{7x^5}$	$\frac{a^3}{a^4}$	$\frac{a^4}{2a^7}$
63. $\frac{a^3b^5}{a^2b^3}$	$\frac{7x^4y^4}{3x^2y}$	$\frac{10x^3y^2}{5x^2y^3}$	$\frac{a^7b^6x}{a^3b^7x^4}$	$\frac{(-x)^3}{ax^4}$
64. $\frac{(a + b)^4}{(a + b)}$	$\frac{(x - y)^2}{(x - y)^5}$	$\frac{(4x + y)^3}{4(4x + y)^2}$	$\frac{(u - v)^7}{u^2 - v^2}$	$\frac{(a - b)^3}{(b - a)^2}$
65. $\frac{a^{(n+1)}}{a^n}$	$\frac{a^{(n+1)}}{a^{(n-1)}}$	$\frac{a^{(n-2)}}{a^n}$	$\frac{16x^{(n-1)}}{24x^{(n+1)}}$	$\frac{a^{(n-2)} b^m}{a^{(n-1)} b^{(m-3)}}$

66—67. Berechne (nach D. II.):

66. a) $(12x^3a^2 - 16x^2a^3) : (4x^2a^2)$; b) $(15a^3b - 21ab^3) : (3a^2b^2)$.

67. $(49a^2bc + 14ab^2c - 35abc^2) : (21a^3b^2c)$.

§ 4.

68. An einem drehbaren Körper wirken die rechtsdrehenden Momente $M_1 = 530 \text{ kgcm}$, $M_2 = 750 \text{ kgcm}$ und $M_3 = 415 \text{ kgcm}$, sowie die linksdrehenden Momente $M_4 = 870 \text{ kgcm}$ und $M_5 = 885 \text{ kgcm}$. Welches Moment (M) kann für sich allein das Zusammenwirken der vorgenannten Momente ersetzen? Welches Moment (M_6) müßte man zu den Momenten M_1 , M_2 , M_3 , M_4 und M_5 hinzufügen, damit keine Drehung eintritt? (II. Aufg. 66 und V. Aufg. 10.)

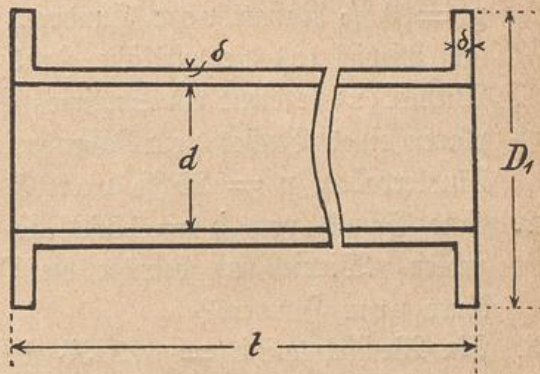
a) $M_1 = 563 \text{ kgm}$; $M_2 = 488 \text{ kgm}$; $M_3 = 103 \text{ kgm}$;
 $M_4 = 760 \text{ kgm}$; $M_5 = 144 \text{ kgm}$.

69. An einem zweiarmigen Hebel wirkt rechts am Hebelarm $a_1 = 8 \text{ dm}$ die Kraft $P_1 = 50 \text{ kg}$ nach unten und links am Hebelarm $a_2 =$

3 dm die Kraft $P_2 = 75 \text{ kg}$ nach unten. Welches Moment (M_3) müßte man hinzufügen, um Gleichgewicht herzustellen?

a) Dasselbe, wenn P_2 nach oben wirkt.

70. Wie schwer (G) ist nebenstehendes gußeiserne Flanschrohr von $l = 3 \text{ m}$ Länge, wenn der lichte Durchmesser $d = 125 \text{ mm}$, die Wandstärke $\delta = 9,5 \text{ mm}$, der Flanschdurchmesser $D_1 = 260 \text{ mm}$ und die Flanschdicke $\delta_1 = 21 \text{ mm}$ ist? ($s = 7,25 \text{ kg pro cdm.}$)



71. Ein Sicherheitsventil, dessen Druckfläche 6 cm Durchmesser hat, soll sich bei einem Überdruck von mehr als 10 Atm. öffnen. Wie groß (P) muß der Druck sein, welchen die Ventilvorrichtung ausübt?
72. Wie groß (p) ist die Druckstärke (pro qcm), welche eine Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht $s = 0,8 \text{ kg pro cdm}$ in der Tiefe $h = 3 \text{ dm}$ unter dem Flüssigkeitsniveau ausübt?
- a) Quecksilber: $s = 13,596 \text{ kg pro cdm}$; $h = 5 \text{ cm}$.
b) Seewasser: $s = 1,025 \text{ kg pro cdm}$; $h = 20 \text{ m}$.
73. Ein mit Schrotkugeln beschwertes Reagiergläschen vom Gesamtgewicht $G = 11,1 \text{ g}$ sinkt in wasserfreiem Alkohol 14 ccm tief ein; wie groß ist das spezifische Gewicht (s) des Alkohols?
74. Wieviel (z) Zinsen bringen 1860 *M.* zu $3\frac{1}{3}\%$ in $5\frac{1}{2}$ Monaten?
75. Wieviel Zinsen bringen 1670 *M.* zu 4% in 162 Tagen? (1 Jahr = 360 Tage.)
76. Jemand hat nach 6 Monaten 170 *M.* und nach 9 Monaten 520 *M.* zu zahlen. Wieviel (z) beträgt sein Zinsgewinn, wenn er die ganze Summe nach $n = 8\frac{1}{2}$ Monaten zahlt und er sein Geld mit 4% verzinsen kann?
- a) $n = 10$; b) $n = 8$; c) $n = 8,3$.
77. Wieviel (a) Feinsilber ist in $b = 200 \text{ g}$ Silber vom Feingehalt $f = 0,830$ enthalten? Ant. $a = f \cdot b$.
78. Wieviel (z) Soda ist in $b = 5 \text{ kg}$ einer Sodälösung enthalten, deren Lösungsgehalt $p = 6,2\%$ vom Hundert beträgt?

79. Wieviel (z) Soda sind in 3 l Wasser aufzulösen, damit eine 5prozentige Lösung entsteht, d. h. eine Lösung mit $p = 5\%$ Lösungsgehalt auf Hundert?
80. Jemand erhält auf eine Ware, welche $b = 37$ M. kosten soll, $p = 3\%$ Rabatt vom Hundert. Wieviel (z) beträgt der Rabatt und wieviel (a) die wirkliche Zahlung?
81. Wieviel (z) verdient ein Sortimentsbuchhändler an $n = 355$ Exemplaren eines Buches vom Ladenpreis $b = 80$ M., wenn der Buchhändlerabatt $p = 25\%$ vom Hundert beträgt?
82. Eine Schuld von $b = 1560$ M. ist nach $n = 2\frac{1}{2}$ Jahren zu zahlen. Wieviel (a) beträgt die Barzahlung bei $p = 4\%$ Diskonto vom Hundert?
83. Ein Wechsel auf $b = 375$ M. wird 4 Monate vor der Verfallzeit unter Berechnung von $p = 5\%$ Diskonto vom Hundert verkauft. Wieviel (a) bringt derselbe ein?
84. Jemand hat nach 3 Monaten den Betrag $b_1 = 225$ M. und nach weiteren 4 Monaten den Betrag $b_2 = 195$ M. zu zahlen. Wieviel (a) hat er statt dessen nach 2 Monaten bei $p = 4\frac{1}{2}\%$ jährl. Diskonto vom Hundert zu zahlen?
85. Für ein Haus soll eine Anzahlung von 30 000 M. und außerdem in 8 halbjährlichen Raten jedesmal 12 000 M. gezahlt werden. Wieviel würde die Barzahlung (a) bei $p = 6\%$ jährl. Diskonto vom Hundert betragen?
86. Jemand kauft 30 Aktien (Nominalwert: 600 M.) zum Kurse von 187. Wieviel (x) hat er zu zahlen?
87. Wie groß ist die Geschwindigkeit (c) eines Eisenbahnzuges, der bei gleichförmiger Bewegung in $t = 15$ Min. den Weg $s = 10,8$ km zurücklegt? Anl. $c = \frac{s}{t}$, gewöhnlich in $\frac{m}{Sek.}$.
88. Beim Abfeuern einer Kanone wird an einem 2 km entfernten Orte der Knall genau 6 Sek. später wahrgenommen als der Lichtblitz. Wie groß (c) ist hiernach die Schallgeschwindigkeit in der Luft? (Res. in m pro Sek.)
89. Wie groß (c) ist die Umfangsgeschwindigkeit eines Schwungrades von $d = 3,65$ m Durchmesser, welches $n = 44$ Umdrehungen pro Min. macht?

X.

Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten.

(Erster Teil.)

§ 1.

1. Was versteht man unter einer identischen Gleichung? Was versteht man unter einer Bestimmungsgleichung?
2. Wie nennt man die Größe, welche mit Hilfe einer Bestimmungsgleichung bestimmt werden soll? Mit welchem Buchstaben wird diese Größe häufig bezeichnet?
3. Was versteht man unter den Seiten einer Bestimmungsgleichung? Wieviel Seiten hat jede Bestimmungsgleichung? Durch welches Zeichen sind die Seiten einer Bestimmungsgleichung verbunden?
4. Was versteht man unter einem Glied einer Gleichungsseite? Wann nennt man ein Glied bekannt, wann unbekannt?
5. Wann ist eine Bestimmungsgleichung nach der Unbekannten aufgelöst?
6. Welcher Art muß die Gleichung sein, die man erhält, wenn man in eine Bestimmungsgleichung den für die Unbekannte gefundenen Ausdruck einsetzt?
7. Wie teilt man die Schritte ein, welche zur Auflösung einer Bestimmungsgleichung führen?
Antwort: In Umformungsschritte und Entwicklungsschritte.
8. Worin besteht ein Umformungsschritt? Auf wieviel Seiten der Bestimmungsgleichung bezieht sich derselbe? Wird der Wert der Gleichungsseiten durch denselben verändert?
9. Worin besteht ein Entwicklungsschritt? Welche Operationen kommen (bis jetzt) als Entwicklungsschritte in Betracht? Auf wieviel Seiten der Bestimmungsgleichung muß sich ein Entwicklungsschritt beziehen? Wird der Wert der Gleichungsseiten durch denselben verändert?

§ 2.

10—23. Löse nachfolgende Gleichungen durch einen Subtraktionsschritt (S) nach x auf:

- | | | |
|-------------------------|--|--|
| 10. a) $x + a = b$ | b) $x + 73 = 100$ | c) $7\frac{1}{3} + x = 15\frac{1}{2}$ |
| 11. a) $15,38 + x = 27$ | b) $x + 5 \text{ Sek.} = 1 \text{ Min.}$ | c) $33 \text{ kg} = 19 \text{ kg} + x$ |

12. a) $13 \text{ kgm} + x = 49 \text{ kgm}$; b) $x + 133 \frac{\text{kg}}{\text{qcm}} = 850 \frac{\text{kg}}{\text{qcm}}$.
13. a) $x + 5a = 5a$ | b) $x + 55 = 18$ | c) $52 \text{ m} + x = 47 \text{ m}$
14. a) $x + a = 0$ | b) $x + 5u = u$ | c) $x + p = p - q$
15. a) $x + a = \frac{a+b}{2}$ | b) $x + b = \frac{a-b}{2}$
16. a) $x + (5a + b) = 7a + 3b$ | b) $x + (5b - 3a) = (a + 5)(b - 3)$
17. a) $8x + 5x - 12x + 1 = 7$ | b) $(3x + 5) - (2x + 3) = 11$
18. $5(3x + 11) - 2(7x - 53) = 219$.
19. $(x + 5)(x + 4) - (x + 1)(x + 7) = 14$.
20. $(x - 3)(x - 6) - (x - 12)(x + 2) = 42$.
21. a) $5x = 4x + 8$ | b) $(n + 1)x = nx + 7a^2$
22. a) $x(a + 1) = a(x + 8)$ | b) $9x = 4(2x - 5)$
23. a) $3x^2 + x = 18 + 3x^2$ | b) $x(3x + 1) = 3(x + 2)(x - 2)$.

24—35. Löse nachfolgende Gleichungen durch einen Additionsschritt nach x auf:

24. a) $x - a = b$ | b) $x - 28 = 91$ | c) $x - 8^{11/13} = 10^{2/13}$
25. a) $x - 0,93 = 0,08$ | b) $1,73 = x - 0,8$ | c) $x - pt = 0$
26. a) $x - 58 \text{ M. } 91 \text{ S} = 63 \text{ M. } 18 \text{ S}$; b) $x - 13 \frac{\text{m}}{\text{Sek.}} = 18,2 \frac{\text{m}}{\text{Sek.}}$
27. a) $x - 3h = -3h$; b) $x - 3,3 = -33$; c) $x - \frac{2}{3a} = \frac{2}{3a}$.
28. a) $x - b = \frac{a+b}{2}$ | b) $x - 3u = (4u - 31)(u + 7)$
29. a) $x - (2m - n) = n - 2m$ | b) $7x + 8x - 14x - 7 = 44$
30. a) $(9 - 3x) - 4(5 - x) = 11$ | b) $8(5 - 7x) - 3(21 - 19x) = 7$
31. $(4x + 5)(3x - 3) - (2x - 1)(6x + 4) = 2$.
32. $(x - 5)^2 - (x - 4)(x - 7) = 17$.

- | | | |
|---|------------------------|----------------------------|
| a) | b) | c) |
| 33. $a - x = 0$ | $8 \text{ kg} - x = 0$ | $13 \text{ m} - 9x = -8x$ |
| 34. $8(11 - 3x) = -23x$ | $x(1 - x) = 8 - x^2$ | $17 - 4x^2 = 2x(1/2 - 2x)$ |
| 35. $(x + 3)(x - 4) + (2 - 3x)(10x + 6) = 30 - 29x^2$. | | |

36—59. Löse nachfolgende Gleichungen durch einen Divisionschritt (D) nach x auf:

36. a) $x \cdot a = b$ | b) $P \cdot x = M$ | c) $F = b \cdot x$ | d) $8x = 96$
37. a) $9x = 15$ | b) $x \cdot 7 = 3,5$ | c) $11x = 1^{5/17}$ | d) $0,8x = 8$

- | | | |
|---|---|---|
| <p>a)</p> <p>38. $8,5x = 3^{2/5}$</p> <p>39. $x \cdot 18 m = 9$</p> <p>40. $x \cdot 12,5 m = 750 ccm$</p> <p>41. $5x = 0$</p> <p>42. $(n + 1)x = 1$</p> <p>43. $(a^2 + b^2)x = 0$</p> | <p>b)</p> <p>$x \cdot 65 = 26 kg$</p> <p>$38 cm = 5 cm \cdot x$</p> <p>$13 qcm \cdot x = 65 cdm$</p> <p>$7,2x = -36$</p> <p>$x(a + b) = c$</p> <p>$x(u + v) = gh$</p> | <p>c)</p> <p>$12x = \frac{3}{4} m$</p> <p>$x \cdot 35 Sek. = 7 Min.$</p> <p>$x \cdot 15 Sek. = 75 m$</p> <p>$0,3x = -6 kg$</p> <p>$(a - b)x = c + d$</p> <p>$x \cdot u = \frac{a}{b}$</p> |
|---|---|---|
44. a) $x \cdot 7,6 kg = 87,4 kgcm$; b) $x \cdot 4 m = 5 \frac{kg}{qcm}$.
45. a) $(-3)x = 15$; b) $-ax = a$; c) $-x = 5ab$; d) $-x = -27u$.
46. a) $(a - 2b)x = 2a^2 - 4ab$; b) $x(a - b) = b^2 - a^2$.
47. a) $6ax = 20a^2$ b) $x \cdot 5u^2 = 30u$ c) $(-3 kg)x = 9 kgm$
48. a) $\frac{d^2\pi}{4} \cdot x = V$ b) $x \cdot \frac{p}{100} = z$ c) $\frac{g^1 + g^2}{2} \cdot x = F$
49. a) $x \cdot 17 \frac{m}{Sek.} = 510 m$; b) $7,86 \frac{kg}{cdm} \cdot x = 102,18 \frac{kg}{gm}$.
50. a) $13,3x - 0,7x = 6,3 cm$ b) $4x - 11x = 56 kg$ c) $9x - 25x = 8a$
51. a) $ax + bx = c$ b) $17ux + x = 0$ c) $nx - x = -1$
52. a) $ax + bx = 3a^2 - 3b^2$; b) $3ax - 7bx = 14b - 6a$.
53. $(8x + 11) + (7x + 10) - (6x + 21) = 51$.
54. a) $3(x + 8) + 4(x - 6) = 42$; b) $7(1 - 3x) - 3(1 - 8x) - 4 = 9$.
55. a) $nx - (n + 3)x = 12b$; b) $(n + 1)x - (n - 2)x = 273$.
56. $6(4x + 3) - 5(3x + 6) - 2(5x - 6) = -a$.
57. $(5 kg + x) \cdot 2,4 m - (x + 6 kg) \cdot 2 m = 2 kgm$.
58. $(3x - 4)^2 + (x - 8)(2 - 9x) = 100$.
59. $(8x + 3)^2 - (10x - 5)^2 + (6x - 4)^2 = -200$.

60—76. Löse nachfolgende Gleichungen durch einen Multiplikationsschritt (M) nach x auf:

- | | | | |
|--|--|--|---|
| <p>a)</p> <p>60. $\frac{x}{a} = b$</p> <p>61. $\frac{x}{7} = \frac{3}{5}$</p> <p>62. $\frac{x}{6,4} = 25 \frac{kg}{qcm}$</p> <p>63. $\frac{x}{342} = 0$</p> <p>64. $\frac{x}{p+q} = 5p$</p> | <p>b)</p> <p>$c = \frac{x}{t}$</p> <p>$\frac{8}{11} = \frac{x}{3}$</p> <p>$9 = \frac{x}{53 kg}$</p> <p>$\frac{x}{55 cm} = 0$</p> <p>$\frac{x}{a+b} = 1$</p> | <p>c)</p> <p>$\frac{x}{8} = 16$</p> <p>$\frac{x}{3,2} = 4$</p> <p>$\frac{x}{9 m} = 0,5 kg$</p> <p>$\frac{x}{42 kg} = -1 m$</p> <p>$\frac{x}{3a+b} = 3c-d$</p> | <p>d)</p> <p>$\frac{x}{18} = 0,15$</p> <p>$\frac{x}{8,7} = \frac{1}{87}$</p> <p>$\frac{x}{5 qcm} = \frac{1}{8} m$</p> <p>$\frac{x}{-a} = 5$</p> <p>$\frac{x}{a} = \frac{m}{n}$</p> |
|--|--|--|---|

65. a) $\frac{x}{17 \text{ Min.}} = \frac{5 \text{ m}}{\text{Sek.}}$ | b) $\frac{x}{3 \text{ qm}} = \frac{17 \text{ kg}}{\text{qcm}}$ | c) $1,6 \frac{\text{kg}}{\text{cdm}} = \frac{x}{25 \text{ cbm}}$
66. a) $x : (-5) = 35$ | b) $x : (-8) = -5,5$ | c) $x : (-3 \text{ kg}) = -1$
67. a) $\frac{x}{m} = m$; b) $\frac{x}{5a+6} = 5a+6$; c) $\frac{x}{a-2b} = a+2b$; d) $\frac{x}{-a} = -a$.
68. a) $\frac{x}{a^2-p^2} = \frac{a+p}{a-p}$; b) $\frac{x}{9a^2-b^2} = \frac{a-3b}{3a+b}$; c) $\frac{x}{n} = \frac{b}{2} - \frac{a}{n}$.
69. $5x : [3(a+3b) + 2(a+8b)] = (a+5) - 5(b+1)$.
70. a) $x : (4a^2b) = 5ab^2$ | b) $x : \frac{d^2\pi}{4} = \frac{3}{5}$ | c) $x : (7,8 \frac{\text{kg}}{\text{cdm}}) = 1,5$
71. $x - \frac{3}{4}x = 9 \text{ kg}$ | $3\frac{1}{2}x - 3x = 5a$ | $\frac{5x}{a} + \frac{3x}{a} - \frac{7x}{a} = v$
72. $\frac{3x}{8} - \frac{x}{3} = 10$ | $\frac{x}{7} - \frac{x}{8} = \frac{3}{4}$ | $\frac{5}{8}x - \frac{3}{5}x = \frac{1}{4}$
73. $\frac{x}{n} - \frac{x}{n+1} = a$ | $\frac{x}{n-1} - \frac{x}{n} = \frac{1}{n}$ | $\frac{x}{n} - \frac{x}{n+1} = \frac{1}{n^2-1}$
74. a) $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} - \frac{x}{15} = 1$ | b) $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} + \frac{2x}{11} - \frac{5x}{7} = \frac{1}{15}$
75. a) $\frac{7x+3a}{11} - \frac{3(a+2x)}{11} = 5a$ | b) $\frac{3x+15}{5} - \frac{4x+21}{7} = 2a$
76. a) $\frac{a}{x} = 1$; b) $\frac{36}{x} - \frac{27}{x} = 1$; c) $\frac{5}{7x} + \frac{3}{x} = \frac{1}{7}$.
77. Jemand hat 18,23 *M.* zu fordern. Wieviel muß er auf sieben Thaler herausgeben?
78. Ein Bote hat den Weg s_1 zurückgelegt und noch den Weg s_2 zu machen. Wie weit hat er noch zu gehen, bis er die Hälfte des ganzen Weges zurückgelegt hat?
79. Zwei Boten gehen zusammen von A nach B. Der erste Bote geht noch 8,2 *km* über B hinaus, während der zweite nach A zurückgehen und nochmals nach B gehen muß. Wie weit muß die Entfernung von A bis B sein, wenn der zweite Bote mit Recht doppelt so viel Botenlohn fordert wie der erste?
80. Wieviel (b) Gold vom Feingehalt $f = 0,750$ kann man aus $a = 42,06 \text{ kg}$ feinen Goldes herstellen?
81. Nach dem deutschen Münzgesetz werden aus 1 *kg* feinen Goldes 279 Zehnmarkstücke ausgebracht, wobei 900 Teile Gold mit 100 Teilen Kupfer legiert werden. Wieviel (x) wiegt hiernach ein Zehnmarkstück? (Res. in *g* auf 5 Dezimalstellen.)

