



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Einführung in die Buchstabenrechnung; die vier Grundoperationen einschließlich Potenzierung; Aufsuchen der Quadratwurzel und Kubikwurzel

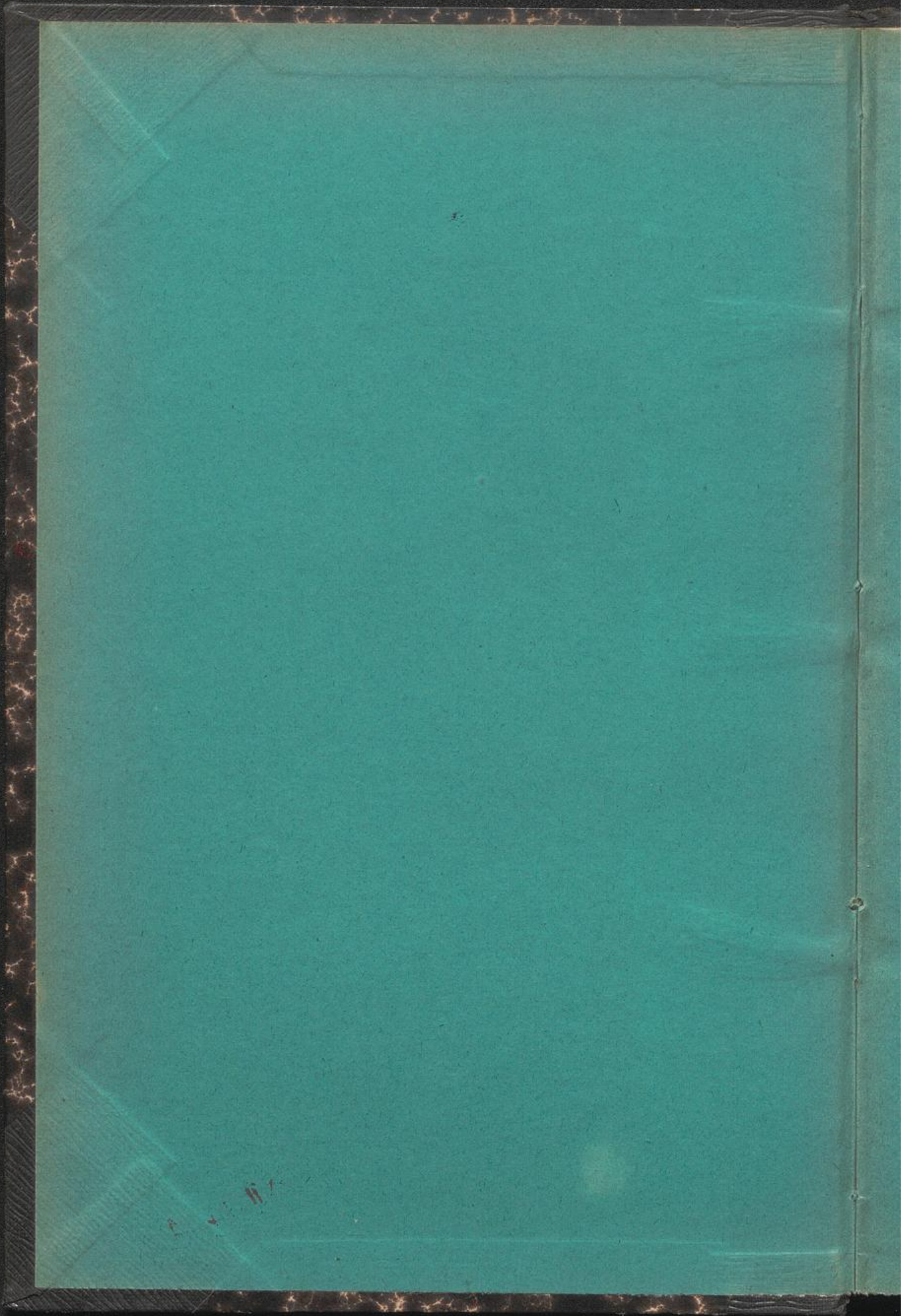
Burg, Robert

Frankfurt a.M., 1901

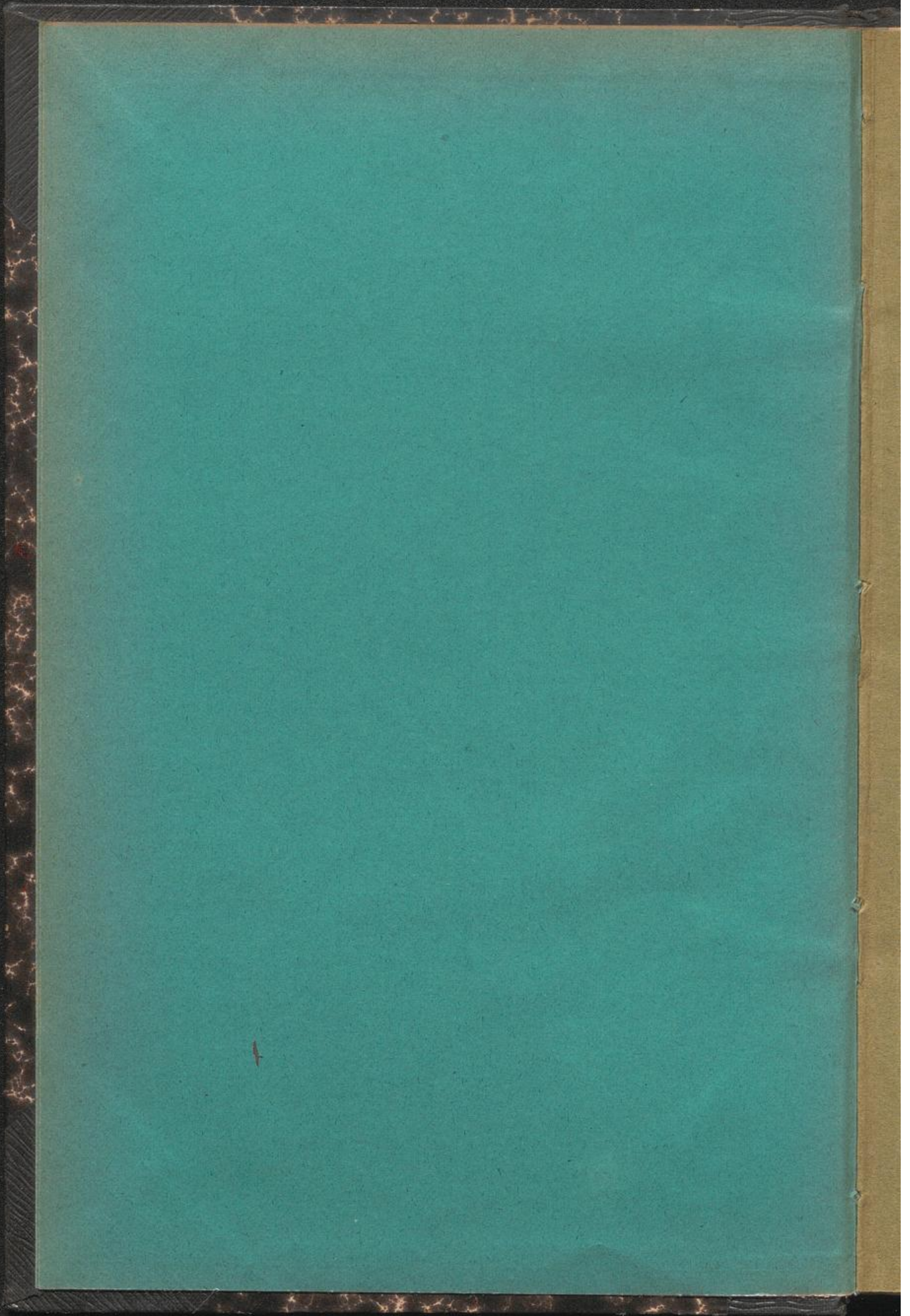
[urn:nbn:de:hbz:466:1-78572](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78572)

73

73



EK 119
K^{A II} / B1



~~OK 5295~~

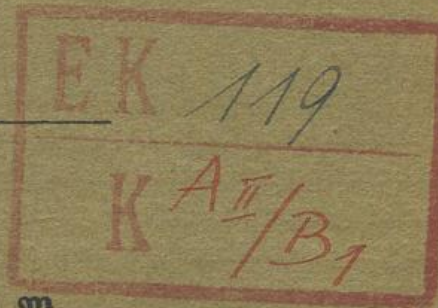
Sammlung algebraischer Aufgaben

für
gewerbliche und technische Lehranstalten
nebst einer
Abhandlung über das Stabrechnen.