82. Ein Goldschmied hat 200 g Silber vom Feingehalt $f = 0,900$ mit 40 g Kupfer zusammengesmolzen. Wie groß (f_1) ist der Feingehalt der Mischung?
83. Jemand kauft für 1581 *M.* Aktien zum Kurse von 93. Wieviel Aktien (Nominalwert: 100 *M.*) erhält er?
84. Wie hoch (h) kann bei einer Arbeitsleistung $A = 327 \text{ kgm}$ eine Last $Q = 60 \text{ kg}$ gehoben werden?
85. Ein Schneckenrad von $Z = 75$ Zähnen wird durch eine eingängige Schraube ohne Ende getrieben; wieviel (N) Umdrehungen macht dasselbe, wenn die Schraube $n = 1800$ Umdrehungen macht?
86. Ein Bauunternehmer hat die Fertigstellung eines Gebäudes bis zum 1. Oktober übernommen und beschäftigt dazu 18 Arbeiter. 11 Wochen vor Ablauf dieser Frist bricht ein Streik aus, infolge dessen die Arbeit für 2 Wochen eingestellt werden muß. Wieviel Arbeiter muß er für den Rest der Zeit einstellen?
87. Ein Auerbrenner verbraucht bei einer Stärke von 48 Kerzen pro Stunde 111 l Gas. Wieviel kostet die Kerzenstärke pro Stunde, wenn 1 *cbm* Gas 24 *S* kostet?
88. Auf eine am linken Endpunkt drehbar befestigte Stange von $l = 1,20 \text{ m}$ Länge wirkt in der Entfernung $a_1 = 30 \text{ cm}$ vom linken Ende die Kraft $P_1 = 17 \text{ kg}$ nach unten und in der Entfernung $a_2 = 66 \text{ cm}$ vom linken Ende die Kraft $P_2 = 5 \text{ kg}$ nach unten. Welche Vertikalkraft (P_3) kann diesen Kräften am rechten Ende der Stange das Gleichgewicht halten (ohne Rücksicht auf das Eigengewicht der Stange)? (IX. Aufg. 69.)
 $a) l = 5 \text{ m}; a_1 = 1,25 \text{ m}; P_1 = 720 \text{ kg}; a_2 = 3 \text{ m}; P_2 = 855 \text{ kg}.$
89. Wie lautet das Resultat der vorigen Aufgabe, wenn P_1 nach oben gerichtet ist?
90. In wieviel (a) Wasser muß man $z = 2 \text{ kg}$ Soda lösen, um eine vierprozentige Lösung herzustellen? Wieviel (b) wiegt die ganze Lösung?
91. Ein Stubenbarometer hat die Rohrweite $d = 5 \text{ mm}$ und die Gefäßweite $D = 22 \text{ mm}$. Um wieviel (x) steigt das Quecksilber im Gefäß, wenn es in der Röhre um $h = 9 \text{ mm}$ sinkt?
92. Wie hoch (x) muß eine Wasserjähle sein, welche dieselbe Druckstärke pro *qcm* Bodenfläche ausüben soll wie eine Quecksilberjähle von $h = 760 \text{ mm}$ Höhe? (IX. Aufg. 72.)

93. Sechs Arbeiter übernehmen eine Affordarbeit für 128 *M.* Drei arbeiten daran 6 Tage, zwei 7 Tage und einer 8 Tage. Wieviel hat jeder pro Tag verdient?
94. Wie groß (*f*) ist der Feingehalt einer Legierung aus $b_1 = 700$ g Gold vom Feingehalt $f_1 = 0,750$ und $b_2 = 200$ g Gold vom Feingehalt $f_2 = 0,975$?
95. Welchen Weg (*s*) legt ein Eisenbahnzug bei gleichförmiger Bewegung mit der Geschwindigkeit $c = 16$ m pro Sek. in 45 Min. zurück?
96. Jemand beobachtet bei einem Gewitter den Donner genau 5 Sek. nach dem Aufleuchten des Blitzes. Wie weit (*s*) ist die Entstehungsstelle des Blitzes vom Beobachter entfernt? (Schallgeschwindigkeit in Luft $c = 333$ m pro Sek.)
97. Zwei kommunizierende Cylinder sind mit Flüssigkeit gefüllt und durch Kolben verschlossen, deren Druckflächen die Durchmesser $d = 5$ cm und $D = 9$ cm haben. Welchen Druck (*P*) muß der kleinere Kolben auf die Flüssigkeit ausüben, damit der größere Kolben den Druck $Q = 270$ kg erfährt?

Anf. Setze die Druckstärken pro *qem* für beide Kolben einander gleich.

§ 3.

98—114. Löse nachfolgende Gleichungen durch mehrere gleichzeitige Subtraktions- resp. Additionsschritte*) nach *x* auf:

98. a) $x + a + b = c$; b) $x + P_1 + P_2 = R$; c) $x + a + b = 5a$.
99. a) $8a + 5b = 5a + x - b$; b) $x - M_1 + M_2 + M_3 = 0$.
100. a) $x + 3m + 1 = 1 + 3m$; b) $a - b = a + b + x$; c) $x + a + b = 0$.
101. $(x + a) + (x - b) - (x + c) = 5a + 4b - 3c$.
102. $(3x + 4u - 5v) - (2x - 3u + 4v) = 7(u + v)$.
103. $4(7x - 6a^2) + 3(8b^2 - 9x) = (4b + 4a)(4b - 4a)$.
104. $(x + 5)(x - 4) - (x + a)(x - a) = (a - 4)(a + 4)$.
105. a) $x^2 + x - 1 = x^2 - a^2$ | b) $2x^2 + 5 + x = 11 + 2x^2$
106. a) $(x + 4)(2x - 7) = 2(x^2 + 1)$ | b) $(x + 1/2)^2 = (x + 1)(x - 1)$
107. $5x + 9 = 4x + 17$ | $18 - 3x = 25 - 4x$ | $19x + 0,7 = 20x + 0,2$
108. $nx + u^2 = (n + 1)x + v^2$ | $a - x = b$ | $5a - x = 7a$

*) Derartige Entwicklungsschritte werden in Zukunft nur als 1 Schritt gezählt und mit (S) bezeichnet. Diese Bezeichnung wird auch für einen einzelnen Additionsschritt gebraucht werden.

109. $a + (3b + 53x) = (b + 60x) - (a + 6x)$.

110. $11(x + 4) = 5(2x + 7) \quad | \quad x(a - 1) = a(x + 1)$

111. $(x + 3)^2 - x^2 = 7(x - 3) \quad | \quad (5 + x)(7 + x) = (10 + x)(x + 1)$

112. $(13 + 4x)(x + 5) = (2x + 7)(9 + 2x)$.

113. $(7x + 3)^2 = (8x + 5)^2 - (5x + 4)(3x + 5)$.

114. $(24x - 1)^2 + (7x + 14)^2 - (25x + 3)^2 = 190 - x$.

§ 4.

115—130. Löse nachfolgende Gleichungen durch einen Multiplikations-
schritt und darauffolgenden Divisionsschritt*) (M, D) nach x auf:

115. a) $\frac{ax}{b} = c$; b) $\frac{8x}{27} = 2$; c) $3^{6/11}x = 26m$; d) $\frac{3,6x}{1,5} = 48$.

116. a) $\frac{ax}{n} = u - v$ b) $\frac{x(100 + p)}{100} = b$ c) $\frac{3a^2bx}{c^4} = \frac{18ab^2}{c}$

117. $\frac{3x}{521} = 0$ $\frac{-6x}{32a} = 9p$ $\frac{a^2x}{-7} = -ab$

118. $6400 \text{ kg} = \frac{x \cdot 800 \text{ kg}}{\text{qcm}}$ $\frac{x \cdot (35 \text{ cm})^2}{6} = 2450 \text{ cm}^3$ $\frac{48x\pi}{1 \text{ Min.}} = 2,086 \frac{m}{\text{Sek.}}$

119. a) $\frac{ax - bx}{c} = a^2 - ab$; b) $\frac{nx + x}{5} = 2(n^2 + 2n) + 2$.

120. a) $\frac{ax}{u} + x = b$ b) $\frac{ax}{b} + cx = d$ c) $\frac{x}{n} + x = a$

121. $x + \frac{xb}{100} = b$ $\frac{7x}{11} + 3x = 20$ $\frac{3x}{14} - 2x = 12,5$

122. $\frac{ax}{b} - \frac{cx}{d} = u$ $\frac{14x}{17} - \frac{3x}{4} = 5$ $\frac{7x}{18} + \frac{5x}{12} = 58$

123. $\frac{x}{m} + \frac{x}{n} = m^2 - n^2$ $\frac{x}{n+1} + \frac{x}{n-1} = n$ $\frac{x}{n-1} - \frac{x}{n+1} = 1$

124. a) $\frac{nx}{m} - \frac{mx}{n} = \frac{m}{n} + \frac{n}{m} + 2$ b) $\frac{x}{an} - \frac{x}{bn} = \frac{1}{2ab}$

125. a) $\frac{x}{3} + 2x - \frac{x}{2} = 33$ b) $\frac{3x-8}{5} + \frac{x+16}{10} = -7$

126. a) $\frac{5x+12}{16} + \frac{x+5}{6} - \frac{5x+19}{12} = 0,5$; b) $\frac{x}{4} + \frac{x}{6} - \frac{x}{9} + \frac{x}{24} = 11^{1/9}$.

127. a) $\frac{a}{x} = b$; b) $\frac{1}{x} = n$; c) $\frac{15}{x} = 3$; d) $\frac{u}{x} = 10$.

*) Die gleichzeitige Ausführung zweier derartigen Entwicklungsschritte ist für den Anfänger nicht zu empfehlen. — Man kann die Multiplikation stets zuerst vornehmen, wird jedoch häufig die Produkte nicht sofort ausrechnen.

128. a) $\frac{560}{4x} = 7$; b) $\frac{ab}{x} = \frac{c}{d}$; c) $\frac{5a + 20b}{3x} = 2,5$

129. a) $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$; b) $\frac{R^2\pi}{x} - \frac{r^2\pi}{x} = R + r$

130. a) $\frac{9}{2x} + \frac{2}{5x} = 0,7$; b) $\frac{51}{14+x} = 17 - \frac{238}{14+x}$.

131. Wieviel (p) % von a ist z?

a) $a = 540 \text{ M.}; z = 27 \text{ M.};$ b) $a = 3711 \text{ M.}; z = 123,70 \text{ M.}$
 c) $a = 156 \text{ kgm}; z = 32,76 \text{ kgm};$ d) $a = 76 \text{ cdm}; z = 912 \text{ ccm.}$

132. Die Aktien einer Maschinenfabrik (Nominalwert: 1000 M.) stehen 260 und geben 130 M. Dividende. Zu wieviel (p) % verzinst sich der Kurswert?

133. Eine Konfuzsmasse lieferte statt $b = 33580 \text{ M.}$ nur $a = 18469 \text{ M.}$ Wieviel (p) % verloren die Gläubiger?

134. Ein Lieferant berechnet bei Abnahme von 15 Stück einer Ware nur 14 Stück. Wieviel (p) % Rabatt (vom Hundert) gewährt derselbe?

135. Bei einem Submissionsverfahren übernimmt ein Bauunternehmer einen mit $b = 9000 \text{ M.}$ veranschlagten Bau für $a = 8280 \text{ M.}$ Wieviel (p) % unter dem Anschlag findet die Übernahme statt?

136. Ein Bauunternehmer kauft ein Grundstück für 88 000 M. und verkauft dasselbe für 100 000 M. Wieviel (p) % der Einkaufssumme und wieviel (p₁) % der Verkaufssumme beträgt sein Gewinn?

137. 1 cbm grünes Holz wiegt b, dagegen lufttrocken nur a. Wieviel (p) % verliert das Holz beim Trocknen an Gewicht (ohne Rücksicht auf das Schwinden)?

a)	b)	c)
Eiche: $b = 1080 \text{ kg}$ $a = 780 \text{ kg}$	Kiefer: $b = 730 \text{ kg}$ $a = 570 \text{ kg}$	Tanne: $b = 1000 \text{ kg}$ $a = 560 \text{ kg}$

138. Zu wieviel (p) % muß ein Kapital a auf Zinsen stehen, um in n Jahren auf die Summe b anzuwachsen?

a) $a = 5760 \text{ M.}; n = 19/24; b = 5924,16 \text{ M.}$
 b) $a = 848 \text{ M.}; n = 2 1/4; b = 929,09 \text{ M.}$

139. Statt einer nach $n = 3$ Jahren zahlbaren Schuld $b = 2014 \text{ M.}$ wird eine Barzahlung $a = 1900 \text{ M.}$ geleistet. Wieviel (p) % Diskonto (auf Hundert) wurde hierbei gewährt?

140. Wie groß (h) muß die Höhe eines dreieckigen Bleches von der Grundlinie $g = 1,10 \text{ dm}$ gewählt werden, damit der Flächeninhalt $F = 99 \text{ qcm}$ wird?
141. Wie breit (b) muß ein rechteckiger Balken von der Höhe h genommen werden, damit sein Trägheitsmoment (bezogen auf die Mittelparallele zur Breitseite) = J wird?
- | | | |
|-------------------------|----------------------------|----------------------------|
| a) $h = 12 \text{ cm}$ | b) $h = 15 \text{ cm}$ | c) $h = 25 \text{ cm}$ |
| $J = 1440 \text{ cm}^4$ | $J = 4218,75 \text{ cm}^4$ | $J = 23437,5 \text{ cm}^4$ |
142. Ein Schlosser erhält für eine Arbeit 7,50 M. und behauptet, diese Summe sei um ein Viertel zu gering. Wieviel (x) glaubt der Schlosser fordern zu können?
143. Der Querschnitt einer Zugstange wird durch ein Keilloch um ein Drittel seiner Größe geschwächt. Wie groß (F) muß der Querschnitt ursprünglich sein, wenn der geschwächte Querschnitt noch 5 qcm betragen soll?
144. Wie groß muß der Bolzendurchmesser d einer Schraube sein, wenn der um ein Fünftel kleinere Kerndurchmesser $d_1 = 9,6 \text{ mm}$ sein soll?
145. Wie groß darf der Selbstkostenpreis a einer Ware sein, wenn man beim Verkaufspreis b p % (auf Hundert) gewinnen will?
146. Wieviel (a) Wasser ist in $b = 5,4 \text{ kg}$ einer achtprozentigen Salzsäure enthalten? Wieviel (z) Salz ist darin enthalten? (IX. Aufg. 79.)
147. Welches Kapital (a) ist nach $n = 8$ Jahren zu $p = 4\frac{1}{4} \%$ auf $b = 670 \text{ M.}$ angewachsen?
148. Jemand verkauft eine Ware vom Einkaufspreis a_1 mit $p_1 \%$ Nutzen und eine Ware vom Einkaufspreis a_2 mit $p_2 \%$ Nutzen. Wieviel (p) % Nutzen hat er bei beiden Verkäufen zusammen?
149. Jemand verleiht $a_1 = 4000 \text{ M.}$ zu $p_1 = 3\%$, $a_2 = 3000 \text{ M.}$ zu $p_2 = 3\frac{1}{3} \%$ und $a_3 = 5500 \text{ M.}$ zu $p_3 = 4\%$. Wieviel (p) % erhält er im Durchschnitt?
150. Ein Schlosser hat für Materialien 810 M. nach 6 Monaten zu zahlen. Wieviel (p) % Diskonto (auf Hundert) wurde ihm gewährt, wenn er sofort 400 M. und nach 2 Monaten wiederum 400 M. bezahlt?
151. Die Vorderräder eines Wagens sind 60 cm, die Hinterräder 1 m hoch. Auf welcher Wegstrecke (s) machen die Vorderräder 1000 Umdrehungen mehr, als die Hinterräder?

152. Auf einer Rennbahn fahren zwei Radfahrer A und B um die Wette. Wieviel (x) Minuten braucht A, um den B k mal zu überrunden, wenn A die Bahn in n_1 Min., B dagegen in n_2 Min. einmal durchfährt?
153. Wann stehen die Zeiger einer Uhr übereinander?
154. Wann bilden die Zeiger einer Uhr einen Winkel von 60° miteinander?
155. Von welcher Zahl (x) ist der reziproke Wert $= n$?
- a) $n = 9$; b) $n = 8,2$; c) $n = 0,7$; d) $n = \frac{3}{11}$; e) $n = 5\frac{1}{2}$.
156. Wieviel (l) Draht enthält eine Rolle Kupferdraht von $G = 6,697 \text{ kg}$ Gewicht, wenn das Gewicht (γ) pro lfd. m $18,1 \text{ g}$ beträgt?
157. Wie groß (V) ist eine Elfenbeinkugel von $G = 58,9 \text{ g}$ Gewicht? ($s = 1,9 \text{ kg pro cdm}$).
158. Wie dick (δ) ist eine Flußstahlplatte, deren Gewicht (γ) pro qm $102,18 \text{ kg}$ beträgt? ($s = 7,86 \text{ kg pro cdm}$). (VII. Aufg. 24.)
159. Wie groß (F) ist der Querschnitt eines Messingdrahtes, dessen Gewicht (γ) pro lfd. m $0,33 \text{ g}$ beträgt? ($s = 8,687 \text{ kg pro cdm}$).
160. Welche Zeit (t) braucht ein Eisenbahnzug, um bei der Geschwindigkeit $c = 14 \text{ m pro Sek.}$ den Weg $s = 4,2 \text{ km}$ zurückzulegen?
161. Wieviel (F) Walzblei von $\delta = 1,75 \text{ mm}$ Stärke läßt sich aus einem Block von $G = 50 \text{ kg}$ Gewicht auswalzen? ($s = 11,37 \text{ kg pro cdm}$).

§ 5.

- 162—202. Löse nachfolgende Gleichungen durch einen Subtraktions- resp. Additionsschritt*) mit darauffolgendem Divisionschritt (S, D) nach x auf:
162. a) $ax + b = c$; b) $ax - b + c = d$; c) $2,4 + 15x = 30$.
163. a) $ax - b = 0$; b) $0 = 8x - 11$; c) $13x - 30 = -4$.
164. a) $17 \text{ M.} \cdot x - 42,90 \text{ M.} = 20 \text{ M.}$; b) $13 \text{ kgm} = 8 \text{ kgm} + x \cdot 10 \text{ m}$.
165. a) $5 + 3x - 14 = -9$; b) $7x + 18 = 4$; c) $5x + a = 0$.
166. a) $4ax - 5b = 6ac$ | b) $x(r + s) - 2n - 3v = 0$
167. a) $ax + b = b - 2a$ | b) $131x + 27a^3 = (3a)^3$
168. a) $7x + 3a - 5b = 2(b + 5a)$ | b) $(u - v)x + 3v = 5v - 2u$
169. a) $(u - 2v)x + 4uv - u^2 = 4v^2$ | b) $(n + 1)x - n^2 = -1$
170. a) $n(x - a) = 1$; b) $11(3x + 4) = 80$; c) $5(7x - 10) = -1$.

*) Unter dieser Bezeichnung sind auch mehrere gleichzeitige Subtraktions- resp. Additionsschritte mitbegriffen; vergl. § 3.

171. $3a(x - 3a) + 4b^2 = (2b + 3a)(2b - 3a)$.
172. a) $ax + bx + c = d$ | b) $3ax + 5bx + 6a = 10b + 12a$
173. a) $a^2x - x - 2b = (a - 3)b$ | b) $ax + 2bx + a^2 = 4b^2$
174. $3ax + 5bx - 7a^2 + 4b^2 = 2a^2 - 21b^2$.
175. $(18,7a - 3,6x) - (35,5a - 9,2x) = 0$.
176. a) $(2 + mx) - (nx - 30) = 33$ | b) $a(bx + c) + dx = e$
177. a) $9(5,2x - 26) + 4x = 20$ | b) $37(3x - 20 \text{ kg}) - x = 30 \text{ kg}$
178. a) $8(x - 3) - 6(17 - x) = 0$ | b) $(5x + 8) \cdot 3 - 4(2x - 5) = 100$
179. $a(x - 3) + b(x - 6) = 4a + b$.
180. $15b(x + 3a) + 3a(x + 20b) = 3 \cdot (5b)^2$.
181. $(3u + x)(2v - a) + 3a(u + x) = 2(3uv + 1)$.
182. $5a(x + 6b) - 3b(x - 4a) = 105a(b - a)$.
183. $6(x - 4) - 5(x - 3) + 4(x - 2) - 3(x - 1) = 0$.
184. a) $x(5x + 3) = 5(x^2 + 9)$ | b) $4x(a - x) = (a + 2x)(a - 2x)$
185. a) $(x + 7)(x + 5) = x^2 + 7^2$ | b) $(a + x)(b + x) = x^2 - a^2$
186. $(3x + 5)(5x - 3) = 15(1 + x)(x - 1)$.
187. a) $ax = c + bx$; b) $a - bx = cx$; c) $15x - 28^0 = 19x$.
188. a) $3ux = x$; b) $a - bx = 0$; c) $15 - 3x = 0$.
189. a) $ax - b = cx + d$; b) $3,6x - 0,8a = 2a + 0,8x$.
190. $13x + 45 - 1,5x - 7,8 = 8x - 1,5 + 7,8x$.
191. a) $x = ax + 1 - a^2$; b) $ax + 9 = a^2 + 3x$; c) $a - bx = c$.
192. a) $3,22x - 0,18 - 27x = -12,07$; b) $x = 7x - 12$.
193. a) $a(b - x) = cx$; b) $7x = 3(x + 28)$; c) $5(x + 5) = 8x + 1$.
194. a) $11(3x + 4) - 27 = 6x + 17$ | b) $7x - 4(x - 1) = 5x - 2$
195. a) $s(m - x) = m$ | b) $8x + 7(3 - 2x) = -9$
196. $b(b + x) = x(a - b) + \frac{1}{2}ab$.
197. $(2x + b)(2a + b) = x \cdot (b + 4a)$.
198. $10(3x + 6) - 15(x + 4) = 8(x + 14)$.
199. $4a(10x + 15b) - 6b(15x + 10a) = 10b(a - b - 5x)$.
200. $a^2 - b(x - a) = a(2x - b) - b(b - x)$.
201. $(3x + a)(12x + 4a) = (6x - 2a)^2$.
202. $(13x - 7)^2 - (5x - 20)^2 = (12x - 3)^2$.
- 203—206. Löse nachfolgende Gleichungen durch einen Divisionschritt und darauf folgenden Subtraktions- resp. Additionsschritt (D, S) nach x auf:
203. a) $(a + x)b = bc$; b) $a(x - b) = a$; c) $a(x + b) = 0$.

204. a) $15 \text{ kg} (x' - 7 \text{ cm}) = 15 \text{ kgcm}$; b) $18 \text{ cm} (x + 1 \text{ t}) = 18000 \text{ kgcm}$.
205. a) $a(x + b) = 3ab$; b) $87(53 - x) = 870$; c) $ax + ab = 3ac$.
206. a) $8x - 16 = 24$; b) $13x + 6,5 = 0,52$; c) $nx + 2n = n^2$.
207. In welchem Falle ist es ratsam einen Divisionschritt vor einem Subtraktions- resp. Additionsschritt vorzunehmen?
- 208—211. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:
208. a) $7x + 5 = 26$ | b) $17(3,7 - x) = 3,4$ | c) $ax + b = 0$
209. a) $a(x + b) = a$ | b) $\frac{2}{3}lG - Gx = 0$ | c) $23x = 800 - 2x$
210. a) $35 \text{ kgm} - 5 \text{ m} \cdot x = 10 \text{ kgm}$ | b) $11x - 109 \text{ m} = -10000 \text{ m}$
211. a) $3p^2rx - 12p^2rl = 24p^2r^2$ | b) $150 - 7(2x + 18) = 10$.
212. Wie groß sind die Basiswinkel eines gleichschenkligen Dreiecks, dessen Winkel an der Spitze γ ist?
213. Zwischen Auftritt a und Steigung s einer Treppenstufe ist die Beziehung: $a + 2s = 64 \text{ cm}$ oder: $\frac{4}{3}s + a = 52 \text{ cm}$ oder: $\frac{3}{2}s + a = 54,5 \text{ cm}$ üblich. Wie groß wird s nach jeder dieser Gleichungen für $a = 32 \text{ cm}$?
214. Eine Fabrik bezieht 15 Sack Leim à 50 kg , die richtig abgewogen werden. Bei der Abnahme wiegt die Sendung 765 kg . Wieviel (x) Feuchtigkeit hat jeder Sack in der Zwischenzeit aufgenommen?
215. Ein Goldschmied will aus $b = 190 \text{ g}$ Silber vom Feingehalt $f = 0,900$ Silber vom Feingehalt $f_1 = 0,760$ herstellen. Wieviel (x) Kupfer muß er zusetzen?
216. Ein Unternehmer übernimmt eine Erdarbeit, an welcher 10 Arbeiter 6 Tage zu arbeiten haben. Nach 2 Tagen kann er noch 3 Arbeiter einstellen, die bis dahin anderweitig beschäftigt sind. Wieviel (x) Arbeiter muß er gleich anfangs einstellen, damit die Arbeit in 6 Tagen vollendet wird? Wieviel (y) Tage würde die Arbeit dauern, wenn er anfangs 9 Arbeiter eingestellt hätte?
217. Jemand will die Summe von 650 M. in 5 Jahren derart abzahlen, daß er in jedem Jahre 30 M. mehr abzahlt als im vorhergehenden Jahre? Wieviel (x) muß er im ersten Jahre abzahlen?
218. Jemand will einen Betrag a in 4 Jahren derart abzahlen, daß er in jedem Jahre einen bestimmten Betrag x mehr zahlt als im vorhergehenden Jahre. Wie groß muß x sein, wenn er im ersten Jahre ein Zehntel des ganzen Betrages zahlt?
219. Welcher Wert (x) liegt in der Mitte zwischen a und b ?

220. Eine Stange von der Länge $l = 1,10 \text{ m}$, an deren Enden links ein Gewicht $G_1 = 30 \text{ kg}$ und rechts ein Gewicht $G_2 = 14 \text{ kg}$ hängt, soll an einer Kette in der Schwebe gehalten werden. Wie weit (x) muß der Befestigungspunkt der Kette vom linken Ende der Stange entfernt sein? Wie groß ist der Zug (R), der an der Kette wirkt? (ohne Rücksicht auf das Gewicht der Stange und der Kette.)

221. Ein Arbeiter soll mittelst eines Hebeisens von $1,50 \text{ m}$ Länge eine Last von 117 kg anheben. Wo muß er die Stange unterstützen, damit die erforderliche Kraft nur 18 kg beträgt?

222. Zwei Körper von gleichem Gewichte sind an verschiedenen Seiten eines Hebels an den Hebelarmen $a_1 = 3 \text{ dm}$ und $a_2 = 2,5 \text{ dm}$ befestigt. Um Gleichgewicht herzustellen, muß man zu dem einen Körper noch 800 g hinzufügen. Wieviel (x) wiegt jeder der beiden Körper?

223. Wieviel (x) Silber vom Feingehalt $0,900$ muß man mit 600 g Silber vom Feingehalt $0,650$ legieren, um Silber vom Feingehalt $0,750$ herzustellen?

224. Ein Körper vom Volumen V_1 und dem spezifischen Gewicht s_1 soll mit einem Körper von dem kleineren spezifischen Gewicht s_2 verbunden werden, so daß beide zusammen in einer Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht s schweben. Wie groß (V_2) muß der spezifisch leichtere Körper sein? (IX. Aufg. 73.)

225. Zwei rechteckige Bauplätze von den Längen l_1 und l_2 und den Tiefen b_1 und b_2 liegen an einer geraden Straße. Durch Verbreiterung dieser Straße kommen von beiden Plätzen solche Stücke in Wegfall, daß die Reste flächengleich sind. Um wieviel (x) wurde die Straße verbreitert?

§ 6.

226—245. Löse nachfolgende Gleichungen durch einen Multiplikations- schritt und darauffolgenden Subtraktions- resp. Additionsschritt (M, S) nach x auf:

226. a) $\frac{a+x}{b} = c$; b) $a = \frac{x-b}{c}$; c) $\frac{x+8}{3} = 3$; d) $p = \frac{c-x}{t}$.

227. a) $\frac{x-4u+5v}{-3} = u-2v$; b) $\frac{x}{a} - b = \frac{2c}{a}$; c) $\frac{5}{7}a + \frac{x}{7} = a$.

228. a) $\frac{x}{ab} + \frac{c}{a} = d$; b) $\frac{3}{7} - \frac{5-x}{14} = 2$; c) $\frac{x}{30} + \frac{7}{10} - \frac{3}{5} = 1$.

229. a) $x - \frac{nx}{n+1} + \frac{a}{n+1} = b$ | b) $\frac{5x}{17} - \frac{2(x+3a)}{7} = \frac{10b-16a}{17}$

230. a) $\frac{2x+1}{5} - \frac{x+2}{3} = 0$ | b) $\frac{ax+1}{a+1} = \frac{x(a-1)}{a}$

231. a) $\frac{9x+1}{11} = \frac{4x+1}{5}$ | b) $\frac{15x}{7} + \frac{1}{6} = 1\frac{2}{3}x + \frac{x}{2}$

232. $1\frac{2}{3}x - 2\frac{3}{5}x - \frac{1}{33} = \frac{2}{5} - \frac{3}{4}x - \frac{2}{11}x$.

233. $\frac{x+1}{2} + \frac{x+2}{3} + \frac{x+3}{4} = x + 3$.

234. $\frac{2x+1}{3} + \frac{x+3}{4} = \frac{12x-2}{7} - \frac{4x-7}{5}$.

235. a) $\frac{13}{6x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$; b) $\frac{9-5x}{x} = -4$; c) $\frac{17-4x}{5-x} = 3$; d) $\frac{a-2x}{b-x} = 1$.

236. a) $\frac{23-3x}{14-2x} = 2$ | b) $\frac{10x^2-x-14}{2x^2-3} = 5$ | c) $\frac{8x^2+11x-7}{2x^2+3x-11} = 4$

237. a) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{5}$ | b) $\frac{7x-8kg}{5x+1kg} = \frac{4}{3}$ | c) $\frac{x+11}{x+13} = \frac{a}{a+1}$

238. a) $\frac{6x^2+3x-1}{15x^2+7x+1} = \frac{2}{5}$ | b) $\frac{21x^2+4}{3x+4} = 7x-9$

239. a) $\frac{24x^2-2x+1}{3x-2} = 5+8x$ | b) $\frac{7b}{ax} - \frac{1}{a} = \frac{7}{x}$

240. a) $\frac{18}{5-x} + \frac{35}{2x-11} = 0$; b) $\frac{4}{1-x} = \frac{3}{4-x}$; c) $\frac{n+1}{nx-a} = \frac{n}{(n-1)x}$

241. a) $\frac{x-2}{3x^2-2x-1} = \frac{1}{3x+5}$ | b) $\frac{14}{34x+1} = \frac{21x-1}{51x^2-x+1}$

242. a) $\frac{x-3}{x+5} = \frac{x+1}{x+10}$ | b) $\frac{4x-3}{2x-11} = \frac{2x+11}{x+1}$

243. a) $\frac{5x-20}{1-x} = \frac{20-39x}{3x+2} + 8$ | b) $\frac{3x+4}{x+2} + \frac{7x+8}{7x-5} = 4$

244. a) $\frac{3}{x} + \frac{4}{x-5} = \frac{7}{x-3}$ | b) $\frac{3}{x} + \frac{4}{x+12} = \frac{7}{x+7}$

245. a) $\frac{5}{2x+1} - \frac{7}{3x+2} = \frac{1}{6x-10}$ | b) $\frac{2}{3x-1} + \frac{7}{3x+4} = \frac{3}{x+1}$

246—252. Löse nachfolgende Gleichungen durch einen Subtraktions- resp. Additionschritt und darauffolgenden Multiplikationsschritt (S, M) nach x auf:

246. a) $\frac{x}{a} + b = c$; b) $\frac{x}{873} + 953 = 955$; c) $\frac{x}{13,7} - 25,8 = 4,2$.

247. a) $\frac{x}{34} + 83a = 84a$; b) $\frac{x}{12} - 5a = \frac{b}{4} - 5a$.

248. a) $\frac{x}{(R-r)\pi} + r = R$ b) $\frac{x}{11} + 3x^2 = 3(x^2 + 7)$
 249. a) $\frac{x}{17} + 53 = \frac{x}{18} - 47$ b) $3\left(\frac{5x}{7} + 153\right) = 2x + 473$
 250. $2^{2/3}x + 1^{1/5}x - 3/7 = 3^{19/22}x + 4/7.$
 251. $6^{1/2}x - 437 = 6^{2/5}x + 89.$
 252. a) $5a + \frac{4}{x} = 5(a + 0,2);$ b) $22 - \frac{3}{x} = 21.$

253. In welchen Fällen ist es ratsam einen Subtraktions- resp. Additions-
schritt vor einem Multiplikationsschritt vorzunehmen?

254–258. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

254. a) $\frac{x}{27,6} - 83,17 \text{ M.} = 16,83 \text{ M.}$ b) $\frac{x-23}{15} + \frac{4}{15} = \frac{3}{5}$
 255. a) $\frac{159 - 15x^2}{5x + 17} = 10 - 3x$ b) $P - \frac{x}{5 \text{ cm}} = 3P - Q$
 256. a) $\frac{3x}{17} + 11 = \frac{2x}{11} + 9$ b) $\frac{15x + 3}{6x + 2} = \frac{14 - 10x}{5 - 4x}$
 257. a) $\frac{x}{3} - 2a + 5b = 2b - 5a$ b) $\frac{2,7}{x} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$
 258. a) $\frac{4 - 13x}{6} - \frac{2}{3} = 2(1,7 - x)$ b) $576^{1/27}x = 576x - 2.$

259. Welche Last Q kann ein Arbeiter mittelst eines gewöhnlichen
Flaschenzuges von 6 Rollen mit einer Kraft P emporziehen, wenn
die untere Flasche das Gewicht G hat?

260. Wie lang (l_1) wird ein $l = 6 \text{ m}$ langer Eisenstab bei einer
Dehnung $\varepsilon = 0,0045$?

§ 7.

261–271. Löse nachfolgende Gleichungen durch einen Multiplikations-
schritt, einen darauffolgenden Subtraktions- resp. Additions-
schritt und einen darauffolgenden Divisions- resp. Multiplikations-
schritt (M, S, D) nach x auf:

261. a) $\frac{ax+b}{c} = d;$ b) $\frac{7x+2}{5} = 6;$ c) $\frac{a-bx}{c} = k.$
 262. a) $\frac{4x}{9} - \frac{3x-7}{5} = 0$ b) $\frac{x}{8} - \frac{3x-1}{5} = -1,7$
 263. a) $\frac{ax+b}{c} - \frac{dx+e}{f} = g$ b) $\frac{1-7x}{3} - \frac{2-18x}{7} = 1$
 264. a) $\frac{3x+2}{5} + \frac{5x-76}{3} = 0$ b) $\frac{2x+9b}{5} + \frac{x+a}{3} = 4(a+b).$

265. a) $\frac{x-3}{5} + \frac{x-4}{6} - \frac{x-5}{7} = 6^{5/6}$; b) $\frac{5-x}{2} - \frac{8-x}{3} + \frac{5x}{11} = 3$.

266. a) $\frac{4bx-1}{2a+1} = \frac{2bx}{a} - 1$; b) $\frac{x+3}{20} + \frac{3x+4}{10} = \frac{x-1}{2}$.

267. a) $\frac{a}{b} = \frac{b}{a+x}$ | b) $\frac{3x}{5x-8} = 1$ | c) $\frac{5x+8}{3x} = 3$

268. a) $11 = \frac{x-9}{1-9x}$ | b) $a = \frac{x-a^2b}{1-xb}$ | c) $\frac{3x^2+13}{x+3} = 3x-5$

269. a) $\frac{a}{b+x} = \frac{c}{x}$ | b) $\frac{18}{x-7} = \frac{60}{x}$ | c) $\frac{a}{bx+c} = \frac{d}{ex+f}$

270. a) $\frac{x+9}{7-2x} = \frac{5-x}{2x}$ | b) $\frac{x+2}{x-3} = \frac{x-13}{x-15}$ | c) $\frac{15x-8}{9x+4} = \frac{10x-7}{6x+1}$

271. a) $\frac{1}{x+4} + \frac{2}{2x+3} = \frac{6}{3x+7}$; b) $\frac{x}{x+2} - \frac{3x}{6-x} = 4$.

272–276. Löse nachfolgende Gleichungen ebenfalls durch (M, S, D) nach x auf unter Angabe der anderen Entwicklungsmöglichkeiten:

272. a) $\frac{ax}{b} + c = \frac{d}{b}$ | b) $\frac{3x}{16} - \frac{3a}{8} = \frac{5b}{4}$ | c) $^{4/5}(x-a) = b$

273. a) $\frac{5x}{11} = x-6$ | b) $\frac{x}{7} + 8 = \frac{x}{5}$ | c) $\frac{x}{a} + \frac{1}{b} = \frac{x}{b} - \frac{1}{a}$

274. a) $\frac{ax}{n} - b = \frac{(a+b) \cdot x}{n}$; b) $\frac{x+9}{5} - \frac{3x-13}{4} = x-12$.

275. a) $3^{1/8x} - 2^{1/3x} = x-5$; b) $2^{2/3x} + 4^{1/11x} + 2^{2/5x} = 1^{3/7x} - 1^{1/5}$.

276. a) $\frac{a}{x+b} = c$; b) $\frac{11}{x+5} = 2$; c) $\frac{17}{8-x} = 3$.