Im Auftrage des Schulvorstandes
der städtischen gewerblichen Fortbildungsschule zu Frankfurt a. M.
verfaßt von
Dr. Robert Burg.

Erstes Heft.

Einführung in die Buchstabenrechnung; die vier Grundoperationen
einschließlich Potenzierung; Auffuchen der Quadratwurzel und Kubikwurzel.



Frankfurt a. M.
Verlag von Franz Benjamin Auffarth.
1901.

Vorbemerkungen zum ersten Hest.

Für eine „Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten“ erblickt der Verfasser ein wesentliches Erfordernis darin, daß die Textaufgaben dem Interessentkreise der Schüler entsprechen. Eine Folge dieser Forderung ist, daß ein großer Teil der Textaufgaben andere Unterrichtsfächer, insbesondere die Geometrie, Physik, Mechanik und Festigkeitslehre berühren muß. Da aber die Lehrpläne der in Betracht kommenden Lehranstalten (Fortbildungs-, Handwerker- und Gewerbeschulen, Werkmeisterschulen, technische Mittelschulen, Baugewerkschulen u. A.) eine außerordentliche Verschiedenheit in der Zuordnung der oben genannten Fächer zum Pensum der Algebra aufweisen, so war es notwendig, eine durchschnittliche derartige Zuordnung anzunehmen und der Einteilung der ganzen Sammlung zu Grunde zu legen.

Für das vorliegende erste Hest wurde als geometrisches Parallelpensum die Planimetrie bis zur Inhaltslehre und als physikalisches Parallelpensum die Experimentalmechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper angenommen. Trotzdem hält aber der Verfasser auch für diejenigen Schulen, für welche die vorgenannte Annahme nicht zutrifft, die Durchnahme der im ersten Hest enthaltenen geometrischen und physikalischen Textaufgaben — eine kurze Erläuterung seitens des Lehrers vorausgesetzt — für durchaus zulässig.

Ebenso hat der Verfasser kein Bedenken getragen, bereits im Abschnitt II die wichtigsten Gleichungen der Planimetrie, Stereometrie und Mechanik unter ausdrücklicher Angabe derselben in Form von Anleitungen für die Textaufgaben zu verwenden, sowie bereits in den Abschnitten I und II die Begriffe der Potenzierung, der Subtraktion und der Division stillschweigend vorauszusetzen. Die Ausdrücke für Trägheitsmomente sind ohne weitere Erklärung als Rechenschemata zu benutzen.

Der Verfasser hat darauf verzichtet, für die algebraischen Formeln eine bestimmte Fassung in Worten vorzuschreiben, um dem Lehrer hierin Freiheit zu lassen; ebenso ist die Ableitung der Formeln im allgemeinen nicht angegeben worden, jedoch wohl überall für den Lehrer aus dem Zusammenhange ersichtlich. Dagegen sind den einzelnen Formeln Zahlenbeispiele hinzugefügt, deren richtige Durchnahme der Verfasser für wesentlich hält. Derartige Zahlenbeispiele wird der Lehrer mit Vorteil gelegentlich auch nach der Berechnung algebraischer Ausdrücke bilden oder von den Schülern bilden lassen.

Fortsetzung auf der 3. Seite des Umschlages.

Ist z. B. gefunden:

$$\left(1 + \frac{x+y}{x-y}\right) \left(1 - \frac{x-y}{x+y}\right) = \frac{4xy}{x^2 - y^2}$$

und bildet man ein Zahlenbeispiel mit $x = 5$; $y = 3$, so ist zu rechnen:

$$\alpha) \left(1 + \frac{5+3}{5-3}\right) \left(1 - \frac{5-3}{5+3}\right) = \left(1 + \frac{8}{2}\right) \left(1 - \frac{2}{8}\right) = 5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4};$$

$$\beta) \frac{4 \cdot 5 \cdot 3}{5^2 - 3^2} = \frac{60}{25 - 9} = \frac{60}{16} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}.$$

Der Schüler wird durch derartige Zahlenbeispiele stets an das Wesen der identischen Gleichungen erinnert und außerdem im Einsetzen von Zahlenwerten in Buchstabenausdrücke geübt, einem Grund-erfordernis für die Benutzung eines jeden technischen Kalenders.

Im Übrigen hält der Verfasser jedoch allzu ausgedehnte Rechenübungen nicht für Aufgabe des algebraischen Unterrichts und glaubt, daß sogar für das Rechnen mit negativen und gebrochenen Zahlen ein Teil der in Abschnitt V. Aufg. 51 bis 57 und VI. Aufg. 175 bis 182 dargebotenen 168 Aufgaben vollständig ausreicht.

Für das Rechnen mit Tabellen, auf welches besonderer Wert gelegt ist, ist ein Tabellenheftchen gesondert erschienen, welches das für das erste und zweite Heft erforderliche Material enthält. Für π ist in dem Tabellenheftchen 3,141593 benutzt, woraus sich naturgemäß kleine Abweichungen der Tabellenwerte von den Resultaten der Rechnung mit $\pi = 3,14$ ergeben.

Endlich noch ein Wort über die „gebrochenen Benennungen“, deren spätere weitgehende Benutzung der Abschnitt VII des ersten Heftes vorbereiten soll! Die Verwendung gebrochener Benennungen beugt in einfachster Weise der sonst so häufigen Verwechslung verwandter Begriffe, wie z. B. Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung oder Arbeit und Effekt wirksam vor und bietet außerdem dem Schüler ein nahezu unfehlbares Mittel, schwere Fehler im Ansätze der Aufgaben aus der Mechanik und Festigkeitslehre selbst zu erkennen. Der Verfasser hat die außerordentlichen Vorteile, die die Verwendung der gebrochenen Benennungen mit sich bringt, bereits während vieler Jahre im Unterricht erprobt; er hat dabei aber auch erkannt, daß man — wenigstens für die 3 unteren Stufen — das Kilogramm im Gegensatz zum absoluten Maßsystem als Krasteinheit beibehalten muß, wenn man nicht die größte Verwirrung in den Köpfen der Schüler anrichten will.

Robert Burg.

Druck von Aug. Weisbrod in Frankfurt a. M.

~~E. N. 5295~~

~~1144~~
~~α~~

Sammlung algebraischer Aufgaben

für

gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer

Abhandlung über das Stabrechnen.



Im Auftrage des Schulvorstandes
der städtischen gewerblichen Fortbildungsschule zu Frankfurt a. M.

verfasst von

Dr. Robert Burg.

Erstes Heft.

Einführung in die Buchstabenrechnung; die vier Grundoperationen
einschließlich Potenzierung; Auffuchen der Quadratwurzel und Kubikwurzel.

Frankfurt a. M.

Verlag von Franz Benjamin Aufferth.

1901.



03

M

36373



10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21

I. Klammern.

§ 1.

1—6. Erläutere und berechne:

a)	b)	c)
1. $5 + 7$	$8,3 + 7,92$	$36 \text{ kg} + 3,2 \text{ kg}$
2. $19 - 12$	$8,6 - 5,77$	$154 \text{ m} - 8,5 \text{ m}$
3. $6 \cdot 3,22$	$7,7 \text{ cm} \cdot 5,1$	$3,6 \text{ m} \cdot 5,18 \text{ m}$
4. $16,2 \text{ kg} \cdot 31 \text{ m}$	$5,7^2$	$(17,2 \text{ cm})^2$
5. $948 : 3$	$0,18 : 2$	$0,18 : 0,2$
6. $17 \text{ m} : 4,25$	$1804 \text{ kg} : 1,1$	$18,65 \text{ M.} : 0,5.$

Ausführung zu 1. a): Die Aufgabe ist eine Additionsaufgabe. $5 + 7 = 12$.