277–280. Löse nachfolgende Gleichungen durch (S, M, D) nach x auf unter Angabe der anderen Entwicklungsmöglichkeiten:

277. a) $\frac{ax}{b} - c = d$; b) $a + \frac{axp}{100} = b$; c) $\frac{14x}{25} + 78,3 = 83,9$.

278. a) $\frac{x}{a} + \frac{x}{b} + c = d$; b) $\frac{5x}{7} + 35 = \frac{8x}{3} - 88$.

279. a) $\frac{ax}{b} + \frac{cx}{d} + e = f$; b) $7\left(\frac{x}{3} - 2\right) + 5\left(\frac{x}{2} - 3\right) = 3x - 7$.

280. a) $\frac{a}{x} + b = c$; b) $a - \frac{b}{x} = c$; c) $\frac{u}{x} + v = \frac{v}{x} - u$.

281–282. Löse nachfolgende Gleichungen durch (M, D, S) oder (D, M, S) nach x auf unter Angabe der anderen Entwicklungsmöglichkeiten:

281. a) $\frac{a(b+x)}{c} = ad$; b) $\frac{35}{x+76} = \frac{7}{19}$.

282. a) $33 = \frac{528m}{x-73m}$; b) $\frac{ua+35u}{a+x} = u$.

283. In welchen Fällen ist es ratsam von der Reihenfolge (M, S, D) abzuweichen?

284—286. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

284. a) $\frac{587}{6-5x} = 98$; b) $\frac{ax}{b} + c = d$; c) $58 - \frac{27}{x} = 49$.

285. a) $\frac{63h}{18-x} = 7$; b) $\frac{17x}{22} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$; c) $\frac{7x-1}{7-x} = 5$.

286. a) $\frac{5x+8}{2,1} - \frac{8x+3}{1,3} = 3x - 73$; b) $\frac{3(5+x)}{8} = 6$.

287. Zwei Körper bewegen sich von zwei Punkten A und B aus mit den Geschwindigkeiten c_1 und c_2 einander entgegen. Wie weit (x) von A werden sie sich treffen, wenn die Entfernung von A bis B = s ist?

Anal. Suche Doppelausdruck für die Zeit nach Aufg. 160.

a) $s = 76,5 \text{ km}$; $c_1 = 20 \text{ km pro Std.}$; $c_2 = 16 \text{ km pro Std.}$

288. Ein Meister begründet ein Geschäft mit einem eigenen Kapital $a_1 = 20000 \text{ M.}$ und einer geliehenen Summe $a_2 = 8000 \text{ M.}$, die er mit $p_2 = 5\frac{1}{2}\%$ verzinst. Er verdient im ersten Jahre $p = 8\%$ des ganzen Anlagekapitals. Mit wieviel (p_1) % hat sich sein eigenes Kapital verzinst?

289. Ein Wasserbehälter kann durch 3 Röhren gefüllt werden, und zwar durch die erste allein in $1\frac{1}{4} \text{ Std.}$, durch die zweite allein in 1 Std. und durch die dritte allein in 50 Min. In wieviel (x) Minuten wird der Behälter gefüllt, wenn alle drei Röhren gleichzeitig geöffnet sind?

Anal. Führe vorübergehend das Volumen V ein.

290. Ein Pfahl soll mit $\frac{1}{5}$ seiner ganzen Länge im Erdboden, mit $\frac{1}{4}$ seiner ganzen Länge im Wasser stehen und noch $1,65 \text{ m}$ aus dem Wasser herausragen. Wie lang (x) muß dieser Pfahl sein?

§ 8.

291—315. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf und begründe den hinter den Gleichungen angegebenen Entwicklungsgang:

291. a) $18,9 + \frac{199+x}{7,8} = 48,9$; b) $a - \frac{x+b}{c} = d$.

292. $\frac{60x^2 - 6x - 97}{3x - 4} + 4x^2 = (5 + 2x)^2$.

(S, M, S)
(S, W, S)

293. a) $a(bx + c) = ad$; b) $(9x + 23) \cdot 21 = 105$. $\left. \begin{array}{l} \text{(D, S, D)} \\ \text{(D, S, D)} \end{array} \right\}$
294. a) $35(72x - 200) = 560$; b) $x^2\pi - (x - d)^2\pi = r^2\pi$.
295. a) $\left(\frac{x}{a} + b\right) : c = d$; b) $\left(\frac{x}{6,03} + 79\right) : 17,8 = 5$. (M, S, M)
296. $72 + (23,7 - x) \cdot 5,8 = 130$. (S, D, S)
297. $0,87 + \frac{2,1 - 17x}{1,3} = 67,87$. (S, M, S, D)
298. $8x + (8^6/7x + 11) : 3 = 11x$. (S, M, S, M)
299. $15\left(\frac{27}{x} + 4\right) + 33 = 108$. (S, D, S, M)
300. $0,8(0,7x - 1) - 8^3/11 = 7^8/11$.
301. $83,6 m + 25(2,7x - 11 m) = 50x - 16,4 m$. $\left. \begin{array}{l} \text{(S, D, S, D)} \\ \text{(S, D, S, D)} \end{array} \right\}$
302. $b^2 + (a - b)(2x + 3b - 3a) = a^2$.
303. a) $\frac{18}{8-x} - 8 = 1$; b) $\frac{6a^2}{x+a} + 11a = 13a$. (S, M, D, S)
304. a) $\left(\frac{x+5}{2} - 5\right) : 2 = 3$; b) $\left(\frac{x+a}{b} + c\right) : d = e$. (M, S, M, S)
305. $\frac{13,6(15,7-x) + 64}{25} = 8$. (M, S, D, S)
306. $7,5 [(x + 1 \text{ kg}) \cdot 3,5 \text{ cm} + 19,5 \text{ kgcm}] = 15 \text{ kgcm}$. (D, S, D, S)
307. $(m + 2n)\left(\frac{x+3m}{5} + 2n\right) = m^2 + 4mn + 4n^2$. (D, S, M, S)
308. a) $\left(\frac{ax}{b} + c\right) : d = e$; b) $\left(\frac{3x}{5} + 13\right) : 19 = 7$. (M, S, M, D)
309. a) $\left(\frac{ax}{b} + c^2\right) d = e^2d$; b) $\left(\frac{(n+1)x}{5} + 1\right)\pi = n^2\pi$. (D, S, M, D)
310. a) $\frac{84}{11x+87} = 0,7$; b) $\frac{740}{7x-29} = 37$. $\left. \begin{array}{l} \text{(M, D, S, D)} \\ \text{(M, D, S, D)} \end{array} \right\}$
311. $\frac{17}{x-1} = \frac{39}{5x+23} - \frac{5x+29}{(x-1)(5x+23)}$.
312. $\frac{a_1(x-n_1)p}{100 \cdot 12} + \frac{a_2(x-n_2)p}{100 \cdot 12} + \frac{a_3(x-n_3)p}{100 \cdot 12} = 0$.
313. a) $39 + \frac{16x}{5x-19} = 103$; b) $\frac{87}{5x-12} - 18 = 11$. (S, D, M, S, D)
314. $5\{7 - 3[11 - 2(x + 4)]\} = -40$. (D, S, D, S, D, S)
315. $\left(\frac{2x+39}{3x-4} + 211\right) : 11 + 33 = 53$. (S, M, S, M, S, D)

§ 9.

316—330. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

a)	b)	c)
316. $s = \frac{x+v}{2} \cdot t$	$\frac{x \cdot a}{b} - \frac{c}{b} = 0$	$a - \frac{b-x}{c} = d$
317. $a \left(\frac{bx}{c} - d \right) = e$	$\frac{a+bx}{c} + \frac{d+ex}{f} = g$	$\frac{ax+b}{c} - d = e$
318. $\frac{a}{x} + \frac{b}{u} = \frac{c}{u}$	$\frac{a}{nx+b} = c$	$\frac{a}{bx+c} + d = e$
319. $85 + 3(2-x) = 40$	$a(x-b) = 0$	$7(2,6x - 11,3) = 21$
320. $3^{1/5}(x:n+a) = 32b$	$7 - 8x = 6x + 7$	$5 + 4(4x - 7) = 9$
321. $\frac{18}{7x+10} = 6$	$\frac{x}{5} + \frac{1}{3} = \frac{x}{3} - \frac{1}{5}$	$\left(\frac{5x-1}{8} + 2 \right) : 5 = 2$
322. $\frac{34}{x+0,5} + 9 = 60$	$\frac{a}{x-1} = \frac{a-1}{x}$	$\frac{72}{x+5} + 83 = 91$

323. a) $\frac{1/2x}{r} = s$; b) $\frac{35}{11x+3} + 46 = 54$; c) $\frac{a}{5x} + a^2 = 0$.

324. $(x+10)^3 - (x+9)(x+10)(x+11) = 17$.

325. a) $(13+5x)^2 = (7x-1) + (8x+5)(20-3x)$; b) $5(x+11) = 80$.

326. a) $\frac{370}{7x-4} - 19 = 18$; b) $\frac{31x+42}{5x+7} + (3x)^2 = 3(2+3x^2)$.

327. a) $\frac{6}{12x^2+5x+3} = \frac{5}{10x^2+4x-3}$ b) $\frac{3x+4}{x+3} + 12 = 5a$

328. a) $\frac{1/3x+9}{17} + \frac{2x}{3} = 3 + \frac{x}{3}$ b) $\left(9 - \frac{4x+1}{5} \right) : 6 = 2/3$

329. a) $8 - \frac{11+x}{7} = 3 \left(2 + \frac{x-3}{139} \right)$ b) $x - 3 - \frac{x+2}{8} = \frac{x}{3}$

330. a) $\left(\frac{17x}{44} + 20 \text{ kg} \right) : 3,6 = 15 \text{ kg}$ b) $\frac{7x+1}{x-3} + 8x = 2(4x+9)$.

331. Erläutere die Bedeutung der nachfolgenden Gleichungen und löse dieselben nach jeder darin vorkommenden Größe auf:

a) $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$; b) $R = P_1 + P_2 - P_3$; c) $M_1 + M_2 + M_3 = M$;

d) $U = 2r\pi$; e) $F = b \cdot h$; f) $M = P \cdot a$; g) $\mathcal{U} = P \cdot s$;

h) $t \cdot z = d\pi$; i) $n \cdot z = N \cdot Z$; k) $nd\pi = ND\pi$; l) $P \cdot p = Q \cdot q$;

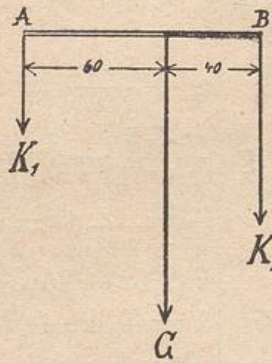
m) $s = \frac{G}{V}$; n) $\gamma = \frac{G}{F}$; o) $\gamma = \frac{G}{l}$; p) $P = \frac{P}{F}$; q) $c = \frac{s}{t}$;

r) $M = P_1 a_1 + P_2 a_2 - P_3 a_3$; s) $U = 2(a+b)$;

t) $s = \frac{a+b+c}{2}$; u) $F = \frac{(g_1+g_2)h}{2}$; v) $b - a = \frac{anp}{100}$.

§ 10.

332. Zwei Arbeiter A und B tragen an einer Stange einen Kronleuchter von $G = 120 \text{ kg}$ Gewicht, der von A 60 cm , von B 40 cm entfernt hängt. Welchen Anteil (K_1) von G trägt A und welchen Anteil (K_2) B?



Ant. Bestimme nach Aufg. 88 die von A (oder B) nach oben auszuübende Kraft.

K_2 a) Prüfe, ob $K_1 + K_2 = G$ ist.

b) Welchen Wert hat das Verhältnis von K_1 zu K_2 ?

333. Ein horizontaler Träger von $l = 4 \text{ m}$ freier Länge liegt beiderseits auf Mauern auf. Er trägt in der Entfernung $a_1 = 1,5 \text{ m}$ vom linken Auflager eine Einzellast $P_1 = 2400 \text{ kg}$ und in der Entfernung $a_2 = 3 \text{ m}$ vom linken Auflager eine Einzellast $P_2 = 4600 \text{ kg}$. Wie groß ist der rechte (K_2) und der linke (K_1) Auflagerdruck (ohne Rücksicht auf das Eigengewicht des Trägers)?
334. Berücksichtige in der vorigen Aufgabe das in der Mitte vereinigt zu denkende Eigengewicht des Trägers, und zwar eines I Trägers N^o 28 mit $\gamma = 47,9 \text{ kg pro lfd. m}$.

a) eines I Trägers N^o 30 mit $\gamma = 54,1 \text{ kg pro lfd. m}$.

b) eines Eichenbalkens 18×26 mit $s = 0,8 \text{ kg pro cdm}$.

335. In Aufg. 333 soll an Stelle des rechten Auflagers eine nach oben gerichtete Kraft $P_3 = 6000 \text{ kg}$ angebracht werden. Wie weit (a_3) vom linken Auflager entfernt muß diese Kraft angreifen, damit Gleichgewicht bestehen bleibt?

a) $P_3 = 6000 \text{ kg}$;

b) $P_3 = 1000 \text{ kg}$.

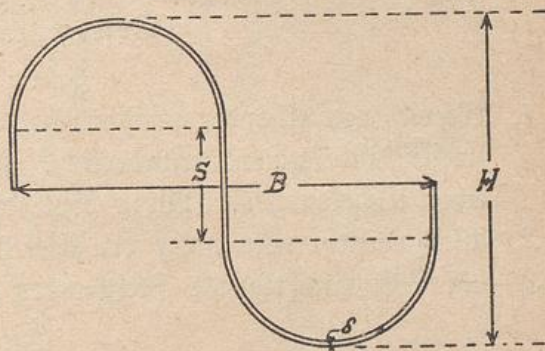
336. Zwei Arbeiter A und B tragen eine Last $Q = 76 \text{ kg}$ an einer Stange von der Länge $l = 1,20 \text{ m}$. Wo (x) muß die Last hängen, damit A nur $K_1 = 9\frac{1}{2} \text{ kg}$ zu tragen hat?

337. Ein Eichenbalken, dessen rechteckiger Querschnitt 13×16 ist, ist mit seiner größten Fläche auf Wasser gelegt. Wie tief (x) sinkt derselbe ein? $s = 0,8 \text{ kg pro cdm}$. (x in mm .) (IX. Aufg. 73.)

338. Ein Marmorwürfel von 2 cm Kantenlänge wiegt unter Wasser nur $13,6 \text{ g}$. Wie groß ist das spezifische Gewicht s des Marmors?

339. Eine Elfenbeinkugel wiegt in der Luft 228 g und unter Wasser nur 108 g. Wie groß ist das spezifische Gewicht s des Elfenbeins?

340. Der Querschnitt des Trägerwellblechs besteht aus halbkreisförmigen Bögen, welche durch gerade Stege (S) verbunden sind. Wie groß (F) ist der Querschnitt der nebenstehenden ganzen Welle für Wellblech No. 14,



dessen Wellenbreite $B = 90 \text{ mm}$, dessen Wellenhöhe $H = 70 \text{ mm}$ und dessen Stärke $\delta = 1 \text{ mm}$ ist? Wieviel (G) wiegt 1 qm dieses Wellblechs, wenn das spezifische Gewicht $s = 7,6 \text{ kg pro cdm}$ ist?

341. Jemand hat nach $n_1 = 48$ Tagen den Betrag $b_1 = 240 \text{ M.}$, nach $n_2 = 103$ Tagen den Betrag $b_2 = 530 \text{ M.}$ und nach $n_3 = 135$ Tagen den Betrag $b_3 = 110 \text{ M.}$ zu zahlen. Nach wieviel (x) Tagen kann er den ganzen Betrag ohne Zinsgewinn oder Zinsverlust auf einmal zahlen? Anl. Führe vorübergehend den Diskontozatz p (vom Hundert) ein.

342. Ein Bauunternehmer hat für ein Grundstück 15 000 M. in 3 vierteljährlichen Raten à 5000 M. zu zahlen. Wieviel beträgt der Diskontozatz (vom Hundert), wenn der Bauunternehmer $a = 14675 \text{ M.}$ bar zahlt?

343. Wieviel beträgt in Aufg. 342 der Diskontozatz, wenn der Bauunternehmer sofort 5976 M. und nach 5 Monaten 8820 M. zahlt?

344. In Aufg. 342 zahlt der Bauunternehmer sofort 6000 M. an. Wann ist der Rest von 9000 M. zu zahlen? (Aufg. 341.)

345. In Aufg. 342 will der Bauunternehmer in fünf gleichen Terminen je 3000 M. zahlen. Wieviel (x) Monate liegen zwischen je zweien dieser Termine? (Aufg. 341.)

346. In Aufg. 342 will der Bauunternehmer 5000 M. sofort anzahlen und ferner 9 einander gleiche Ratenzahlungen in Zwischenräumen von je 2 Monaten leisten. Wieviel (x) beträgt jede dieser 9 Ratenzahlungen, wenn $p = 5\frac{1}{3} \%$ Diskonto gerechnet wird?

347. Wieviel (V) Wasser strömt in 5 Min. durch einen Kanalquerschnitt, wenn die Fläche des Querprofils $F = 3,76 \text{ qm}$ und die mittlere Geschwindigkeit des Wassers $c = 0,75 \text{ m pro Sek.}$ ist? (Aufg. 95.)

XI. Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten.

(Erster Teil.)

§ 1.

1. Wieviel von einander unabhängige Gleichungen sind zur Bestimmung zweier Unbekannten erforderlich? Worin besteht die Fortschaffung einer Unbekannten? Wozu dient dieselbe?
2. Was versteht man unter der Einsetzungsmethode?
- 3–17. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

	a)	b)	c)
3.	$x = 17y$ $24y - x = 14$	$y = 4x$ $y + 7 = 5x + 2$	$7x = y$ $4x + 11 = y - 4$
4.	$y = 2,3x$ $4x + y = 7(x - 1)$	$x = 7y$ $9y + 5 = 4 - x$	$x = ny$ $x - y = a$
5.	$a = \frac{x+y}{b} \cdot c$ $x = d \cdot y$	$x = 13 - y$ $15 - 2y = x - 11$	$y = x - 7$ $7 + 3x + y = 12$
6.	$x = 7 - 5y$ $11 - 4y = x + 2$	$y = 8x + 1$ $9x - y = 3$	$x = 8y - 5$ $x = 5y + 1$
7.	a) $y = x + a$ $3x + y = 3a + 2b$	b) $y = 5x + 7$ $3x + y = 2(x + 3,5)$	
8.	a) $x = 16 - y$ $4(3y + 4) - x = 7,41$	b) $y = ax + b$ $b(x + 1) - y = b^2 - a^2$	
	a)	b)	c)
9.	$11x = 15y$ $11x - 14y = 7$	$9x = 2y$ $2y - 15x = -24$	$50x = 69y$ $3y + 50x = 40$
10.	$4y = 6x$ $12 = 6x - 5y$	$3x = 10y - 53$ $7y - 3x = 47$	$17x = 3y + 2$ $8 = 5y - 17x$
11.	$x = 13y$ $3x + y = 80$	$y = 8,4x$ $7 - 25x = 8 - 3y$	$x = 13 - 4y$ $4x + 17y = 55$
12.	$8x = 21 - y$ $9y - 32x = 7$	$3y = 4x + 5$ $5x = 1 - 18y$	$5x + 7 = 3y$ $11x - 9y = -1$
13.	a) $y = 4x + 1$ $7x + 2(y - 1) = 45$	b) $y = 8x - 11$ $7(x - y) = 10x - 100$	

	a)	b)	c)
14.	$3x = y + 5$ $\frac{6x}{y} = \frac{2y+1}{y-2}$	$y = 2x - 14$ $\frac{2x+9}{y+48} = \frac{x+3}{3x-y}$	$y = 7 - x$ $\frac{x-y}{x+y} = \frac{2y-3x}{7}$
15.	$\frac{x}{5y} = 2$ $x + 10y = 60$	$\frac{3x}{11y} = 1$ $3x + 11y = 66$	$x = y + 5$ $\frac{3x+5}{x-y} = x - 1$
16.	$\frac{x}{y} = 9,3$ $5x + 0,3y = 234$	$\frac{x}{3y} = 4$ $2x + 5y = 87$	$\frac{y}{7} = x - 5$ $15y = 11x + 39$
17.	$\frac{3x}{y} = \frac{11}{21}$ $66y = 8360 - 2x$	$\frac{5x-4}{2y} = 7$ $28y - 7x = 7$	$2x = y - 7$ $\frac{2y-4x}{3x+1} = \frac{18}{y-x}$

§ 2.

18. Was versteht man unter der Additions- und Subtraktionsmethode?

19—26. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

	a)	b)	c)
19.	$x + y = -3$ $x - y = 15$	$x + y = a$ $y - x = b$	$8x - 7y = 0$ $8x + 7y = 224$
20.	$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 9$ $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = -1$	$\frac{3x}{5} - \frac{4y}{11} = 2$ $\frac{4y}{11} + \frac{3x}{5} = 10$	$\frac{1}{x} + 5y = 15$ $\frac{1}{x} - 5y = 5$
21.	$3x - y = 32$ $y - 2x = -15$	$x + y = 12$ $2y - x = 7$	$8x - 5y = 65$ $8x - 13y = 41$
22.	$11x - 2y = 25$ $3y - 11x = -32$	$x - y = (a - 3b)^2$ $x + 2y = (a + 3b)^2$	$\frac{5}{8}x - \frac{2}{3}y = 4$ $\frac{5}{8}x - \frac{1}{3}y = 7$
23.	$x - \frac{1}{y} = 4$ $x + \frac{3}{y} = 16$	$\frac{3}{x} + \frac{25}{y} = 20$ $\frac{4}{x} - \frac{25}{y} = 15$	$8x - 7y = 10$ $38 = 7y + 8x$
24.	a) $8x + y = 46 - y$ $3x - 2y = 2 - 5x$	b) $6(5x - y) = 7(y - 5)$ $13(5x + y) = 5(7x + 19)$	
25.	$17(5x + 8y - 3) = 173(4y - 7x + 7)$ $113(4y + 2x - 34) = 2(11x - 52y - 52)$		
26.	a) $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ $3(x + y) = 90 - 2x$	b) $\frac{5}{3}y + 2x = 78,5$ $3x - 5y = 94$	

27. In einem Dreieck soll $\sphericalangle \gamma = 55^\circ$ und $\sphericalangle \alpha$ um 17° größer sein als $\sphericalangle \beta$. Wie groß muß $\sphericalangle \alpha$ und $\sphericalangle \beta$ sein?

28—38. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

	a)	b)	c)
28.	$3x - 5y = 0$ $x + y = 24$	$x + y = a$ $cx + dy = b$	$3x + y = 31$ $x + 3y = 13$
29.	$8x - y = 5$ $x + 8y = 90$	$7x - 2y = 31$ $8y + 14x = 2$	$5x = 11 + 8y$ $50x = 24y - 2$
30.	$x + y = 35$ $\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}y = 8$	$9x = 1 + 2y$ $6x = 4 - 2\frac{2}{3}y$	$\frac{3}{5}y = \frac{1}{2}x$ $x - y = 6$
31.	$x + y = a$ $\frac{cx}{d} + \frac{ey}{d} = b$	$x + y = a$ $\frac{x}{u} + \frac{y}{v} = b$	$bx - ay = 0$ $\frac{x+y}{a} = 3$
32.	$x + y = h$ $\frac{x}{y} = \frac{a+2b}{b+2a}$	$\frac{3x+16y}{6y-x} = 5$ $\frac{13x-y}{3x+8} = 3$	$\frac{y}{5} - 3 = 8x$ $3y = 200x + 5$
33.	a) $\frac{4x+y+2}{5} = x$ $\frac{5x-2y-3}{4} = y$	b) $\frac{7x+9y}{9} + \frac{4x-3y}{31,5} = 0$ $\frac{5x+3}{7} + \frac{5y+3}{8} = 0$	
	a)	b)	c)
34.	$7y + 5x = 490$ $2y - x = 21$	$4x + 7y = 1$ $2x + 3y = -1$	$7x + 4y = 0$ $2y - 3x = 26$
35.	$49x + 8y = 24$ $11y - 7x = 33$	$2y + 25x = 0$ $35x - 8y = -9$	$9y = 7x$ $3y + 2x = 19,5$
36.	$\frac{1}{8}x - \frac{3}{8}y = \frac{1}{4}$ $2x - 7y = 3$	$2\frac{1}{4}x - \frac{5}{7}y = 2$ $10y - 29x = 2$	$\frac{1}{3}x = \frac{1}{4}y + 3$ $\frac{3}{5}x + \frac{6}{7}y = 42$
	a)	b)	
37.	$\frac{9}{3x-y} + \frac{7}{2y-2x} = 0$ $\frac{5x-6}{y+66} = \frac{5x+1}{y+75}$	$\frac{4x+3y+0,2}{1,3} = 10(y-x-0,1)$ $(x+0,5)(y-0,7) = (x-0,5)(y+1,3)$	
38.	a) $3x - \frac{7}{y} = 1$ $15x - \frac{2}{y} = 71$	b) $\frac{3}{x} - \frac{2}{y} = 4$ $\frac{7}{x} + \frac{10}{y} = 68$	c) $\frac{20}{x} = \frac{1}{y} + 1$ $\frac{2}{y} = \frac{3}{x} + 5,4$

39—45. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

	a)	b)	c)
39.	$3x - 2y = 3$ $7x - 5y = 2$	$7x = 71 - 3y$ $4x = 7 + 5y$	$6y = 23 - 5x$ $5y = 32 - 6x$

40.	$8x - 2y = 5$ $3y - 7x = -1$	$11x = 8y + 16$ $13x = 5y + 10$	$2x + 2y = -3$ $9y - 5,25x = 100,5$
-----	---------------------------------	------------------------------------	--

41.	$ax + by = e$ $cx + dy = e$	$18x = 124 - 35y$ $12x = 134 - 49y$	$15x = 35 - 4y$ $14y = 79 - 9x$
-----	--------------------------------	--	------------------------------------

42.	$4x + 90 = 35y$ $20y - 6x = 31$	$27x - 16y = 32$ $17x + 48 = -24y$	$1 = 33y - 48x$ $1 + 32x = 21y$
-----	------------------------------------	---------------------------------------	------------------------------------

43.	a) $3(4x + 9y) - 7(2x + 9y) = 2$ $5(3x - 8y) + 4(5x - 2y) = 191$	b) $\frac{y}{2} - \frac{x}{3} = 3$ $\frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1$	
-----	---	---	--

	a)	b)	c)
44.	$\frac{5y}{2x} = 7$ $8y - 21x = 7$	$\frac{2x+1}{4y-5} = 3$ $\frac{3x+4}{7y-6} = 2$	$11x + \frac{3}{y} = 120$ $3x + \frac{11}{y} = 104$

45.	$7x + \frac{33}{y} = 46$ $4x - \frac{12}{y} = 16$	$\frac{8}{x} - \frac{9}{y} = 7$ $\frac{6}{y} = 1 - \frac{6}{x}$	$\frac{9}{x} - \frac{5}{y} = -17$ $\frac{48}{x} - \frac{4}{y} = 0$
-----	--	--	---

46—47. Löse nachfolgende Gleichungen nach x und y auf:

46.	a) $x + y = 11$ $x^2 - y^2 = 33$	b) $x^2 - y^2 = ab$ $x - y = a$	c) $9x^2 - 16y^2 = -31$ $3x + 4y = 31$
-----	-------------------------------------	------------------------------------	---

47.	a) $x + 2y = 29$ $x^2 + 3xy + 2y^2 = 580$	b) $3x - 7y = 1$ $15x^2 - 29xy - 14y^2 = 29$	
-----	--	---	--

48. Ein Lehrling wird zur Post geschickt, um für 18 *M.* 3 *S*-Marken und 5 *S*-Marken, zusammen 500 Stück, zu besorgen, vergißt aber unterwegs, wieviel er von jeder Sorte kaufen soll. Wie kann er sich helfen?

49. Jemand will an Stelle des nach $n = 9$ Monaten zahlbaren Betrages $b = 1300$ *M.* einen Teil bereits nach $n_1 = 4$ Monaten und den Rest erst nach $n_2 = 10\frac{1}{2}$ Monaten zahlen. Wieviel muß jede der Teilzahlungen betragen?

a) $b = 285$ *M.*; $n = 9$; $n_1 = 7\frac{1}{2}$; $n_2 = 12\frac{1}{2}$.

50. Ein Goldschmied will aus Silber vom Feingehalt $f_1 = 0,900$ und Silber vom Feingehalt $f_2 = 0,750$ 1 *kg* Silber vom Feingehalt $f = 0,800$ herstellen. Wieviel von jeder Art braucht er?
51. Zwei kommunizierende Wassergefäße von den Querschnitten F_1 und F_2 haben an ihrem Verbindungsstück einen Hahn. Bei geschlossenem Hahn steht das Wasser im ersten Gefäß um h höher als im zweiten. Um wieviel (x) sinkt das Wasser im ersten und um wieviel (y) steigt dasselbe im zweiten Gefäß, wenn man den Hahn öffnet? Wieviel (V) Wasser fließt hierbei von dem einen in das andere Gefäß?
52. 1 *qm* Messingblech von 5,5 *mm* Dicke wiegt $G = 47,025$ *kg*. Wieviel (G_1) Kupfer vom spezifischen Gewicht $s_1 = 9$ *kg pro cdm* und wieviel (G_2) Zink vom spezifischen Gewicht $s_2 = 7,2$ *kg pro cdm* sind darin enthalten?
53. Um in eine Wanne 320 *l* Wasser einzufüllen, ließ man einmal den Warmwasserhahn während 13 *Min.* und den Kaltwasserhahn während 2 *Min.*, ein anderes Mal ersteren während $2\frac{1}{2}$ *Min.* und letzteren während 9 *Min.* geöffnet. Wieviel Wasser liefert jeder von beiden Hähnen pro *Min.*?
54. Über zwei Strecken $a_1 = 34$ *cm* und $a_2 = 16$ *cm* sollen zwei flächengleiche Rechtecke gezeichnet werden, so daß bei Vertauschung der Höhen Rechtecke entstehen, deren Inhalte sich um $\delta = 450$ *qcm* unterscheiden. Wie groß sind die Höhen zu nehmen?
55. An einem im Gleichgewicht befindlichen Hebel hängt rechts am Hebelarm 30 *cm* ein unbekanntes Gewicht x , links am Hebelarm 10 *cm* ein unbekanntes Gewicht y und am Hebelarm 26 *cm* ein Gewicht von 20 *g*. Verschiebt man die beiden unbekanntes Gewichte um 5 *cm* nach links, so muß man, um wiederum Gleichgewicht zu erhalten, das 20 *g*-Gewicht rechts am Hebelarm 24 *cm* wirken lassen. Wie groß ist x und y ?
56. In einem rechtwinkligen Dreieck, dessen eine Kathete $a = 12$ *cm* ist, soll die Summe der beiden anderen Seiten $= 18$ *cm* sein. Wie groß muß die Hypotenuse c und die Kathete b sein? Wie groß ist der Dreiecksinhalt F ?
57. Der ringförmige Querschnitt einer gußeisernen Hohlsäule soll $F = 69$ *qcm* und die Dicke $\delta = 18$ *mm* sein. Wie groß müssen die Durchmesser (D und d) sein?
a) $F = 68\frac{1}{3}$ *qcm*; $\delta = 15$ *mm*.

XII. Verhältnisse und Proportionen.

(Erster Teil.)

§ 1.

1. Wann kann man von dem Verhältnis zweier Größen a und b sprechen? Was versteht man unter dem Wert (v) dieses Verhältnisses, wenn a Vorderglied ist; was, wenn a Hinterglied ist? Was muß bezüglich der Benennung des Verhältniswertes v gelten?
2. Nach welchen Gesetzen rechnet man mit Verhältnissen? (Wichn. VI.)
3. Welchen Wert (v) hat das Verhältnis von:
a) 26 zu 2; b) 2 zu 26; c) 71,5 zu 28,6; d) 1 zu $\frac{1}{5}$;
e) $\frac{3}{5}$ zu $\frac{4}{9}$; f) $\frac{4}{9}$ zu $\frac{3}{5}$; g) $19\frac{1}{2}$ zu $4\frac{1}{3}$; h) 0,2 zu $\frac{1}{5}$;
i) 5 kg zu 35 kg; k) 0,8 m zu 32 m; l) 9 kgm zu 8 gcm;
m) 17 *Ab.* zu 85 *St.*; n) 1 *Std.* 9 *Min.* zu 46 *Min.*; o) $8^{\circ}20'$ zu 360° ;
p) $11\frac{\text{kg}}{\text{cdm}}$ zu $5\frac{\text{kg}}{\text{cdm}}$; q) $7\frac{\text{m}}{\text{Sek.}}$ zu $3\frac{\text{km}}{\text{Std.}}$; r) 5 *Atm.* zu $\frac{2\text{ kg}}{\text{qcm}}$;
s) $4a$ zu $20a$; t) a^2b zu $\frac{a}{2}$; u) $(2a^2 - 2b^2)$ zu $(a + b)$?
4. Welchen Wert (v) hat das Verhältnis der Dauer eines Schaltjahres zu der Zeit vom 1. März incl. bis 1. Mai excl.?
5. Welchen Wert (v) hat das Längenverhältnis zweier homologen Strecken in kongruenten Figuren?
6. Welchen Wert (v) hat das Verhältnis:
a) des Kreisumfangs zum Umfang des dem Kreise umgeschriebenen Quadrates;
b) des Kreisinhalts zum Inhalt des umgeschriebenen Quadrates?
7. Welchen Wert (v) hat das Inhaltsverhältnis zweier Rechtecke, deren Längen $l_1 = 18\text{ cm}$ und $l_2 = 24\text{ cm}$ und deren Breiten $b_1 = 20\text{ cm}$ und $b_2 = 9\text{ cm}$ sind?
8. A erhält bei zehnstündiger Arbeitszeit 3,50 *Ab.* Tagelohn, B dagegen bei achtsündiger Arbeitszeit 3,20 *Ab.* Welchen Wert (v) hat das Verhältnis ihrer Stundenlöhne?
9. Kleine Dachplatten aus Zement von $l_1 = 36\text{ cm}$ Länge und $b_1 = 18\text{ cm}$ Breite wiegen $G_1 = 1,5\text{ kg}$, große Dachplatten dagegen von $l_2 = 42\text{ cm}$ Länge und $b_2 = 27\text{ cm}$ Breite wiegen $G_2 = 3,7\text{ kg}$. Welchen Wert (v) muß das Verhältnis ihrer Dicken haben? (Res. auf 2 Dezimalstellen.) Ant. Führe vorübergehend s ein.

10. Der Wert (v) des Verhältnisses von u zu v sei $7,2$; wie groß muß
a) u sein, wenn $v = 25 \text{ cm}$ ist;
b) v sein, wenn $u = 36 \text{ kgm}$ ist?
11. Welchen Wert (v) hat das Verhältnis von x zu y , wenn:
a) $15x = 315y$; b) $18,6y = 93x$; c) $y = 5x$;
d) $3x - 21y = 0$; e) $34x + y = 39x - y$ ist?
12. Welchen Wert (v) hat das Verhältnis von a_1 zu a_2 , wenn das Verhältnis:
a) von a_2 zu a_1 den Wert $2,5$ hat;
b) von $(3a_1 + a_2)$ zu $(a_1 - a_2)$ den Wert 5 hat;
c) von $(5a_1 - 8a_2)$ zu $(8a_1 - 4a_2)$ den Wert $\frac{3}{7}$ hat?
13. Ein Stab erfährt die Dehnung ε ; welchen Wert (v) hat das Verhältnis der Stablänge nach der Dehnung zur ursprünglichen Länge? (D. II.) (II. Aufg. 103.)
14. Welchen Wert (v) hat das Verhältnis von $(7x)$ zu y , wenn das Verhältnis von x zu y den Wert $3,2$ hat? (D. III.)
15. Welchen Wert (v) hat das Verhältnis von u zu $(18v)$, wenn das Verhältnis von u zu v den Wert $1\frac{5}{7}$ hat? (D. IV.)
16. Welchen Wert (v) hat das Verhältnis von $(16a)$ zu $(3\frac{1}{3}b)$, wenn das Verhältnis von a zu b den Wert $0,625$ hat? (D. V.)
17. Bei einem Kreisring hat das Verhältnis der Ringdicke δ zum inneren Durchmesser d den Wert v ; welchen Wert hat das Verhältnis des äußeren Durchmessers D :
a) zum inneren Durchmesser; b) zur Ringdicke?
18. Das Verhältnis von a zu b habe den Wert v_1 , das Verhältnis von x zu y den Wert v_2 ; welchen Wert (v) hat das Verhältnis von:
a) (ax) zu (by) ; b) (a^2) zu (b^2) ; c) (a^2x^3) zu (b^2y^3) ;
d) $(7ax^2)$ zu $(7by^2)$; e) $(8a^3x)$ zu $(5b^3y)$; f) $\frac{a^2x}{9}$ zu $\frac{b^2y}{36}$;
g) (ay) zu (bx) (D. VI.); h) $\frac{a}{x}$ zu $\frac{b}{y}$; i) $\frac{3a}{y}$ zu $\frac{5b}{x}$?
19. Welchen Wert (v) hat das Verhältnis der Inhalte zweier Rechtecke, deren Breitenverhältnis den Wert $2,3$ und deren Höhenverhältnis den Wert 7 hat?
a) Welchen Wert (v_1) hat das Verhältnis ihrer Trägheitsmomente (bezogen auf die Mittelparallele zur Breitseite)?

20. Welchen Wert (v_1) hat in Aufg. 17 das Verhältnis des Ringquerschnitts zum lichten Querschnitt?
21. Welchen Wert (v) hat das Höhenverhältnis zweier Dreiecke, deren Grundlinienverhältnis den Wert 1,075 und deren Inhaltsverhältnis den Wert 0,86 hat?
22. Ein Kapital a_1 bringt bei doppelt so großem Zinsfuß und vierfacher Zeit sechsmal soviel Zinsen wie das Kapital a_2 ; welchen Wert (v) muß das Verhältnis von a_1 zu a_2 haben?

§ 2.

23. Wie drückt man die Gleichheit der Werte zweier Verhältnisse aus?
24. Lies die Proportion $a : b = c : d$. Sieh in der vorstehenden Proportion die äußeren Glieder, die inneren Glieder, das zu a homologe Glied, das zu d homologe Glied an. Welche Glieder müssen aus gleichartigen Größen bestehen?
25. Bilde zu nachfolgenden Verhältnissen Proportionen, deren rechteitige Glieder möglichst kleine ganze Zahlen sind:
- a) $78 : 117$; b) $5,7 : 6,84$; c) $2,55 : 1$; d) $1 : 0,666 \dots$;
e) $\frac{5}{6} : \frac{10}{9}$; f) $4\frac{1}{4} : 5\frac{2}{3}$; g) $8 t : 75 kg$; h) $17' : 1^{\circ}25'$.
26. Bilde zu nachfolgenden Verhältnissen durch Vereinfachung derselben Proportionen:
- a) $(7ax) : (14a^2)$; b) $(R^2\pi) : (r^2\pi)$; c) $\frac{x}{a} : \frac{y}{a}$; d) $\frac{a}{x} : \frac{a}{y}$;
e) $\frac{gh_1}{2} : \frac{gh_2}{2}$; f) $a^3 : (4a^4)$; g) $(a^2 + 2ab + b^2) : (a^2 - b^2)$.
27. Wie verhalten sich:
- a) die Umfänge zweier Kreise, deren Radien r_1 und r_2 sind;
b) die Inhalte zweier Dreiecke mit gleicher Grundlinie, deren Höhen h und H sind;
c) die Rauminhalte zweier gleich hohen Cylinder, deren Grundradien r und R sind;
d) die spezifischen Gewichte zweier raumgleichen Körper, deren Gewichte sich verhalten wie $8 : 13$;
e) die spezifischen Gewichte zweier gleich schweren Körper, deren Volumina sich verhalten wie $a : b$;
f) die Gewichte zweier raumgleichen Körper, deren spezifische Gewichte sich verhalten wie $7,8 : 3,9$?