7. Wie heißen die Glieder und die Resultate der vorstehenden Aufgaben?

Ausführung zu 2. a): 19 heißt der Minuendus; 12 heißt der Subtrahendus; 7 heißt die Differenz.

8. Was bedeutet eine in Klammern eingeschlossene Aufgabe?

Antwort: Eine in Klammern eingeschlossene Aufgabe bedeutet das Resultat dieser Aufgabe.

9—21. Erläutere und berechne:

a)	b)
9. $18,3 + (2,9 + 1,8)$	$16 + (8,5 - 4,9)$
10. $(6 - 3,2) + (7,9 + 2,1)$	$(11 - 0,9) + (9 - 1,1)$
11. $71 - (9,4 + 3,2)$	$18 - (39 - 21,7)$
12. $(173 \cdot 2) + (5 + 4,3)$	$(2^2) + (3^2)$
13. $(34 : 2) + (5 \cdot 1,2)$	$(8^2) - (64 : 8)$
14. $(4 + 7) \cdot 3$	$(8,7 - 4,9) (6,5 - 1)$
15. $(8,1 \cdot 2,4) \cdot 5$	$7 (4,1 \cdot 5)$
16. $(11 : 2,2) (9 + 2,2)$	$(18 : 6) (9,1 : 7)$
17. $(4 - 3)^2$	$(4 \cdot 3)^2$
18. $(18 + 7) : (3 - 0,5)$	$(15,1 - 8,3) : (15,1 + 1,9)$
19. $72 : (12 \cdot 2)$	$72 : (12 : 2)$
20. $24 : (2^2)$	$(76 - 3,1) : (3^2)$
21. $(14 : 2)^2$	$(180 : 12) \cdot 2.$

Ausführung zu 13. b): Die Aufgabe ist eine Subtraktionsaufgabe; der Minuendus ist eine Potenz und der Subtrahendus ein Quotient;

$$(8^2) - (64 : 8) = 64 - 8 = 56.$$

§ 2.

22. Wie unterscheidet man die bisherigen Operationszeichen hinsichtlich ihrer Stärke?

Antwort: „Plus“ und „minus“ sind stärker, als „Mal“ und „Durch“; „Hoch“ ist schwächer, als „Plus“, „Minus“, „Mal“ und „Durch“.

23. In welchen Fällen werden Klammern gewöhnlich fortgelassen?

Antwort: Wenn das innere Operationszeichen einer Klammer schwächer ist als das äußere, so wird die Klammer gewöhnlich fortgelassen.

24. Streiche in den Aufg. 12—21 die Klammern, welche man nach Aufg. 23 fortlassen darf.

25—26. Setze in den folgenden Aufgaben die fortgelassenen Klammern wieder:

25. a) $17 \cdot 2 + 17,2$	b) $17 \cdot 2 - 3 \cdot 6$	c) $8 \cdot 1,1 + 8,4 : 7$
26. a) $5 \cdot 4^2$	b) $4^2 + 3$	c) $12^2 : (4 + 5)$.

27—33. Erläutere und berechne:

a)	b)	c)
27. $(14 - 3^2) + 2$	$14 - (3^2 + 2)$	$(14 - 3)^2 + 2$
28. $(14 - 3^2) - 2$	$14 - (3^2 - 2)$	$(14 - 3)^2 - 2$
29. $(8 \cdot 3 + 7) \cdot 2$	$8 \cdot 3 + 7 \cdot 2$	$[8(3 + 7)] \cdot 2$
30. $(5 + 11)(8 - 3)$	$5 + 11(8 - 3)$	$16(8 - 4 : 2)$
31. $16 \cdot 8 - 4 : 2$	$16 [(8 - 4) : 2]$	$(16 \cdot 8 - 4) : 2$
32. a) $440 : (5 + 3 \cdot 2) + 3$	b) $(440 : 5 + 3) \cdot 2 + 3$	
33. a) $[440 : (5 + 3)](2 + 3)$	b) $440 : [(5 + 3)(2 + 3)]$.	

34. Wie lautet die Regel über Anfangsklammern?

Antwort: Klammern, welche anzeigen, daß mehrere Additionen und Subtraktionen oder mehrere Multiplikationen in der Reihenfolge von links nach rechts hintereinander auszuführen sind, werden gewöhnlich fortgelassen.

35—36. Streiche in den folgenden Aufgaben die nach Aufg. 34 entbehrlichen Klammern:

35. a) $(7,3 \cdot 2 + 8) - 5$	b) $[15(3 - 1,8)] \cdot 4$
36. a) $(18 - 9 : 3) - (20 - 11)$	b) $\{[5 - (7 - 4)] \cdot 9\} \cdot 2$.

37—40. Erläutere und berechne:

37. a) $(9 \cdot 60 - 3) \cdot 2 \cdot 5$	b) $9(60 - 3 \cdot 2 \cdot 5)$
c) $9 \cdot 60 - 3 \cdot 2 \cdot 5$	d) $9(60 - 3 \cdot 2) \cdot 5$
e) $(9 \cdot 60 - 3 \cdot 2) \cdot 5$	f) $9(60 - 3) \cdot 2 \cdot 5$.

- | | |
|---|---|
| <p>38. a) $4 \cdot 25 - (5 + 2 \cdot 3)$
 c) $4 \cdot 25 - 5 + 2 \cdot 3$
 e) $4 [25 - (5 + 2)] \cdot 3$
 g) $[4 \cdot 25 - (5 + 2)] \cdot 3$
 i) $[4 (25 - 5) + 2] \cdot 3$
 l) $4 [25 - (5 + 2) \cdot 3]$</p> <p>39. a) $420 : 10 - 3 (2 + 1)$
 c) $420 : [(10 - 3) \cdot 2 + 1]$
 e) $420 : 10 - (3 \cdot 2 + 1)$
 g) $420 : [(10 - 3) \cdot 2] + 1$
 i) $420 : [10 - 3 (2 + 1)]$
 l) $420 : [10 - (3 \cdot 2 + 1)]$
 n) $[420 : (10 - 3)] (2 + 1)$</p> <p>40. (mit Benutzung der Potenztabelle.)
 a) $1 + 4^3 - (3 \cdot 2)^2$
 c) $(1 + 4)^3 - (3 \cdot 2)^2$
 e) $1 + (4^3 - 3) \cdot 2^2$
 g) $[(1 + 4)^3 - 3] \cdot 2^2$
 i) $(1 + 4^3 - 3 \cdot 2)^2$
 l) $[(1 + 4^3 - 3) \cdot 2]^2$</p> | <p>b) $(4 \cdot 25 - 5 + 2) \cdot 3$
 d) $4 (25 - 5) + 2 \cdot 3$
 f) $4 (25 - 5 + 2) \cdot 3$
 h) $4 \cdot 25 - (5 + 2) \cdot 3$
 k) $4 [25 - (5 + 2 \cdot 3)]$
 m) $4 (25 - 5 + 2 \cdot 3)$</p> <p>b) $420 : (10 - 3 \cdot 2) + 1$
 d) $420 : 10 - 3 \cdot 2 + 1$
 f) $[420 : (10 - 3)] \cdot 2 + 1$
 h) $(420 : 10 - 3) (2 + 1)$
 k) $420 : (10 - 3 \cdot 2 + 1)$
 m) $(420 : 10 - 3) \cdot 2 + 1$
 o) $420 : [(10 - 3) (2 + 1)]$</p> <p>b) $1 + 4^3 - 3 \cdot 2^2$
 d) $(1 + 4)^3 - 3 \cdot 2^2$
 f) $(1 + 4^3 - 3) \cdot 2^2$
 h) $1 + (4^3 - 3 \cdot 2)^2$
 k) $[(1 + 4)^3 - 3 \cdot 2]^2$
 m) $\{[(1 + 4)^3 - 3] \cdot 2\}^2$</p> |
|---|---|

§ 3.