28. Wie verhält sich der Inhalt einer Ellipse mit der großen Halbachse R und der kleinen Halbachse r zum Inhalt:
- a) des umgeschriebenen konzentrischen Kreises;
 - b) des eingeschriebenen konzentrischen Kreises?

§ 3.

29. Beweise, daß aus der Zahlenproportion $a : b = c : d$ die Produktengleichung $a \cdot d = c \cdot b$ folgt.
30. Beweise, daß aus jeder der nachfolgenden acht Zahlenproportionen jede der sieben übrigen folgt:
- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) $a : b = c : d$; | 5) $a : c = b : d$; |
| 2) $c : d = a : b$; | 6) $b : d = a : c$; |
| 3) $b : a = d : c$; | 7) $c : a = d : b$; |
| 4) $d : c = b : a$; | 8) $d : b = c : a$. |
31. Drücke die in Aufg. 29 und 30 bewiesenen Sätze in Worten als Proportionsgesetze aus.
32. Welche Einschränkungen erleiden die vorgenannten Proportionsgesetze, wenn:
- | | |
|---------------------------------|-------------------------|
| a) a und b oder c und d | } benannte Zahlen sind? |
| b) a und b und c und d | |
33. A durchschreitet dieselbe Strecke mit a Schritten, zu der B b Schritte gebraucht. Wie verhält sich die Schrittgröße des A zu derjenigen des B?
34. Der Temperaturunterschied zwischen dem Schmelzpunkt des Eises und dem Siedepunkt des Wassers ist bei Réaumur in 80, bei Celsius in 100 und bei Fahrenheit in 180 Grade eingeteilt; wie verhält sich 1 Réaumurgrad zu 1 Celsiusgrad und 1 Fahrenheitgrad zu 1 Celsiusgrad?
35. Wie verhalten sich:
- a) die Breiten zweier inhaltsgleichen Rechtecke, deren Höhen sich verhalten wie $m : n$;
 - b) die Umdrehungszahlen pro Minute (N und n) zweier Riemenscheiben einer Transmission, deren Durchmesser D und d sich verhalten wie $130 : 39$;

- c) die Höhen zweier raumgleichen Cylinder, deren Grundradien r und R sind;
- d) die Höhen h_1 und h_2 eines Dreiecks, dessen Seiten a und b sich verhalten wie $26 : 39$?
36. Die Umdrehungszahlen pro Minute zweier ineinander greifenden Zahnräder sollen $n = 183$ und $N = 99$ sein. Wie nimmt man die Zähnezahlen Z und z am einfachsten? (Aufg. 25.)
37. In der vorigen Aufgabe soll $n = 294$ und $N = 154$ sein. Wie wählt man die erforderlichen Zahnräder am einfachsten aus einer Sammlung aus, bei der alle Zähnezahlen durch 5 teilbar sind?
38. Wie verhalten sich in kommunizierenden Röhren die Höhen zweier Flüssigkeiten über der Berührungsstelle, wenn ihre spezifischen Gewichte s_1 und s_2 sind? (IX. Aufg. 72.)
39. Wie verhält sich der vom Presskolben einer hydraulischen Presse ausgeübte Druck Q zu der am Druckkolben wirkenden Kraft P , wenn die Kolbendurchmesser $D = 30 \text{ cm}$ und $d = 2,1 \text{ cm}$ sind?
40. Zwei anfänglich vertikal nach unten gerichtete Kurbeln werden gleichzeitig und in gleichem Sinne in Rotation versetzt. Die erste Kurbel macht pro Minute $n_1 = 5\frac{1}{7}$ Umdrehungen, die zweite $n_2 = 9\frac{1}{3}$ Umdrehungen. Wieviel (x_1 und x_2) Umdrehungen macht jede der Kurbeln, bis beide zum ersten Male wieder gleichzeitig durch die Anfangsstellung hindurchgehen? Nach welcher Zeit (t) tritt dies ein? Anl. Bilde $x_1 : x_2$. (Aufg. 25.)
41. Ein Quadrat soll in ein flächengleiches Rechteck verwandelt werden, dessen Breite sich zur Quadratseite verhält wie $m : n$. Wie verhält sich der Umfang U_2 des Rechtecks zum Umfang U_1 des Quadrates? Antwort: $U_2 : U_1 = (m^2 + n^2) : (2mn)$.

§ 4

42. Löse die Proportion $a : b = c : d$ nach a , nach b , nach c und nach d auf.
43. Drücke die Resultate der vorigen Aufgabe in Worten aus. (Aufg. 24.)
44. Wie groß ist die Höhe h und die Fläche F eines Fensters, dessen Breite $b = 1,10 \text{ m}$ ist, wenn $b : h = 4 : 9$ ist?
45. In einer im Maßstab $1 : 20$ angefertigten Zeichnung ist die Strecke $AB = 31 \text{ cm } 5 \text{ mm}$; wie groß (x) ist die entsprechende Strecke in der Wirklichkeit?

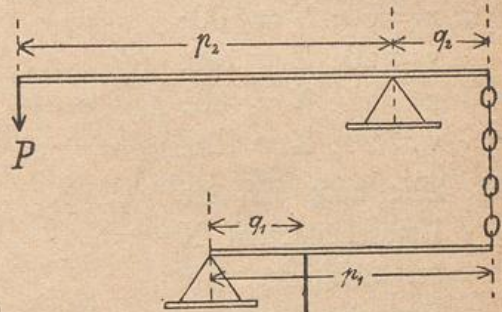
46. Eine Stahlflasche von 10 l Inhalt ist bei 100 *Atm.* mit Wasserstoffgas gefüllt worden. Wieviel (*V*) Gas erhält man daraus bei gewöhnlichem Luftdruck? (Gesetz von Mariotte: $p_1 : p_2 = V_2 : V_1$.)
47. Eine Tonne enthält 220 l oder 185 kg gebrannten Kalk und giebt 370 l gelöschten Kalk. Wieviel (*x*) l gelöschten Kalk erhält man aus 100 l gebrannten Kalk und wieviel (*y*) aus 100 kg gebrannten Kalk?
48. Wie schwer (G_1) wird ein Gußstück, wenn das Modell aus Lindenholz $G_2 = 2200$ g wiegt und das spezifische Gewicht des Gußeisens $s_1 = 7,25$ kg pro *cdm*, das des Lindenholzes $s_2 = 0,55$ kg pro *cdm* ist? (Aufg. 27f.)
49. Wieviel (*x*) Réaumurgrade und wieviel (*y*) Fahrenheitgrade entsprechen einer Temperaturänderung um $\Delta = 5$ Celsiusgrade? (Aufg. 34.)
50. Wieviel (*R*) Grad zeigt eine Réaumurkala und wieviel (*F*) Grad zeigt eine Fahrenheitkala bei einer Temperatur von C° Celsius?
 a) $C = 70$; b) $C = 14$; c) $C = -10$; d) $C = -20$; e) $C = -40$.
 Anl. Der Schmelzpunkt des Eises ist $0^\circ C.$, $0^\circ R.$ und $+32^\circ F.$

§ 5.

51. Wie verhält sich: (Aufg. 18.)
 a) $(ax) : (by)$, wenn $a : b = m : n$ und $x : y = 5 : 7$ ist;
 b) $(a^2) : (b^2)$, wenn $a : b = p : q$ ist;
 c) $\left(\frac{bh^3}{12}\right) : \left(\frac{b_1 h_1^3}{12}\right)$, wenn $b : b_1 = 3 : 4$ und $h : h_1 = 5 : 6$ ist;
 d) $\left(\frac{5a}{u}\right) : \left(\frac{b}{5v}\right)$, wenn $a : b = 5 : 1$ und $u : v = 1 : 5$ ist?
52. Wie verhält sich:
 a) $a : c$, wenn $a : b = 5 : 8$ und $b : c = 4 : 7$ ist;
 b) $(a^2) : (c^2)$, wenn $(a^2) : (u^2) = 4 : 13$ und $u : c = 5 : 2$ ist;
 c) $(3an) : x$, wenn $a : y = m : n$ und $x : y = m : 12$ ist;
 d) $a : d$, wenn $a : b = p : q$, $b : c = r : s$ und $c : d = t : u$ ist?
53. Wie verhalten sich:
 a) die Drehmomente zweier Kräfte, deren Größen sich wie 17 : 36 und deren Hebelarme sich wie 18 : 5 verhalten;
 b) die Inhalte zweier Dreiecke, deren Grundlinien sich wie $p : q$ und deren Höhen sich wie $(3p) : (4q)$ verhalten;
 c) die Rauminhalte zweier Cylinder, deren Grundradien sich wie 3 : 4 und deren Höhen sich wie 8 : 9 verhalten;

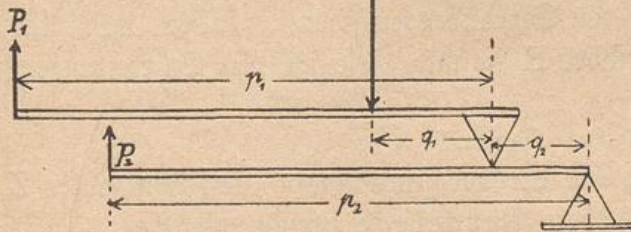
- d) die Gewichte zweier rechteckigen Prismen, deren Breiten sich wie $m : n$, deren Tiefen sich wie $8 : 11$, deren Höhen sich wie $7 : 12$ und deren spezifische Gewichte sich wie $n : m$ verhalten;
 e) die spezifischen Gewichte zweier Würfel, deren Kantenlängen sich wie $8 : 9$ und deren Gewichte sich wie $160 : 81$ verhalten?

54. Wie verhält sich für nebenstehendes Hebelwerk, dessen Hebel durch eine Kette verbunden sind, die für das Gleichgewicht erforderliche Kraft P zur Last Q ?



- a) $p_1 : q_1 = 3 : 1$;
 $p_2 : q_2 = 4 : 1$.

55.

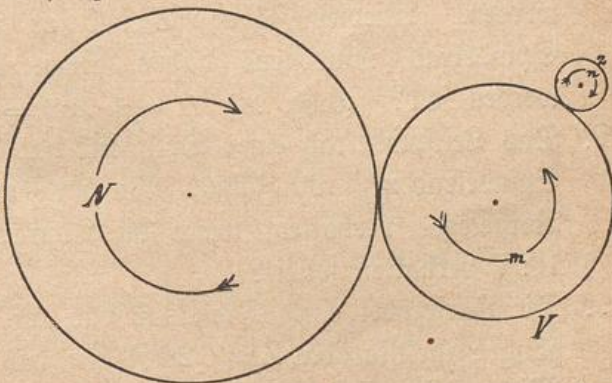


Wie verhält sich für nebenstehendes Hebelwerk $P_1 : Q$ und $P_2 : Q$?

56. Die Bewegung eines Zahnrades von $Z = 130$ Zähnen, welches $N = 15$ Umdrehungen pro *Min.* macht, wird durch ein Zwischenrad von $V = 80$ Zähnen auf ein Rad von $z = 20$ Zähnen übertragen. Wieviel Umdrehungen (n) macht das letztere pro *Min.*?

Ant. $N : m = ?$ und $m : n = ?$

a) Welche Wirkung hat das Zwischenrad Z auf das Übersetzungsverhältnis und auf den Drehungssinn?



57. Das Zahnrad einer Drehbankspindel S von z Zähnen treibt ein Vorgelege, dessen größeres Rad V Zähne besitzt, während das Triebrad v Zähne hat. Letzteres treibt ein Zahnrad von Z Zähnen auf der Leitspindel L . Wie ver-

hält sich die Umdrehungszahl N der Leitspindel zur Umdrehungszahl n der Drehbankspindel?

a) $z = 60$; $V = 100$;

$v = 20$; $Z = 150$.

b) $z = 24$; $V = 90$;

$v = 20$; $Z = 120$.

58. Wie muß sich die Umdrehungszahl N der Leitspindel zur Umdrehungszahl n der Drehbankspindel

beim Schneiden von Schraubengewinden verhalten, wenn die Ganghöhe der Leitspindel H ist und diejenige des Schraubengewindes h fein soll?

Ant. $H \cdot N = h \cdot n$. Warum?

59. Wie müssen sich bei der vorigen Aufgabe die Zähnezahlen Z und z verhalten, wenn kein Vorgelege benutzt wird?

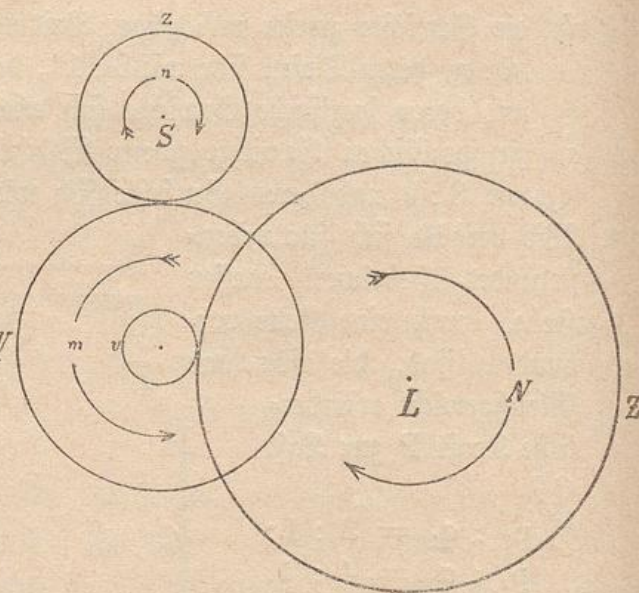
60. Wie groß (h) wird die Ganghöhe des Schraubengewindes, wenn in Aufg. 57 die Leitspindel die Ganghöhe H besitzt?

a) $H = \frac{1}{2}$ engl. Zoll. b) $H = 18$ mm.

61. Mit einer Drehbank, deren Leitspindel die Ganghöhe $H = \frac{2}{3}$ engl. Zoll hat, soll ein Gewinde von $h = 8$ mm Ganghöhe geschnitten werden. Wieviel Zähne (Z und z) müssen Leitspindelrad und Spindelrad mindestens haben, wenn kein Vorgelege benutzt werden soll? (Aufg. 25.) (1 engl. Zoll = 25,4 mm.)

62. Das Leitspindelrad einer Drehbank hat $Z = 140$ Zähne und das Spindelrad $z = 90$ Zähne. Wie müssen sich die Zähnezahlen eines Vorgeleges verhalten, wenn die Tourenzahlen N und n sich wie $1 : 7$ verhalten sollen?

63. Die Leitspindel einer Drehbank hat auf 2 m Länge 145 Gewindgänge; ihr Rad hat $Z = 120$ Zähne, das Spindelrad $z = 40$ Zähne. Wie müssen sich die Zähnezahlen v und V eines Vorgeleges verhalten, wenn man ein Gewinde von $h = 2$ mm Ganghöhe schneiden will? Ant. $H = ?$ $N : n = ?$ (Aufg. 62.)



§ 6.

64. Das Verhältnis von a zu b habe den Wert $v = 0,18$, und es sei $a : b = c : d$; welchen Wert hat:

- a) das Verhältnis von c zu d ;
- b) a , wenn b gegeben ist; c) c , wenn d gegeben ist;
- d) das Verhältnis von $(5a + 3b) : (2a - 0,1b)$;

Ausführung zu d): $\frac{5a + 3b}{2a - 0,1b} = \frac{5 \cdot 0,18b + 3b}{2 \cdot 0,18b - 0,1b} = \frac{3,9}{0,26} = 15.$

- e) das Verhältnis von $(5c + 3d) : (2c - 0,1d)$;
- f) das Verhältnis von $(14a - 3b) : (15b - 78a)$;
- g) das Verhältnis von $(14c - 3d) : (15d - 78c)$;
- h) das Verhältnis von $(2^{1/3}a + 1,5b) : (3b - 3^{1/3}a)$;
- i) das Verhältnis von $(2^{1/3}c + 1,5d) : (3d - 3^{1/3}c)$?

65. Beweise (für beliebige Zahlenwerte von k, l, m und n) das Hauptgesetz:

Pr.I.)* „Ist $a : b = c : d$, so ist auch $(ka + lb) : (ma + nb) = (kc + ld) : (mc + nd)$.“

66. Drücke Pr.I.) in Worten aus für:

- a) $k=1, l=1, m=0, n=1$; β) $k=1, l=-1, m=0, n=1$;
- γ) $k=1, l=0, m=1, n=1$; δ) $k=1, l=0, m=1, n=-1$;
- ϵ) $k=1, l=1, m=1, n=-1$; ζ) $k=0, l=1, m=-1, n=1$.

67. Wende Pr.I.) für die in der vorigen Aufgabe genannten Wertsysteme α bis ζ auf nachfolgende Proportionen an:

a) $a : b = 8 : 11$; b) $u : v = 2 : 0,3$; c) $(x^2) : (y^2) = 7 : 9$.

68. Erläutere die Proportionen: a) $\delta : l = \epsilon : 1$; b) $a : b = f : 1$;

c) $z : a = p : 100$; d) $z : b = p : 100$; e) $z : a = (np) : 100$.

69. Bilde für nachfolgende Verhältnisse mit Hilfe von Pr.I.) (ohne Zwischenrechnung) Proportionen: (Aufg. 68.)

- a) Endlänge l_1 zu Anfangslänge l bei der Dehnung ϵ ;
- b) Verlängerung δ zu Endlänge l_1 bei der Dehnung ϵ ;
- c) Gewicht des Zuzages (z) zu Feingewicht (a) beim Feingehalt f ;
- d) Gewinn (z) zu Verkaufspreis (b) bei $p\%$ Gewinn auf Hundert;
- e) Rabatt (z) zu Barzahlung (a) bei Rabatfuß p (vom Hundert);
- f) Barzahlung (a) zu Schuldbetrag (b) bei Diskontofuß p (vom H.) und n Jahren;
- g) Anfangskapital (a) zu Endkapital (b) bei $p\%$ Zinsen und n Jahren;

*) Pr. heißt Proportionsgesetz.

- h) Diskontobetrag (z) zu diskontiertem Betrag (a) bei Diskontozins p (vom \mathcal{H} .) und n Tagen.
70. Zwei Händler kaufen die gleiche Ware zum gleichen Preise ein. Der eine verkauft die Ware mit $p = 10\%$ Nutzen vom Einkaufspreis, der andere mit $p = 10\%$ Nutzen vom Verkaufspreis. Wie verhalten sich ihre Gewinne z_1 und z_2 ? Anl. Bilde $z_1 : a$ und $z_2 : a$.
71. Wieviel (x) % Rabatt vom Hundert sind p % Rabatt auf Hundert? Anl. $z : b = x : 100$; $z : a = p : 100$; $z : b = p : ?$
72. Wieviel (x) % Rabatt auf \mathcal{H} . sind p % Rabatt vom \mathcal{H} .?
73. Die Strecke AB ist durch C im Verhältnis $m : n$ und CB durch D im Verhältnis $p : q$ geteilt. Wie verhält sich $AD : DB$? (Zeichnung!)
Anl. $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{DB} + \frac{CD}{DB} = \frac{AC}{CB} \cdot \frac{CB}{DB} + \frac{CD}{DB}$.
- a) $m = 1$; $n = 2$; $p = 1$; $q = 2$; b) $m = 1$; $n = 1$; $p = 2$; $q = 5$.
74. Ist W der Neuwert eines Gebäudes, D die voraussichtliche Dauer desselben und E seine Entwertung nach der Zeit t , so gilt nach der „Hütte“ die Beziehung: $E = W \cdot \frac{t}{D} \cdot \frac{D+t}{2D}$. Wieviel (p) % des Neuwertes beträgt hiernach die Entwertung nach $\frac{1}{3}$ der voraussichtlichen Dauer? a) nach $\frac{3}{5} D$; b) nach $\frac{3}{4} D$.
75. Wie groß ist x und y , wenn $x + y = s$ und a) $x : y = m : n$; b) $x : y = (a + b) : (a - b)$; c) $x : y = (a + 2b) : (b + 2a)$ ist?
76. Bei unbearbeiteten Zahnrädern verhält sich die Zahnstärke a zur Lückenweite a_1 wie $19 : 21$. Wie groß ist a und a_1 , wenn die Teilung $t = \pi \cdot 20 \text{ mm}$ ist?
77. Die atmosphärische Luft besteht annähernd aus 21 Raumteilen Sauerstoff und 79 Raumteilen Stickstoff. Aus wieviel (p_1 und p_2) Gewichtsprozent Sauerstoff und Stickstoff besteht die Luft, wenn die spezifischen Gewichte von Sauerstoff und Stickstoff sich wie $8 : 7$ verhalten?
78. Die Strecke AB ist innerhalb durch C und außerhalb durch D im Verhältnis $m : n$ geteilt. In welchem Verhältnis ist CD durch B (oder A) geteilt?
79. Wie verhält sich $x : u$, wenn a) $(x + u) : u = 17 : 11$; b) $u : (u - x) = 5 : 3$; c) $(u + x) : (u - x) = 19 : 9$ ist?
80. Wie groß ist x , wenn a) $18 : (x + 18) = 3 : 5$; b) $(x - 1) : x = 8 : 11$; c) $x : (x + b) = (a - b) : (a + b)$ ist?
81. Wie nennt man x in der Proportion $a : x = x : b$? Wie groß ist x^2 ?

XIII. Wurzeln und rein quadratische Gleichungen.

§ 1.

1—2. Setze in nachfolgenden Formen:

1. $a = 729$; $b = 64$;

2. $a = 64$; $b = 1$;

a) $\sqrt{a + \sqrt{b}}$	b) $\sqrt{a + b}$	c) $\sqrt{a - \sqrt{b}}$	d) $\sqrt{a - b}$
e) $\sqrt[3]{a + \sqrt[3]{b}}$	f) $\sqrt[3]{a + b}$	g) $\sqrt[3]{a - \sqrt[3]{b}}$	h) $\sqrt[3]{a - b}$
i) $\sqrt{a + \sqrt{b}}$	k) $\sqrt{\sqrt{a + b}}$	l) $\sqrt{\sqrt{a + \sqrt{b}}}$	m) $\sqrt{a^2 + b^2}$
n) $\sqrt[3]{a + \sqrt{b}}$	o) $\sqrt{a + \sqrt[3]{b}}$	p) $\sqrt[3]{\sqrt{a + \sqrt{b}}}$	q) $\sqrt{\sqrt[3]{a + \sqrt[3]{b}}}$

3. Zur Vernietung zweier Kesselbleche von der Stärke δ wählt man den Nietdurchmesser d nach der Formel: $d = \sqrt{50 \text{ mm} \cdot \delta} - 4 \text{ mm}$. Wie groß ist hiernach d für $\delta = 18 \text{ mm}$?

4. Der Inhalt eines Dreiecks ist $F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, wo s die halbe Summe der Dreiecksseiten bedeutet. Wie groß ist hiernach F für $a = 14 \text{ cm}$; $b = 28 \text{ cm}$; $c = 16 \text{ cm}$?

a) $a = 1 \text{ m}$; $b = 8 \text{ dm}$; $c = 4 \text{ dm}$; b) $a = 18 \text{ m}$; $b = 16 \text{ m}$; $c = 12 \text{ m}$.

5. Wie groß ist: a) $\sqrt{16a^4}$; b) $\sqrt{x^2y^4}$; c) $\sqrt{a^{18}}$; d) $\sqrt{a^{2n}}$;

e) $\sqrt{(x-y)^2}$; f) $\sqrt{25(u+v)^4}$; g) $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$; h) $\sqrt{x^2 + 2x + 1}$;

i) $\sqrt{9u^2 - 30uv + 25v^2}$; k) $\sqrt{x^2 - 2xy - 2xz + y^2 + 2yz + z^2}$;

l) $\sqrt[3]{8x^3}$; m) $\sqrt[3]{x^6y^9}$; n) $\sqrt[3]{125a^{12}}$; o) $\sqrt[3]{a^{18}}$; p) $\sqrt[3]{a^{3n}}$;

q) $\sqrt[3]{(a+b)^3}$; r) $\sqrt[3]{27(x-y)^9}$; s) $\sqrt[3]{a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3}$?

6. Wie groß ist der Inhalt eines Dreiecks, dessen Seiten $a = 13 \text{ cm}$, $b = 20 \text{ cm}$, $c = 21 \text{ cm}$ sind? (ohne Ausrechnung des Radikanden.)

a) $a = 2 \text{ m}$; $b = 7 \text{ dm}$; $c = 15 \text{ dm}$; b) $a = 1 \text{ m}$; $b = 17 \text{ dm}$; $c = 9 \text{ dm}$.

7. Wie groß ist: a) $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}$; b) $(3\sqrt{5})^4$; c) $(\sqrt{a})^{2n}$;

d) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x}$; e) $(\sqrt[3]{u+1})^9$; f) $(2\sqrt[3]{3})^6$; g) $(\sqrt[3]{a})^{3n}$?

8—12.*) Verwandle in ein Produkt:

8. a) $(\sqrt{5})^3$; b) $(\sqrt{3})^5$; c) $(\sqrt[3]{a})^4$; d) $(2\sqrt{7})^3$; e) $(a\sqrt[3]{b})^7$.

*) Bei allen folgenden Aufgaben in § 1, § 2 und § 3 können die Resultate, welche Wurzeln aus ganzen Zahlen enthalten, mittelst der Wurzeltabelle des Tabellenheftes ausgewertet werden.

9. a) $17x\sqrt{3x} - x\sqrt{3x}$ | b) $5\sqrt{a} + 6\sqrt{a}$ | c) $8\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 5$
 10. a) $5\sqrt{11} - 7\sqrt{11} + \sqrt{11}$ | b) $8\sqrt[3]{4} - 7\sqrt[3]{4}$ | c) $7\sqrt[3]{5} + 11\sqrt[3]{5} - 18\sqrt[3]{5}$
 11. a) $\sqrt{x} + x\sqrt{x} + x^2\sqrt{x}$ | b) $a\sqrt{a} - b\sqrt{a}$ | c) $5\sqrt{3+a} + a\sqrt{a+3}$
 12. a) $(\sqrt{2})^7 + (\sqrt{2})^5 - \sqrt{2}$; b) $(\sqrt{3})^7 - (2\sqrt{3})^5 + (3\sqrt{3})^3 - 4\sqrt{3}$.

13—17. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

- | a) | b) | c) |
|--------------------------------|-------------------------------|--|
| 13. $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})$ | $(\sqrt{a}-b)(\sqrt{a}+b)$ | $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})$ |
| 14. $(8+\sqrt{3})(8-\sqrt{3})$ | $(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$ | $(\sqrt{3}+\sqrt{7})(\sqrt{3}-\sqrt{7})$ |
| 15. $(\sqrt{3}-4)\sqrt{3}$ | $(7\sqrt{5}-10)\sqrt{5}$ | $(\sqrt{5}-1)(10+2\sqrt{5})$ |
| 16. $(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a})$ | $(4+3\sqrt{7})(21-4\sqrt{7})$ | $(\sqrt{5}-1)^2$ |
| 17. $(3\sqrt{7}+5)^2$ | $(a-\sqrt{b})^2$ | $(a-b\sqrt{n})(c-d\sqrt{n})$. |

18—30. Erweitere, so daß der Divisor wurzelfrei wird:

18. a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; b) $\frac{15}{\sqrt{3}}$; c) $\frac{5}{\sqrt{10}}$; d) $\frac{a}{\sqrt{b}}$; e) $\frac{7}{\sqrt{a}}$; f) $\frac{12}{5\sqrt{3}}$
 19. a) $\frac{a+b}{\sqrt{a+b}}$; b) $\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a-b}}$; c) $\frac{12-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$; d) $\frac{4+\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$; e) $\frac{2+5\sqrt{10}}{2\sqrt{10}}$
 20. a) $4 : (\sqrt[3]{3})^2$; b) $13 : (\sqrt[3]{13})^2$; c) $1 : \sqrt[3]{a}$.
 21. a) $1 : (\sqrt{2}-1)$; b) $1 : (1+\sqrt{2})$; c) $6 : (\sqrt{10}+3)$; d) $4 : (\sqrt{3}+3)$.
 22. a) $1 : (\sqrt{n}+1)$; b) $a : (b+\sqrt{c})$; c) $5 : (8-3\sqrt{7})$; d) $17 : (7+4\sqrt{2})$.

- | a) | b) | c) |
|---|----------------------------------|--------------------------------------|
| 23. $6 : (3\sqrt{2}+4)$ | $3 : (5-2\sqrt{7})$ | $19 : (5-3\sqrt{7})$ |
| 24. $\sqrt{2} : (\sqrt{2}+1)$ | $\sqrt{26} : (\sqrt{26}+5)$ | $\sqrt{5} : (3+\sqrt{5})$ |
| 25. $\sqrt{20} : (5-\sqrt{20})$ | $\sqrt{6} : (3+\sqrt{6})$ | $\sqrt{n} : (\sqrt{n}-1)$ |
| 26. $(3\sqrt{8}) : (3-\sqrt{8})$ | $(4\sqrt{5}) : (5-\sqrt{5})$ | $(3\sqrt{7}) : (11-4\sqrt{7})$ |
| 27. $\frac{32-3\sqrt{110}}{21-2\sqrt{110}}$ | $\frac{7+9\sqrt{7}}{9+\sqrt{7}}$ | $\frac{66+5\sqrt{11}}{5+6\sqrt{11}}$ |

28. a) $(1+2\sqrt{3}) : (2+3\sqrt{3})$; b) $(5+7\sqrt{2}) : (9+4\sqrt{2})$.
 29. a) $70 : (\sqrt{5}+\sqrt{3})$; b) $n : (\sqrt{a+n}+\sqrt{a})$; c) $5 : (2\sqrt{3}-\sqrt{2})$.
 30. a) $1 : (2\sqrt{7}-3\sqrt{3})$; b) $5 : (3\sqrt{11}-7\sqrt{2})$; c) $2 : (5\sqrt{3}+3\sqrt{5})$.

31—32. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf (Res. mit wurzelfreiem Divisor):

31. a) $3x + x\sqrt{3} = 14$; b) $2x\sqrt{7} + 3x\sqrt{5} = 17$.

32. a) $\frac{x}{\sqrt{5}} + 22\sqrt{5} = 3x$; b) $x + \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{x}{\sqrt{2}} = a$.

§ 2.

33. Drücke in Worten aus:

a) $\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$; b) $\sqrt[3]{abc} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{c}$.

34. Zahlenbeispiel zu Aufg. 33: $a = 64$; $b = 729$; $c = 15\,625$.

35—51. Verwandle in ein Produkt, resp. eine Potenz:

- | a) | b) | c) | d) | e) |
|-----------------------|-------------------|-----------------|-----------------|----------------------|
| 35. $\sqrt{4u}$ | $\sqrt{20}$ | $\sqrt{98}$ | $\sqrt{92x}$ | $\sqrt{1000}$ |
| 36. $\sqrt[3]{27x^2}$ | $\sqrt[3]{8ab^2}$ | $\sqrt[3]{16}$ | $\sqrt[3]{54a}$ | $\sqrt[3]{100\,000}$ |
| 37. $\sqrt{5a^2}$ | $\sqrt{a^3}$ | $\sqrt{32x^2y}$ | $\sqrt{250c^3}$ | $\sqrt{a^5b^2}$ |
38. a) $\sqrt{27a^6b^5c^4}$; b) $\sqrt{8a^2b + 12a^3}$; c) $\sqrt{5a^2 + 10ab + 5b^2}$.
39. a) $\sqrt{a^n}$; b) $\sqrt[3]{a^n}$; c) $\sqrt{8^2}$; d) $\sqrt[3]{216^2}$; e) $\sqrt[3]{(27x)^2}$.
40. a) $\sqrt{275} - \sqrt{11}$ b) $\sqrt{63} + \sqrt{847}$ c) $\sqrt{45} - \sqrt{20}$
41. a) $\sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{75}$ b) $\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{50}$ c) $8\sqrt{108} + 5\sqrt{75}$
42. a) $7\sqrt{28} + 3\sqrt{7} + 11\sqrt{63}$ b) $13\sqrt{50} + 6\sqrt{18} - 10\sqrt{128}$
43. a) $11\sqrt{12} - (7\sqrt{27} + \sqrt{3})$ b) $\sqrt{500} + \sqrt{20} - \sqrt{169} + \sqrt{5}$
44. a) $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{72}$; b) $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{250}$; c) $\sqrt[3]{40} + \sqrt[3]{625} - \sqrt[3]{135}$.
45. a) $7\sqrt[3]{7} + 56\sqrt[3]{56}$; b) $56\sqrt[3]{7} - 7\sqrt[3]{56} - 14\sqrt[3]{189}$.
46. a) $\sqrt{5v} + \sqrt{80v}$ b) $\sqrt{25u} - \sqrt{9u}$ c) $8\sqrt{49a^3b} + a\sqrt{ab}$
47. a) $3\sqrt{4x} - \sqrt{36x}$ b) $\sqrt{5a^2} + \sqrt{20b^2}$ c) $\sqrt{a} + \sqrt{a^3} + \sqrt{a^5}$
48. a) $\sqrt{75a^3b^2} + \sqrt{27ab^4}$; b) $\sqrt{4a + 12b} + \sqrt{a^3 + 3a^2b}$.
49. $\sqrt{3a^2 - 6ab + 3b^2} + \sqrt{12a^2 + 12ab + 3b^2}$.
50. a) $\sqrt[3]{216v^2} - \sqrt[3]{125v^2}$; b) $\sqrt[3]{16x} + \sqrt[3]{250x}$; c) $\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{8a^5}$.
51. a) $2\sqrt[3]{7u^3} - \sqrt[3]{56v^3}$; b) $\sqrt[3]{(a+b)^4} - \sqrt[3]{a^4 + a^3b}$.

52—55. Vereinfache mit Hilfe von Aufgabe 33:

52. a) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab}$ | b) $2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{15}$ | c) $\sqrt{7x} \cdot \sqrt{21ax}$

53. a) $\sqrt{a+b} \cdot \sqrt{5a+5b}$ | b) $\sqrt{a-b} \cdot \sqrt{a^2-b^2}$ | c) $(\sqrt[3]{a})^2 \cdot \sqrt[3]{5a}$

54. a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$; b) $(\sqrt{12} + \sqrt{108} + \sqrt{75}) \cdot 2\sqrt{6}$.

55. a) $(\sqrt{8} + 3\sqrt{50} - 4\sqrt{98}) : \sqrt{2}$; b) $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{250} \cdot \sqrt[3]{108}$.

56. Drücke in Worten aus:

a) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{abc}$; b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{c} = \sqrt[3]{abc}$.

57—63. Vereinfache resp. berechne:

57. a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ | b) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{5}$ | c) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{70}$ | d) $\sqrt{3a} \cdot \sqrt{5b}$

58. $\sqrt{\frac{15}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{3}}$ | $\sqrt{8\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{19}}$ | $\sqrt{\frac{a^2}{b}} \cdot \sqrt{\frac{2b}{a}}$ | $\sqrt{\frac{18}{x}} \cdot \sqrt{\frac{x}{2}}$

59. a) $\sqrt{n^2-1} \cdot \sqrt{\frac{16}{n+1}}$; b) $\sqrt{48 \cdot \frac{a+b}{a-b}} \cdot \sqrt{3a^2-3b^2}$.

60. a) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{5}$; b) $\sqrt[3]{20} \cdot \sqrt[3]{50}$; c) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}$; d) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}$.

61. a) $\sqrt{21} \cdot \sqrt{6}$; b) $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{7a}$; c) $\sqrt{15x} \cdot \sqrt{35x}$; d) $\sqrt[3]{100} \cdot \sqrt[3]{30}$.

62. a) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{15} + \sqrt{27} \cdot \sqrt{2}$; b) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{5a^3} - \sqrt{5b} \cdot \sqrt{b^3}$.

63. a) $(\sqrt{a})^n$; b) $(\sqrt[3]{a})^n$; c) $(3\sqrt[3]{2})^2 + \sqrt[3]{500} - \sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{16}$.

64—65. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

64. a) $\sqrt{7}(5 - 2\sqrt{3})$; b) $\sqrt{3}(7\sqrt{5} - 5\sqrt{7})$; c) $\sqrt{6}(\sqrt{3} + 3\sqrt{8})$.

65. a) $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(4\sqrt{3} - 5\sqrt{2})$; b) $(\sqrt{11} - 2\sqrt{3})^2$.

66—71. Erweitere, so daß der Divisor wurzelfrei wird:

66. a) $\sqrt{6} : \sqrt{5}$; b) $\sqrt{15} : \sqrt{35}$; c) $\sqrt{21} : (3\sqrt{15})$; d) $\sqrt{a-b} : \sqrt{a+b}$.

67. a) $\sqrt{50} : (\sqrt{2} - 1)$ | b) $\sqrt{6} : (2 + \sqrt{3})$ | c) $(3\sqrt{3}) : (5\sqrt{2} - 7)$

68. $\sqrt{11} : (3 + \sqrt{7})$ | $\sqrt{15} : (3\sqrt{5} + 4)$ | $(11\sqrt{2}) : (5\sqrt{3} - 8)$

69. $\sqrt{30} : (\sqrt{5} + \sqrt{6})$ | $\sqrt{3} : (\sqrt{7} - \sqrt{3})$ | $(19\sqrt{6}) : (8\sqrt{2} + 7\sqrt{3})$

70. $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ | $\frac{\sqrt{11} + \sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$ | $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{11}}$

71. a) $\frac{70 + 29\sqrt{10}}{2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}}$; b) $\frac{\sqrt{110} + \sqrt{42}}{\sqrt{77} - \sqrt{60}}$; c) $\frac{\sqrt{33} - \sqrt{14} - \sqrt{21} + \sqrt{22}}{\sqrt{11} - \sqrt{7}}$.

§ 3.

72. Drücke in Worten aus: a) $\sqrt{\frac{a}{u}} = \sqrt{a} : \sqrt{u}$; b) $\sqrt[3]{\frac{a}{u}} = \sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{u}$.

73. Zahlenbeispiel zu Aufg. 72: a = 46 656; b = 729.

74–76. Berechne:

74. a) $\sqrt{\frac{16}{81}}$; b) $\sqrt{\frac{1}{9}}$; c) $\sqrt{2^{1/4}}$; d) $\sqrt[3]{3^{3/8}}$; e) $\sqrt{\frac{4a^2}{9b^2}}$.

75. a) $\sqrt{\frac{10}{27}} \cdot \sqrt[3]{1/3}$; b) $\sqrt{\frac{15}{28}} \cdot \sqrt{8^{4/7}}$; c) $\sqrt{4^{1/10}} \cdot \sqrt{1^{1/40}}$; d) $\sqrt{1^{3/8}} \cdot \sqrt{5,5}$.

76. a) $\sqrt{2^{4/7}} \cdot \sqrt{7^{1/7}}$; b) $\sqrt{\frac{35a^5b^3}{12c^3}} \cdot \sqrt{\frac{21ab^3}{20c}}$; c) $\sqrt[3]{\frac{12u^2}{25v}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9u}{20v^5}}$.

77–82. Verwandle in einen Quotienten mit wurzelfreiem Divisor:

77. a) $\sqrt{\frac{a}{49}}$; b) $\sqrt{\frac{5}{16}}$; c) $\sqrt{5^{1/4}}$; d) $\sqrt{\frac{D^2\pi}{4}}$; e) $\sqrt{\frac{5x^4}{81}}$; f) $\sqrt{\frac{18}{25}}$.

78. a) $\sqrt{\frac{7}{x^2}}$; b) $\sqrt{a + \frac{b^2}{4}}$; c) $\sqrt{\frac{7a}{2} + \frac{b^2}{4}}$; d) $\sqrt[3]{\frac{a+b}{27000}}$; e) $\sqrt[3]{\frac{16a}{343}}$.

79. a) $\sqrt{1^{8/9}} - \sqrt{1^{1/16}}$; b) $\sqrt{3^{1/4}} + \sqrt{1^{4/9}}$; c) $\sqrt{0,37} + \sqrt{9^{1/4}}$.