41. Wie verhält sich der Bruchstrich zu den übrigen Operationszeichen hinsichtlich der Stärke?

42—44. Schreibe unter Benutzung der Bruchform und berechne:

- | a) | b) | c) |
|------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 42. $8 : 4 + 15 : 3$ | $(4 : 2)^3 - 5$ | $(17,2 : 4,3) + 1$ |
| 43. $(7 + 13) : 5$ | $18,9 : (6 - 3,9)$ | $(15 \cdot 4)^2 : 120$ |
| 44. $(4 \cdot 5 - 6) : (11 - 2^2)$ | $(18 : 3 - 15 : 5) : (1 + 2)$ | $(28 : 4 + 15) : (8 : 2 + 7)$ |

45—46. Schreibe in gewöhnlicher Divisionsform und berechne (in beiden Formen):

- | | | |
|--|--|---|
| <p>45. a) $\frac{8,7 + 9,3}{5,4 + 0,6}$</p> | <p>b) $\frac{14}{3 \cdot 2 + 1}$</p> | <p>c) $\frac{128}{4(3 + 5)} + \frac{150}{5 \cdot 6}$</p> |
| <p>46. a) $\frac{\frac{18}{3 + 6} + \frac{20}{2 + 3}}{7 - 2^2}$</p> | <p>b) $\left(\frac{35}{8 - 6 : 2}\right)^2 + 1$</p> | <p>c) $\frac{\frac{76 + 12}{18 - 7}}{2^2}$</p> |

II. Formen und Buchstaben.

§ 1.

1—3. Wähle unter den nachstehenden Aufgaben die Aufgaben von gleicher Form aus:

1. $4+8$; $9 \cdot 13$; $16:4$; $6-4+7$; $8+1,1$; $21:0,7$;
 $5m+3m$; $0,8 \cdot 3,2$; $0,8+3,2$; $16,5:5$; $9-7,2+8$;
 $1,8:3$; $5-0,9+1$; $8kg \cdot 2m$; $3qm+4qm$.
2. $25+8 \cdot 3$; $(12+4) \cdot 8$; $7m+6 \cdot 2m$; $18kg-3 \cdot 4kg$;
 $(15M.+8,20M.) \cdot 7$; $17mkg-5 \cdot 3mkg$; $9Sek.+5 \cdot 12Sek.$;
 $16kgm+3m \cdot 2kg$; $(7+0,8) \cdot 13,2$; $15qcm-3cm \cdot 2cm$.
3. $(54+16):(7 \cdot 2)$; $(8 \cdot 5-10)^2$; $(3+92):(5 \cdot 19)$;
 $5^2+3 \cdot 7$; $(3 \cdot 7-1)^2$; $1^2+1 \cdot 2$; $(5 \cdot 2-7)^2$;
 $(2m+22m):(3 \cdot 4m)$; $(3cm)^2+2 \cdot 2qcm$.

Teilweise Ausführung zu 1.:

$$4+8; \quad 8+1,1; \quad 5m+3m; \quad 0,8+3,2; \quad 3qm+4qm.$$

4—6. Drücke die Formen der nachstehenden Aufgaben in Buchstaben aus:

4. a) $4+5$; b) $14+7-9$; c) $5 \cdot 18$; d) $132:11$;
5. a) $8,3 \cdot 9-60,2$; b) $13(34-15)$; c) $7-(22-16)$;
6. a) $8^2-25:5$; b) $(6 \cdot 3-10)^2$; c) $7 \cdot 24-(18:3) \cdot 2+1$.

Ausführung zu 4. a) $a+b$; 5. a) $a \cdot b-c$ oder $ab-c$.

7. Dasfelbe für die Aufgaben 1 bis 3.

8. Setze in der Form $a+(b-c) \cdot d$:

a)	b)	c)	d)	e)
$a=10$	$a=8,7$	$a=5kg$	$a=137mkg$	$a=15qcm$
$b=5$	$b=23$	$b=12$	$b=35m$	$b=39cm$
$c=2$	$c=11,9$	$c=2$	$c=17m$	$c=21cm$
$d=3$	$d=13$	$d=7kg$	$d=2kg$	$d=19cm$

Ausführung zu a): $10+(5-2) \cdot 3=10+3 \cdot 3=10+9=19$.

9—11. Setze in nachfolgenden Formen:

9. $a=7$; $b=1$; $c=3$; $d=5$; $e=2$;
10. $a=3$; $b=11$; $c=7$; $d=3$; $e=1$;
11. $a=2,5$; $b=4$; $c=2$; $d=6$; $e=5$;

a) $(ab+c)d-e$	b) $ab+cd-e$	c) $a(b+c)(d-e)$
d) $a(b+cd-e)$	e) $ab+c(d-e)$	f) $(ab+c)(d-e)$
g) $a[b+c(d-e)]$	h) $a(b+c)d-e$	i) $a(h+cd)-e$

12—14. Setze in nachfolgenden Formen:

12. $a = 5$; $b = 20$; $c = 1$; $d = 3$; $e = 4$;
 13. $a = 4$; $b = 9 \text{ kg}$; $c = 2 \text{ kg}$; $d = 3 \text{ kg}$; $e = 1$;
 14. $a = 2$; $b = 25 \text{ cm}$; $c = 5 \text{ cm}$; $d = 4 \text{ cm}$; $e = 0,2$;

- | | |
|------------------------|--------------------------|
| a) $a [b - (c + d) e]$ | b) $[a (b - c) + d] e$ |
| c) $a b - (c + d) e$ | d) $(a b - c + d) e$ |
| e) $a b - c + d e$ | f) $a (b - c + d) e$ |
| g) $a (b - c) + d e$ | h) $a [b - (c + d)] e$ |
| i) $a b - (c + d) e$ | k) $a (b - c + d) e$ |
| l) $[a b - (c + d)] e$ | m) $a [b - (c + d) e]$. |

15—17. Setze in nachfolgenden Formen:

15. $a = 150$; $b = 6$; $c = 1$; $d = 3$; $e = 2$;
 16. $a = 420$; $b = 10$; $c = 3$; $d = 2$; $e = 1$;
 17. $a = 1260$; $b = 9$; $c = 2$; $d = 1$; $e = 3$;

- | | |
|----------------------------|--------------------------|
| a) $a : b - c d + e$ | b) $[a : (b - c)] d + e$ |
| c) $a : [b - c (d + e)]$ | d) $a : [(b - c) d] + e$ |
| e) $a : [(b - c) (d + e)]$ | f) $a : b - (c d + e)$ |
| g) $a : [b - (c d + e)]$ | h) $(a : b - c) (d + e)$ |
| i) $a : (b - c d + e)$ | k) $a : b - c (d + e)$ |
| l) $[a : (b - c)] (d + e)$ | m) $(a : b - c) d + e.$ |

18—20. Setze in nachfolgenden Formen:

18. $a = 7$; $b = 24$; $c = 18$; $d = 3$; $e = 2$; $f = 1$;
 19. $a = 2$; $b = 102$; $c = 60$; $d = 4$; $e = 3$; $f = 2$;
 20. $a = 6$; $b = 64$; $c = 36$; $d = 3$; $e = 4$; $f = 2$;

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) $a b - (c : d) e + f$ | b) $a b - [(c : d) e + f]$ |
| c) $(a b - c) : (d \cdot e) + f$ | d) $a b - c : (d \cdot e) + f$ |
| e) $a b - [c : (d \cdot e) + f]$ | f) $a b - (c : d) (e + f)$ |
| g) $a b - c : [d \cdot (e + f)]$ | h) $a [b - (c : d) e] + f$ |
| i) $a [b - c : (d \cdot e)] + f$ | k) $a [b - (c : d) e + f]$ |
| l) $a [b - c : (d \cdot e) + f]$ | m) $[a (b - c)] : (d \cdot e) + f$ |
| n) $[a (b - c)] : (d e + f)$ | o) $(a b - c : d) e + f$ |
| p) $(a b - c : d) (e + f)$ | q) $a \cdot \{b - [(c : d) e + f]\}$ |
| r) $a \cdot \{b - [c : (d \cdot e) + f]\}$ | s) $\{[a (b - c)] : d\} e + f.$ |

21—23. Setze in nachfolgenden Formen:

$$\begin{array}{llll} 21. a = 1; & b = 5; & c = 2; & d = 3; \\ 22. a = 40; & b = 4; & c = 5; & d = 2; \\ 23. a = 5; & b = 5; & c = 11; & d = 1; \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} a) a + b^3 - (c \cdot d)^2 & b) a + [(b^3 - c) d]^2 & c) [(a + b)^3 - c] d^2 \\ d) (a + b)^3 - (c d)^2 & e) [(a + b)^3 - c d]^2 & f) a + (b^3 - c) d^2 \\ g) (a + b^3 - c d)^2 & h) a + b^3 - c d^2 & i) [(a + b^3 - c) d]^2 \\ k) a + (b^3 - c d)^2 & l) (a + b^3 - c) d^2 & m) (a + b)^3 - c d^2. \end{array}$$

24—26. Setze in nachfolgenden Formen:

$$\begin{array}{llll} 24. a = 6; & b = 4; & c = 8; & d = 2; \\ 25. a = 5; & b = 8; & c = 9; & d = 4; \\ 26. a = 5 \, qm; & b = 9; & c = 7 \, m; & d = 3 \, m; \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} a) a b - c d & b) a + b c d & c) c^2 + b d^2 - a \\ d) a + b (c + d)^2 & e) c^2 + d^2 : b - a & f) c^3 - a b d \\ g) 6a + 2c^2 - b d^2 & h) a b^2 - 5 c d & i) 2[(c^2 - d^2) : a] - b. \end{array}$$

27—29. Bilde aus nachfolgenden Formen Unterformen durch Einsetzen von:

$$\begin{array}{lll} 27. a = u + 2v; & b = x^2; & c = w - z; \\ 28. a = a + u; & b = 3x; & c = a - v; \\ 29. a = a + b; & b = a - b; & c = a b; \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} a) a + b - c & b) a^2 - c & c) (a^2 + b^2) c & d) (a - c) b \\ e) \frac{(b+c)^2}{5 a} & f) \frac{3 a}{b c} & g) \frac{a}{2 b} - \frac{b}{2 c} & h) \left(\frac{a : 2 b}{c}\right)^2. \end{array}$$

Ausführung zu 27 a): $u + 2v + x^2 - (w - z)$.

27 b): $(u + 2v)^2 - (w - z)$.

30—32. Suche eine gemeinsame Oberform für nachfolgende Formen:

$$\begin{array}{lll} 30. x^2 + (b + u) f; & b c + d^2 (x - y); & u + (a - b) x^2. \\ 31. (3a + 5b)(x - y); & (x^2 + y^2) \cdot 38; & (a + 7b c) u^2. \\ 32. (18a^2 + 7b)^2; & (8uv + x)^2; & [(a + b) + c]^2. \end{array}$$

Ausführung zu 30: $a + b \cdot c$.

33. Gib an, welche Werte die Buchstaben der Oberformen von Aufg. 30 bis 32 in den einzelnen Unterformen haben.

§ 2.

34. Wie groß ist die Fläche F einer Zinkblechtafel, deren Seiten $a = 1\text{ m}$ und $b = 2\text{ m}$ sind?

Ausführung zu 34: $F = a \cdot b = 1\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 2\text{ qm}$.

a) $a = 2\text{ m}$; $b = 0,65\text{ m}$; b) $a = 1,50\text{ m}$; $b = 89\text{ cm}$.

35. Wie groß ist der Inhalt F eines Parallelogrammes, dessen Grundlinie $g = 57,2\text{ cm}$ und dessen Höhe $h = 13,5\text{ cm}$ ist? Anl. $F = g \cdot h$.

a) $g = 6,05\text{ dm}$; $h = 0,34\text{ dm}$; b) $g = 78\text{ m}$; $h = 1,93\text{ m}$.

36. Eine dreieckige Dachfläche von der Grundlinie $g = 12\text{ m}$ und der Höhe $h = 7\text{ m}$ soll mit Schiefer gedeckt werden. Wie groß ist die Dachfläche F und wieviel (x) kostet die Deckung, wenn pro qm 4,50 M . gerechnet werden?

Anl. $F = \frac{g \cdot h}{2}$.

37. Wie groß ist der Umfang U und die Fläche F eines kreisrunden Tisches vom Halbmesser $r = 120\text{ cm}$? Anl. $U = 2 r \pi = d \pi$ mit der Tabelle zu bestimmen. — $F = r^2 \pi$. ($\pi = 3,14$.)

a) $r = 11,6\text{ dm}$; b) $r = 96,5\text{ cm}$; c) $r = 1,06\text{ m}$;

d) $r = 0,85\text{ m}$; e) $r = 0,095\text{ m}$; f) $r = 1455\text{ mm}$.

38. Wie groß ist die große Halbachse R , die kleine Halbachse r und der Inhalt F eines elliptischen Beetes von $l = 4\text{ m}$ Länge und $b = 2,6\text{ m}$ Breite? Anl. $F = R \cdot r \cdot \pi$; die Multiplikation mit π mit Hilfe der Tabelle.

a) $l = 17\text{ m}$; $b = 12,8\text{ m}$; b) $l = 3,76\text{ m}$; $b = 3,50\text{ m}$.

39. Wieviel (V) Wasser faßt ein prismatisches oder cylindrisches Gefäß von der Grundfläche $F = 1,73\text{ qm}$ und der Höhe $h = 2,07\text{ m}$? Anl. $V = F \cdot h$.

a) $F = 0,48\text{ qm}$; $h = 1,85\text{ m}$; b) $F = 87\text{ qcm}$; $h = 1,17\text{ m}$.

40. Wie groß ist die Breite b , die Höhe h , der Umfang U und der Querschnitt F eines rechteckigen Balkens von der freitragenden Länge $l = 4\text{ m}$, wenn man $h = 0,05 \cdot l$ und $b = 0,037 \cdot l$ setzt?

a) $l = 5\text{ m}$; b) $l = 3,6\text{ m}$.

41. Wie groß ist das Drehmoment (statische Moment) M einer Kraft $P = 17\text{ kg}$ am Hebelarm $a = 8\text{ dm}$? Anl. $M = P \cdot a$.

a) $P = 385\text{ kg}$; $a = 3,5\text{ m}$; b) $P = 178\text{ g}$; $a = 14,2\text{ cm}$.

42. Wie groß ist die Arbeit \mathcal{A} , welche ein Pferd leistet, wenn es einen Wagen mit der Zugkraft $P = 70\text{ kg}$ um die Strecke $s = 520\text{ m}$ fortbewegt? Anl. $\mathcal{A} = P \cdot s$.