80. a) $\sqrt{\frac{1}{a}}$; b) $\sqrt{\frac{3}{8}}$; c) $\sqrt{2^{1/12}}$; d) $\sqrt{\frac{u^2}{v}}$; e) $\sqrt[3]{\frac{5}{16}}$; f) $\sqrt[3]{13^{1/2}}$.

81. a) $\sqrt{3^{1/2}} - \sqrt{1^{5/9}}$ | b) $\sqrt{1^{1/3}} - \sqrt[3]{1/4}$ | c) $\sqrt{1^{1/5}} + \sqrt{7^{1/2}}$

82. a) $\sqrt{\frac{a}{2} + \frac{b}{3}}$ | b) $\sqrt{3^{1/7}} \cdot \sqrt{1^{5/6}}$ | c) $\sqrt[3]{12^{1/2}} - \sqrt[3]{6^{2/5}}$.

83. Drücke in Worten aus: a) $\sqrt{a} : \sqrt{u} = \sqrt{\frac{a}{u}}$; b) $\sqrt[3]{a} : \sqrt[3]{u} = \sqrt[3]{\frac{a}{u}}$.

84–86. Vereinfache resp. berechne:

84. a) $\sqrt{21} : \sqrt{3}$; b) $\sqrt{363} : \sqrt{3}$; c) $\sqrt[5]{7} : \sqrt[1]{7}$; d) $\sqrt{17^6/7} : \sqrt[5]{7}$.

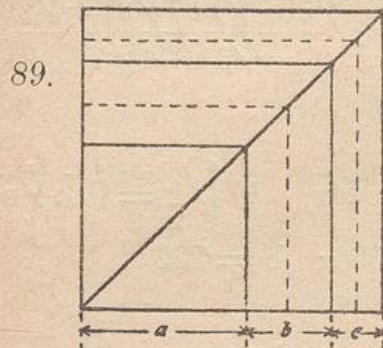
85. a) $\sqrt{10} : \sqrt{0,1}$; b) $(\sqrt{3} \cdot \sqrt{8,4}) : \sqrt{0,7}$; c) $\sqrt[3]{54} : \sqrt[3]{2}$.

86. a) $\sqrt[3]{30} : \sqrt[3]{5}$; b) $\sqrt[3]{108} : \sqrt[3]{0,5}$; c) $\sqrt[3]{25a^4b} : \sqrt[3]{0,2ab^4}$.

87. Wie groß ist der Inhalt eines gleichseitigen Dreiecks von der Seitenlänge a? (Aufg. 4.)

88. Wie groß ist der Dreiecksinhalt, wenn b = a ist? (Aufg. 4.)

§ 4.



89.

Beweise und veranschauliche (mit Hilfe der punktierten Strecken) geometrisch:

a) $(a + b)^2 = a^2 + (2a + b)b$

b) $(a + b + c)^2 = a^2 + (2a + b)b + (2a + 2b + c)c.$

90—94. Berechne durch Ausziehen der Quadratwurzel:

90. a) $\sqrt{676}$; b) $\sqrt{22,09}$; c) $\sqrt{83521}$; d) $\sqrt{80,8201}$.

91. a) $\sqrt{368449}$; b) $\sqrt{6544,81}$; c) $\sqrt{0,0576}$; d) $\sqrt{0,001444}$.

92. a) $\sqrt{19175641}$; b) $\sqrt{1460,7684}$; c) $\sqrt{75,829264}$; d) $\sqrt{1607,2081}$.

93. a) $\sqrt{0,16297369}$; b) $\sqrt{674139,5236}$; c) $\sqrt{289,306081}$.

94. a) $\sqrt{909022500}$; b) $\sqrt{1459,392804}$; c) $\sqrt{278847,3636}$.

95. Berechne Aufgabe 92 bis 94 unter Benutzung der Potenztabelle für die 3 ersten Ziffern.

Ausführung zu Aufg. 92a): $\sqrt{19175641} = 4379$

$$\begin{array}{r} 190969 \\ 8749 \overline{) 78741} \\ \underline{78741} \end{array}$$

96. Wann nennt man eine Quadratwurzel rational, wann irrational? Wieviel ganze Zahlen zwischen 1 und 10, zwischen 1 und 100, zwischen 100 und 1000000 haben rationale Quadratwurzeln?

97. Berechne durch Ausziehen der Quadratwurzel (mit oder ohne Benutzung der Potenztabelle) auf 5 Ziffern genau:

a) $\sqrt{5532384413}$; b) $\sqrt{6486,7}$; c) $\sqrt{37,3}$; d) $\sqrt{0,1}$; e) $\sqrt{0,02}$.

98. Das selbe für die in Abschnitt VIII angegebenen Quadratwurzeln. (80 Aufgaben.)

§ 5.

99. Was bedeutet: a) $\sqrt[4]{a}$; b) $\sqrt[5]{a}$; c) $\sqrt[6]{a}$; d) $\sqrt[n]{a}$?

100. Wie nennt man in $\sqrt[n]{a}$ die Zahl n und die Größe a?

101. Wie groß ist: a) $(\sqrt[4]{a})^4$; b) $(\sqrt[n]{a})^n$; c) $\sqrt[5]{a^5}$; d) $\sqrt[a^p]{a^p}$;

e) $(\sqrt[5]{a})^{10}$; f) $\sqrt[6]{a^{18}}$; g) $(\sqrt[n]{a})^{(nm)}$; h) $\sqrt[p]{u^{(pq)}}$; i) $(\sqrt[4]{a})^3 \cdot \sqrt[4]{a}$;

k) $\sqrt[n]{0}$; l) $\sqrt[n]{1}$; m) $\sqrt[4]{81}$; n) $\sqrt[4]{625}$; o) $\sqrt[5]{3200000}$?

102. Drücke in Worten aus:

R.I.)* $\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}$	R.Ia.) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{abc}$
R.II.) $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$	R.IIa.) $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
R.III.) $\sqrt[n]{\frac{a}{u}} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{u}$	R.IIIa.) $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{u} = \sqrt[n]{\frac{a}{u}}$

103–106. Verwandle resp. berechne mit Hilfe der vorstehenden Formeln:

103. a) $\sqrt[5]{32a}$; b) $\sqrt[4]{162}$; c) $\sqrt[6]{64a^7b}$; d) $\sqrt[9]{3^{19}}$; e) $\sqrt[n]{a^{n+1}}$.

104. a) $\sqrt[5]{64} \cdot \sqrt[5]{16}$; b) $\sqrt[6]{27a^2} \cdot \sqrt[6]{27a^4}$; c) $\sqrt[4]{12a} \cdot \sqrt[4]{90a^3} \cdot \sqrt[4]{750}$.

105. a) $\sqrt[5]{3125^3}$; b) $\sqrt[6]{64^5}$; c) $(\sqrt[6]{a^2})^3$; d) $(\sqrt[4]{9x^2})^2$.

106. a) $\sqrt[5]{\frac{x}{243}}$; b) $\sqrt[4]{\frac{r^4\pi}{16}}$; c) $\sqrt[6]{\frac{320ab}{5b^7}}$; d) $\sqrt[4]{80x^7} : \sqrt[4]{5x^3}$.

107. Drücke in Worten aus:

R.IV.) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[\text{(mn)}]{a}$	R.IV.a.) $\sqrt[\text{(mn)}]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$ oder $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$
R.V.) $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[\text{(mk)}]{a^{\text{(nk)}}}$	R.V.a.) $\sqrt[\text{(mk)}]{a^{\text{(nk)}}} = \sqrt[m]{a^n}$

108. Vereinfache: a) $\sqrt[3]{\sqrt{5}}$; b) $\sqrt[9]{27a^6b^3}$; c) $\sqrt[3]{\sqrt{a^3}}$; d) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{32x^5}}$;

e) $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$; f) $\sqrt{7} \cdot \sqrt[3]{3}$; g) $(\sqrt[8]{4})^6$; h) $\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[10]{a^2}$.

109. Bestimme: a) $\sqrt[6]{531441}$; b) $\sqrt[4]{0,0625}$; c) $\sqrt[4]{1681}$; d) $\sqrt[6]{29791}$.

§ 6.

110. Was versteht man unter einer rein quadratischen Gleichung? Welcher Entwicklungsschritt kommt bei der Auflösung derselben in Betracht?

111–122. Löse nachfolgende Gleichungen nach x auf:

111. a) $x^2 = 16a^4$ | b) $x^2 = \frac{4}{9}$ | c) $x^2 = 9a^2 - 30ab + 25b^2$

112. a) $x^2 + 9 = 90$ | b) $18 - x^2 = -7$ | c) $(x + 4)(x - 4) = 9$

113. a) $(11 + x)(20 - x) = 139 + 9x$ | b) $(x - 7)^2 + 9x = 5(13 - x)$

114. $(13 - x)(5 - x) = 9(\frac{7^2}{3} - 2x)$ | $(x + 3)(5 - x) = 2(x - 17)$

*) R. heißt Radizierungsformel.

115. a) $x^2 + b^2 = c^2$ | b) $19a^2 - x^2 = 4a^2$ | c) $x^2 + \frac{a^2}{4} = a^2$

116. a) $8x^2 = 1800$ | b) $13x^2 = 2,08 \text{ qcm}$ | c) $a x^2 \pi = b u^2 \pi$

117. a) $\frac{x^2}{5} = 5$; b) $\frac{x^2}{12} = 75 \text{ qm}$; c) $\frac{25}{x} = x$; d) $\frac{6}{x} = \frac{x}{24}$; e) $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$

118. a) $\frac{18x^2}{175} = 56$; b) $\frac{a}{x} = xb$; c) $7x^2 - 24 = 319$; d) $11 - 8x^2 = 9$

119. a) $(5x - 8)(3x - 1) = 143 - 29x$; b) $x^2 = a^2(b^2 - x^2)$

120. a) $x - \frac{256}{x} = 0$; b) $\frac{a}{x-5} = \frac{x+5}{a+10}$; c) $\frac{13x-9}{5x-1} - \frac{3x-1}{2x+1} = 1$

121. a) $\frac{3x+11}{6+x} - \frac{4x+1}{9x-10} = 1$ | b) $\frac{14x+20}{4x-5} - 10 = \frac{60-20x}{3x-5}$

122. a) $\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{1}{a}\right)^2$ | b) $\frac{5x}{14} - 21 = 7\left(\frac{10}{x} - 3\right)$

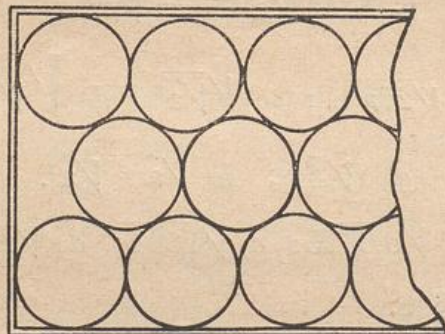
123. In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Katheten $a = 24 \text{ cm}$ und $b = 7 \text{ cm}$. Wie groß (c) ist die Hypotenuse?

a) $a = 5 \text{ m}$; b) $b = 12 \text{ m}$; c) $a = 48 \text{ cm}$; d) $b = 5\frac{1}{2} \text{ dm}$.

124. Aus einem runden Blech vom Radius r soll ein Rechteck von der Breite b ausgeschnitten werden. Wie groß (h) wird die Höhe?

125. Wie groß ist die Höhe h und der Inhalt F eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Seite a ist?

126. 50 runde Stäbe vom Durchmesser d sollen in 3 Reihen übereinander in eine möglichst niedrige Kiste eingepackt werden. Wie groß muß die lichte Länge (L) und die lichte Höhe (H) der Kiste sein?



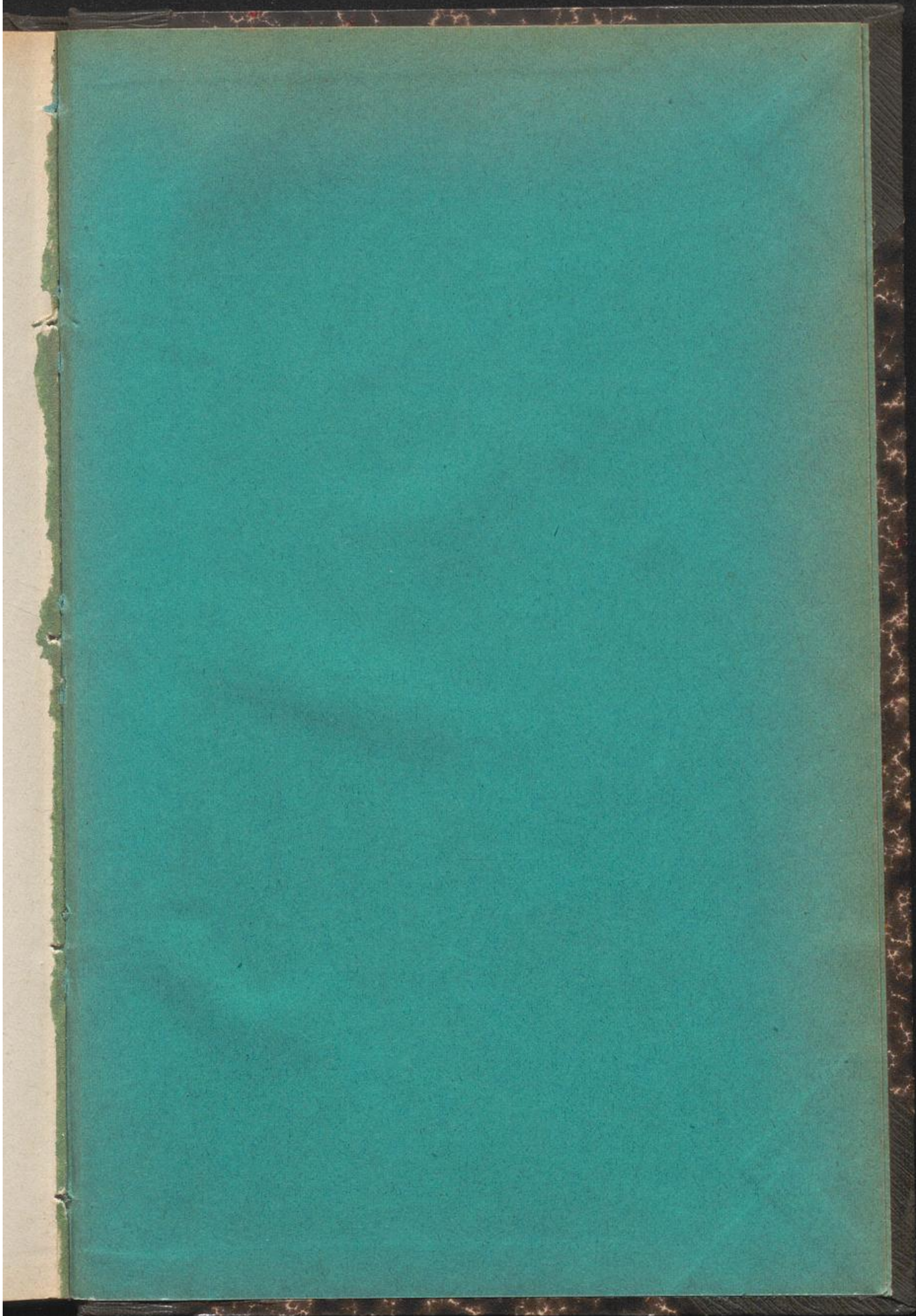
127. Wie groß sind die Katheten (a) eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse c ist?

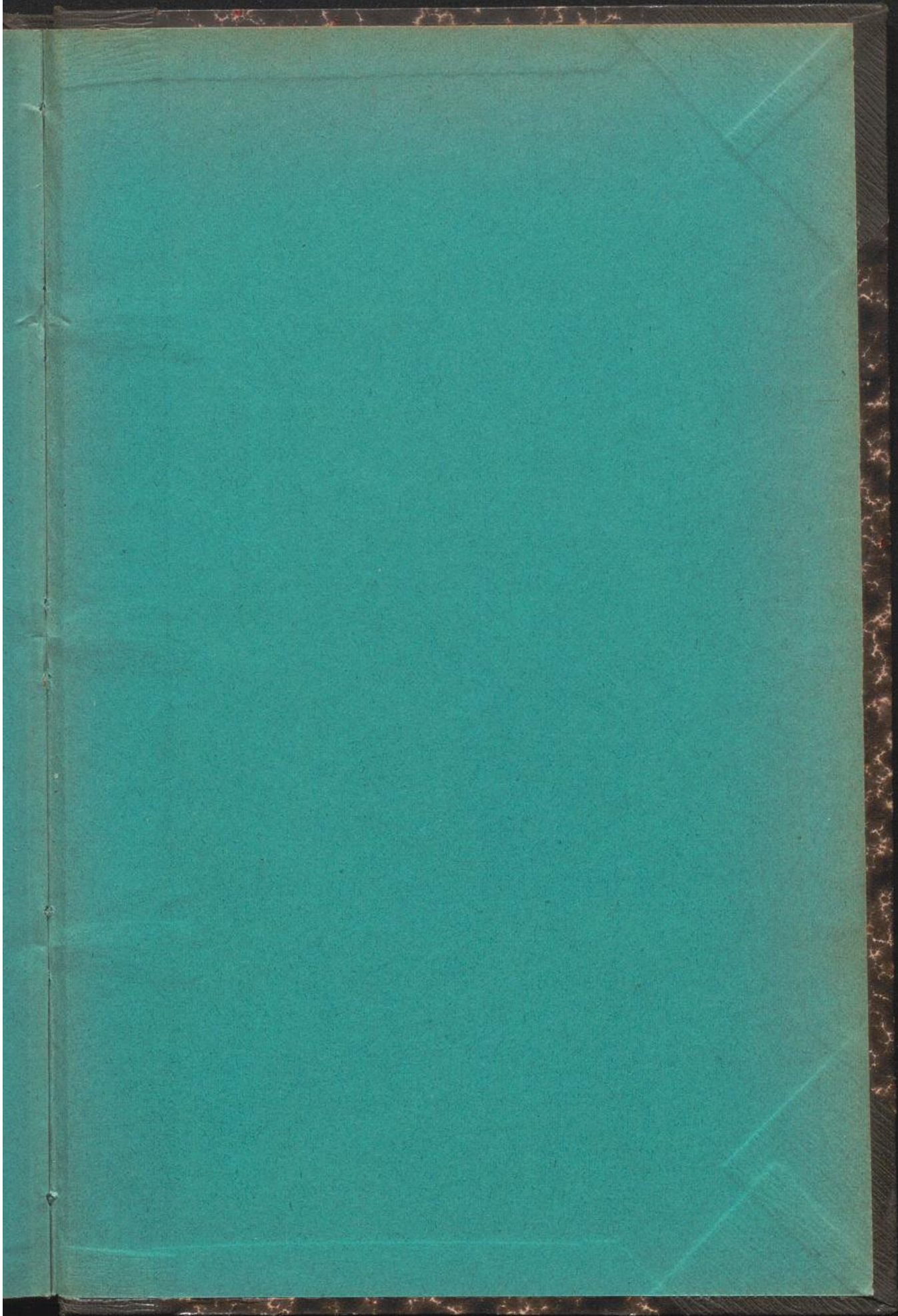
128. In einen Kreis vom Radius r ist eine Sehne s eingezeichnet. Wie groß (x) ist das vom Kreismittelpunkt auf die Sehne gefällte Lot?

129. In Aufg. 128 sei das Lot bis zum Schnittpunkt mit dem Kreise verlängert und dieser Schnittpunkt mit den Endpunkten der Sehne s verbunden. Wie groß (s₁) ist jede der Verbindungssehnen?

130. Wie groß ist die Seite des einem Kreis vom Radius r eingeschriebenen regelmäßigen a) Zwölfecks; b) Vierundzwanzigecks; c) Achtundvierzeigecks; d) Vierecks; e) Achtecks; f) Sechzehnecks; g) Zweiunddreißigecks?

131. Welche Zahl gibt verdoppelt ihren reziproken Wert?







03M36373

P
03

M
36373