43. Ein Arbeiter soll mittelst einer losen Rolle einen Eimer mit Mörtel vom Gewicht $Q = 22 \text{ kg}$ hochziehen. Welche Kraft P muß er (ohne Rücksicht auf die Reibung) anwenden? Anl. $P = Q : 2$.
44. 2 Arbeiter ziehen mittelst eines gewöhnlichen Flaschenzuges von $n = 5$ Rollen eine Last $Q = 150 \text{ kg}$ empor. Welche Kraft P müssen Beide zusammen (ohne Rücksicht auf die Reibung) aufwenden? Anl. $P = Q : n$.
a) $n = 4$; $Q = 106 \text{ kg}$; b) $n = 6$; $Q = 156 \text{ kg}$.
45. Ein Geldschrank von $Q = 640 \text{ kg}$ Gewicht soll mittelst eines Potentialflaschenzuges von $n = 5$ losen Rollen emporgezogen werden. Wie groß ist die hierzu erforderliche Kraft P (ohne Rücksicht auf die Reibung)? Anl. $P = Q : 2^n$.
a) $Q = 1 \text{ t}$; $n = 4$; b) $Q = 360 \text{ kg}$; $n = 3$.
46. Wie groß ist das Trägheitsmoment J eines Rechtecks von der Breite $b = 4 \text{ cm}$ und der Höhe $h = 6 \text{ cm}$, bezogen auf die Mittelparallele zur Breitseite? Anl. $J = \frac{bh^3}{12}$; h^3 mit Hilfe der Tabelle.
a) $b = 21 \text{ cm}$; $h = 28 \text{ cm}$; b) $b = 15,2 \text{ cm}$; $h = 21 \text{ cm}$.
47. Wie groß ist das Trägheitsmoment J einer vollen Rundsäule vom Halbmesser $r = 5 \text{ cm}$, bezogen auf einen Durchmesser? Anl. $J = \frac{r^4 \pi}{4}$.
a) $r = 10,5 \text{ cm}$; b) $r = 1,85 \text{ dm}$.

§ 3.

48. Wie groß (F) ist eine quadratische Tafel von der Seitenlänge a ?
a) $a = 1,20 \text{ m}$; b) $a = 0,73 \text{ m}$; c) $a = 0,905 \text{ m}$.
49. Wie groß ist der Inhalt F eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten a und b sind?
a) $a = 7 \text{ cm}$; $b = 4 \text{ cm}$; b) $a = 2 \text{ m}$; $b = 1,38 \text{ m}$.
50. Wieviel (V) Kalk faßt ein Kasten von der Länge $l = 2 \text{ m}$, der Breite $b = 1,80 \text{ m}$ und der Tiefe $h = 35 \text{ cm}$? (Resultat in cdm).
a) $l = 1,80 \text{ m}$; $b = 1,40 \text{ m}$; $h = 42 \text{ cm}$.
51. Wie groß (V) ist der Dachraum eines Satteldaches von der Länge $l = 9 \text{ m}$, der Breite $b = 6 \text{ m}$ und der Höhe $h = 2 \text{ m}$?
52. Eine Kellertreppe von $2,8 \text{ m}$ Höhe und $0,90 \text{ m}$ Breite hat in der Horizontalprojektion eine Länge von $3,50 \text{ m}$. Wie groß (V) ist der unter der Treppe befindliche Raum?

53. Wieviel (V) Wasser faßt ein cylindrisches Gefäß, dessen Grundradius $r = 7 \text{ dm}$ und dessen Höhe $h = 23 \text{ dm}$ ist? (Resultat in cdm).
a) $r = 84 \text{ cm}$; $h = 1 \text{ m}$; b) $r = 1,20 \text{ m}$; $h = 0,85 \text{ m}$.
54. Wieviel (F) Blech ist zu dem Mantel des in Aufg. 53 genannten Gefäßes erforderlich?
55. [a] Ein Spieler hat vor Beginn eines Spieles die Geldsumme s und gewinnt d [a] verliert d . Wieviel (x) hat er nach dem Spiel?
56. [a] Ein Schüler hat bis zum Schulbeginn nach seiner Uhr noch a Minuten Zeit, weiß aber, daß seine Uhr d Minuten vorgeht [a] d Minuten nachgeht]. Wieviel (x) Zeit hat er in Wirklichkeit?
57. Ein Thermometer zeigt im Schatten a_1 °C und in der Sonne a_2 °C. Wie groß (x) ist der Temperaturunterschied?
58. Jemand will ein 10 g -Paket zurecht machen. Wieviel (x) Ware kann er netto senden, wenn die Tara 95 g beträgt?
59. Die Latten eines Ziegeldaches sind um a von einander entfernt. Wie weit (x) überdecken sich die Ziegel, wenn ihre Länge l beträgt?
a) $a = 30 \text{ cm}$; $l = 38 \text{ cm}$.
60. Wie groß ist die nach unten resultierende Kraft R , wenn an demselben Punkte eine Vertikalkraft $P_1 = 510 \text{ kg}$ nach unten und eine Vertikalkraft $P_2 = 320 \text{ kg}$ nach oben wirkt?
61. Wie groß ist das resultierende Moment M , wenn an einem drehbaren Körper gleichzeitig ein rechtsdrehendes Moment $M_1 = 18 \text{ kgcm}$ und ein linksdrehendes Moment $M_2 = 14 \text{ kgcm}$ wirkt?
62. Ein Radfahrer passiert nach der Zeit t_1 (von der Abfahrt an gerechnet) den Kilometerstein $N \text{ n}^\circ n_1$ und nach der Zeit t_2 (von der Abfahrt an gerechnet) den Kilometerstein $N \text{ n}^\circ n_2$. Wie groß ist die Wegstrecke s zwischen beiden Kilometersteinen und die zu dieser Wegstrecke gebrauchte Zeit t ?
63. Eine gegebene Strecke soll in $n = 23$ Teile geteilt werden. Wieviel (x) Teilpunkte sind hierzu nötig?
64. Jemand liefert in eine Sägemühle Baumstämme, welche mit fortlaufenden Nummern von $N \text{ n}^\circ k$ bis $N \text{ n}^\circ u$ gezeichnet sind. Wieviel (x) Stämme liefert er ein?
a) $k = 57$; $u = 93$; b) $k = 1$; $u = 51$.
65. Eine Straße steigt von A bis B um h_1 , fällt von B bis C um h_2 , steigt von C bis D um h_3 und fällt von D bis E um h_4 . Um wieviel (x) liegt E höher als A?

66. Wie groß ist das resultierende linksdrehende Moment M , wenn an einem drehbaren Körper gleichzeitig ein linksdrehendes Moment M_1 und zwei rechtsdrehende Momente M_2 und M_3 wirken?
a) $M_1 = 3572 \text{ kgcm}$; $M_2 = 1325 \text{ kgcm}$; $M_3 = 573 \text{ kgcm}$.
67. Wie groß ist die resultierende Kraft R , wenn in derselben Wirkungsgeraden nach oben die Kräfte $P_1 = 5 \text{ kg}$, $P_2 = 11,2 \text{ kg}$ und $P_3 = 4,7 \text{ kg}$ und nach unten die Kräfte $P_4 = 15 \text{ kg}$ und $P_5 = 8 \text{ kg}$ wirken?
a) $P_1 = 8 \text{ kg}$; $P_2 = 13 \text{ kg}$; $P_3 = 1,3 \text{ kg}$; $P_4 = 7 \text{ kg}$; $P_5 = 11,6 \text{ kg}$.
68. Am Anfang eines Rechnungsjahres betragen die Aktiva eines Kaufmannes a_1 , die Passiva p_1 , und am Ende des Jahres a_2 und p_2 . Um wieviel (x) hat sich das Vermögen des Kaufmannes vermehrt?
69. 1 engl. Fuß ist $= 0,3048 \text{ m}$ und 1 engl. Pfund ist $= 0,4536 \text{ kg}$. Wieviel mkg ist 1 engl. Fußpfund?
70. Wieviel (x) Minuten sind α° ?
a) $\alpha = 0,3$; b) $\alpha = 1,55$; c) $\alpha = 3,4$; d) $\alpha = 0,52$; e) $\alpha = 6,04$.
71. 1 l Wasserstoff wiegt bei 0° C und Atmosphärendruck $0,08962 \text{ g}$. Wieviel (G) wiegt 1 l Luft, wenn Luft 14,43 mal so schwer ist, wie Wasserstoff? (Resultat auf 3 Dezimalstellen).
72. Ein Zahnrad hat $z = 65$ Zähne. Wieviel (x) Zähne gelangen bei $n = 8$ Umdrehungen zum Eingriff mit einem anderen Zahnrad?
a) $z = 81$; $n = 5$; b) $z = 105$; $n = 22$.
73. Welche Masse (V) fördert eine Baggermaschine mit n Eimern, deren jeder V_1 faßt, bei einer Umdrehung?
a) $n = 28$; $V_1 = 0,08 \text{ cbm}$; b) $n = 25$; $V_1 = 0,074 \text{ cbm}$.
74. Welchen Weg (s) legt ein Wagenrad vom Durchmesser d bei n Umdrehungen zurück?
75. Welche Arbeit (M) leistet ein Arbeiter, der eine Kurbel von der Länge $l = 0,45 \text{ m}$ mit einer tangentialen Kraft $P = 8 \text{ kg}$ in einer Stunde $n = 900$ mal herumdreht?
a) $l = 60 \text{ cm}$; $P = 7,6 \text{ kg}$; $n = 700$.
76. Wieviel (x) beträgt $p = 13\%$ von $a = 80 \text{ M}$? (Resultat als Dezimalzahl.) Anl. $x = a \cdot \frac{p}{100}$.
a) $p = 2$; $a = 355 \text{ M}$; b) $p = 3,5$; $a = 17 \text{ kg}$.
77. Wieviel (x) Soda ist in 5 kg einer dreiproz. Sodälösung vorhanden?

78. Um wieviel (x) sinkt die Spitze einer Schraube bei $\frac{1}{n}$ Umdrehung, wenn die Ganghöhe der Schraube h ist?
a) $h = 1 \text{ mm}$; $n = 4$; b) $h = 2,7 \text{ mm}$; $n = 360$.
79. Ein Arbeiter erhält für das Lösen von 20 *cbm* schweren Lehmbodens 6,80 *M.* Wieviel (x) ist für 1 *cbm* Lösungsarbeit gerechnet?
80. Wieviel (x) Treppenstufen sind bei der Steigung $s = 16 \text{ cm}$ für die Höhe $h = 4 \text{ m}$ erforderlich?
81. Bei Herstellung des Oktavformats wird der ganze Bogen vom Buchbinder 3mal nacheinander gebrochen. Wieviel (x) Blätter und wieviel (y) Druckseiten entstehen hierbei?
82. In einem Schulzimmer sind $n = 15$ Bänke, jede Bank zu 2 Plätzen. Wieviel (x) Plätze bleiben frei, wenn die Schülerzahl $a = 24$ ist?
83. Wie breit (B) ist eine Chaussee, deren Fahrbahn die Breite $b = 4 \text{ m}$ hat und deren beide Banketts die Breite von je $\delta = 1,20 \text{ m}$ haben?
84. Wie groß (d) ist die lichte Weite einer Messingröhre vom äußeren Durchmesser $D = 58 \text{ mm}$ und der Wandstärke $\delta = 2,5 \text{ mm}$?
85. Ein Buchbinder soll n Blätter gleichzeitig auf eine Breite δ mit Kleister bestreichen. Wie breit (B) ist der von den richtig aufeinander gelegten Blättern bedeckte Platz, wenn jedes Blatt die Breite b hat?
a) $n = 15$; $\delta = 2 \text{ mm}$; $b = 14 \text{ cm}$.
86. Wie dick (x) ist eine $3\frac{1}{2}$ Stein starke Mauer, wenn man Normalziegelsteine $25 \times 12 \times 6,5$ benutzt und jede Stoßfuge mit $\delta = 1 \text{ cm}$ rechnet?
87. Um wieviel (x) ist eine Blechtafel von der Länge l und der Breite b größer als eine Blechtafel von der Länge l_1 und der Breite b_1 ?
a) $l = 1,80 \text{ m}$; $b = 1 \text{ m}$; $l_1 = 2 \text{ m}$; $b_1 = 80 \text{ cm}$.
88. Bei einer halbrunden Dachrinne vom Durchmesser $d = 18 \text{ cm}$ rechnet man zum Wulsten beiderseits die Breite $\delta = 5 \text{ cm}$ hinzu. Wie breit (b) ist das gestreckte Blech? (Res. auf 2 Dezimalstellen).
89. Wie hoch (H) wird eine Mauer aus Normalziegelsteinen, wenn dieselbe aus n Schichten besteht und zu jeder Schicht eine Lagerfuge von h_1 Höhe hinzukommt? Anl.: $h = 6,5 \text{ cm}$.
a) $n = 30$; $h_1 = 1,2 \text{ cm}$; b) $n = 13$; $h_1 = 1,2 \text{ cm}$.

90. In einer Fabrik erhalten a Arbeiter den Tageslohn m und b Arbeiter den Tageslohn n . Wie groß (w) ist der gesamte Wochenlohn?
91. Von einer rechteckigen Blechtafel von der Breite b und der Länge l wird zunächst parallel zur Breite ein Stück von der Länge d und dann parallel zur Länge ein Streifen von der Breite ε abgeschnitten. Wie groß ist die Länge l_1 , die Breite b_1 und der Inhalt F_1 des übrig bleibenden Stückes?
92. Ein Speisezimmer von $l = 6\text{ m}$ Länge und $b = 4,20\text{ m}$ Breite soll auf $h = 1,80\text{ m}$ Höhe mit Holz verkleidet werden. Wieviel (F) Holz ist hierzu erforderlich, wenn 2 Fenster von $b_1 = 1,08\text{ m}$ Breite in $h_1 = 0,80\text{ m}$ Höhe über dem Fußboden vorhanden sind und für 3 Türen und die Wand am Ofen zusammen $d = 6,40\text{ m}$ abzurechnen ist?
93. Ein cylindrischer Wasserbehälter von der Höhe h hat elliptischen Querschnitt mit der großen Halbachse R und der kleinen Halbachse r . Wieviel (V) Wasser kann man einfüllen, wenn sich in der Entfernung e unter dem oberen Rand eine Ausflußöffnung befindet? (Aufg. 38.)
94. Wie groß ist der Rauminhalt V einer Zwischenmauer von $d = 1$ Stein Stärke, deren Länge $l = 5,80\text{ m}$ und Höhe $h = 4,10\text{ m}$ ist, wenn sich in derselben 2 Thüröffnungen von $b_1 = 1\text{ m}$ Breite und $h_1 = 2,40\text{ m}$ Höhe befinden? Wieviel (x) Ziegelsteine und wieviel (y) Mörtel braucht man dazu, wenn man für 1 cbm Mauerwerk $n = 400$ Steine und $n_1 = 280\text{ l}$ Mörtel rechnet? Anl. $d = 25\text{ cm}$.
95. Von einer rechteckigen Blechtafel von der Länge a und der Breite b wird rings ein Rand von der Breite d abgeschnitten. Wie groß ist die übrig bleibende Fläche F_1 und die abgeschnittene Fläche F_2 ? (F_2 als Differenz).
96. Ein ungeteertes Hanfseil von 26 mm Dicke darf mit $P = 600\text{ kg}$ belastet werden. Wie groß (x) ist die zulässige Belastung desselben Seiles, wenn es geteert wird und deshalb mit 12% weniger zu belasten ist?
97. Wieviel (z) Zinsen bringt ein Kapital a in n Jahren zu $p\%$?
a) $a = 7000\text{ M.}$; $n = 3$; $p = 3,5$; b) $a = 80\text{ M.}$; $n = 5$; $p = 3$.
98. Wie groß muß das Werkmaß (V_1) eines unbearbeiteten Steines sein, der nach der Bearbeitung die Länge $l = 1\text{ m}$, die Breite $b =$

0,5 m und die Höhe $h = 0,84$ m haben soll, wenn man für die Bearbeitung nach jeder Richtung eine Länge $d = 3$ cm zugiebt?

a) $l = 1,30$ m; $b = 0,35$ m; $h = 24,4$ cm; $d = 28$ mm.

99. An einem zweiarmigen Hebel wirkt rechts am Hebelarm a_1 die Kraft P_1 nach unten und am Hebelarm a_2 die Kraft P_2 nach oben, ferner links am Hebelarm a_3 die Kraft P_3 nach unten. Wie groß ist das resultierende (linksdrehende) Moment M ? (Aufg. 66).

100. An einem einarmigen Hebel hängt im Abstände a_1 vom Drehpunkt das Gewicht G_1 und im Abstände a_2 das Gewicht G_2 . Um wieviel (x) nimmt das Drehmoment zu, wenn man beide Gewichte zusammen in die Entfernung a vom Drehpunkt hängt?

a) $G_1 = 45$ kg; $G_2 = 73$ kg; $a_1 = 3$ m; $a_2 = 2$ m; $a = 2,5$ m.

b) $G_1 = 35$ g; $G_2 = 0,4$ kg; $a_1 = 1$ m; $a_2 = 37$ cm; $a = 0,5$ m.

101. Ein eisernes Geländer von der Länge $l = 40$ m hat außer an beiden Enden jedesmal nach der Entfernung $e = 1,60$ m einen Pfeiler. Wieviel (x) Pfeiler hat das Geländer?


102. Wie groß ist das Verhältnis (v) einer Größe a zu einer Größe b ?
 Antw. $v = a : b$.

103. Ein Stab von der Länge l werde durch Zug auf eine Länge l_1 gestreckt. Wie groß ist die Dehnung ε , d. h. das Verhältnis der Verlängerung zur ursprünglichen Länge? (Res. als Dezimalzahl).

a) $l = 2$ m; $l_1 = 2,001$ m; b) $l = 3,60$ m; $l_1 = 3,618$ m.

104—109. Konstruiere geometrisch:

104. a) $a + b$; b) $a - b$; c) $\sphericalangle \alpha + \sphericalangle \beta$; d) $\sphericalangle \alpha - \sphericalangle \beta$.

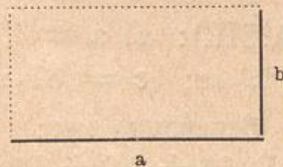
105. a) $a + b + c$; 

b) $a + b - c$; c) $a - b + c$; d) $a - b - c$.

106. a) $a + (b + c)$; 

b) $a + (b - c)$; c) $a - (b + c)$; d) $a - (b - c)$.

107. $a \cdot b$.



108. a) $a \cdot (b + c)$; b) $(a + b) \cdot c$; c) $(a + b)(c + d)$.

109. a) $a \cdot (b - c)$; b) $(a + b)(c - d)$; c) $(a - b)(c - d)$.

III. Addition, Multiplikation und Potenzierung.

§ 1.

1. Wie schreibt man: a) $a + a + a$; b) $x + x + x + x$;
c) $(a + b) + (a + b) + (a + b) + (a + b) + (a + b) + (a + b)$?
2. Was bedeutet: a) $4a$; b) $3u$; c) $9(x + y)$; d) $n \cdot a$;
e) $4(ab)$; f) $5x^2$; g) $n(a + 2b + c)$?
3. Berechne: a) $3a + a$; b) $15u^2 + u^2$; c) $8(a + b) + (a + b)$;
d) $5xy + xy$; e) $na + a$; f) $n(x + y) + (x + y)$.
4. Drücke in Worten aus: A.I.)*) $a + b = b + a$.
A.II.) $a + (b + c) = a + b + c$; A.II.a.) $a + b + c = a + (b + c)$.
5. Veranschauliche A.II. geometrisch.
6. Zahlenbeispiel zu A.II.): a) $a = 18$; $b = 12$; $c = 19$;
b) $a = 67$; $b = 33$; $c = 89$; c) $a = 1,62$; $b = 8,99$; $c = 0,01$.
Ausführung zu a): $\alpha) 18 + (12 + 19) = 18 + 31 = 49$;
 $\beta) 18 + 12 + 19 = 30 + 19 = 49$.
7. Zahlenbeispiel zu A.II a): a) $a = 97$; $b = 88$; $c = 12$;
b) $a = 18m$; $b = 7,7m$; $c = 0,3m$; c) $a = 577$; $b = 389$; $c = 211$.
8. Forme zur leichteren Berechnung um:
a) $15 + 18 + 2$; b) $88 + (12 + 19)$; c) $997 + (3 + 88)$.
9. Berechne: a) $2a + (a + b)$; b) $7x + (x + 8y)$; c) $a + b + b$;
d) $x + x + x + y + y$; e) $13u + 5v + v$.
Ausführung zu a): $2a + (a + b) = 2a + a + b = 3a + b$.
10. Beweise: $a + (b + c + d) = a + b + c + d$.
Anl. $a + (b + c + d) = a + [(b + c) + d]$.
11. Beweise die Formel: A.III.) $a + b + c = a + c + b =$
 $b + a + c = b + c + a = c + a + b = c + b + a$.
Anl. Es ist z. B.: $a + b + c = a + (b + c) = b + c + a$.
12. Zahlenbeispiele zu A.III.): a) $a = 3,7$; $b = 0,08$; $c = 2,12$;
b) $a = 5m$; $b = 19m$; $c = 81m$.
13. Forme zur leichteren Berechnung um:
a) $15 + 28 + 5$; b) $99 + 3,9 + 6,1$; c) $37 + 18 + 23 + 2$.

*) A. heißt Additionsformel, M. Multiplikationsformel, P. Potenzierungsformel, Q. Quadratformel.

14. Berechne: a) $2a + b + a$; b) $a + 4b + 3a$; c) $a + b + a + b$;
 d) $(5a + b) + (a + 2b)$; e) $x^2 + u + 2x^2 + u$.
15. Wie breit (b) muß der Klempner ein Zinkblech für ein Lüftungsröhr vom Durchmesser $d = 20 \text{ cm}$ nehmen, wenn der Falz auf einer Seite die Breite $\delta = 6,5 \text{ mm}$ und auf der anderen Seite doppelt soviel erfordert?
16. Wie lang (x) wird der Zaun um einen rechteckigen Bauplatz von der Länge l und der Tiefe b?
17. Wie groß ist die Oberfläche O einer Holzkiste von der Länge l, der Breite b und der Höhe h?

§ 2.

18. Wie schreibt man: a) $a \cdot a \cdot a$; b) $x \cdot x \cdot x \cdot x$;
 c) $(uv) \cdot (uv) \cdot (uv)$; d) $(a^3) \cdot (a^3)$; e) $(x + y) (x + y) (x + y)$?
19. Was bedeutet: a) a^4 ; b) u^3 ; c) $(x^2y)^2$; d) $(a + b)^4$; e) x^n ?
- 20—23. Berechne (zunächst ohne Tabelle, dann mit Tabelle):

a)	b)	c)	d)	e)
20. 21^2	71^2	59^2	123^2	765^2
21. 7^3	19^3	67^3	321^3	467^3
22. $8,4^2$	$6,92^2$	$0,15^2$	$20,7^2$	$0,0312^2$
23. $8,4^3$	$6,92^3$	$0,15^3$	$20,7^3$	$0,0312^3$

24. Berechne: a) $a^4 \cdot a$; b) $(7u)^3 \cdot (7u)$; c) $(x + y)^2 \cdot (x + y)$.
25. Drücke in Worten aus: **M.I.)** $a \cdot b = b \cdot a$.
M.II.) $a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$; **M.IIa.)** $a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
26. Zahlenbeispiele zu M.II.): a) $a = 8$; $b = 125$; $c = 17$;
 b) $a = 2$; $b = 0,5$; $c = 38,9$; c) $a = 25$; $b = 4$; $c = 37,27$.
27. Forme zur leichteren Berechnung um:
 a) $13 \cdot 8 \cdot 125$; b) $2 \cdot (5 \cdot 39,82)$; c) $0,37 \cdot 4 \cdot 25$.
28. Berechne: a) $a \cdot a^4$; b) $(7a) \cdot a$; c) $5 \cdot (3x)$; d) $a \cdot (a^2b)$.
29. Beweise und drücke in Worten aus:
M.III.) $a \cdot b \cdot c = a \cdot c \cdot b = b \cdot a \cdot c = b \cdot c \cdot a = c \cdot a \cdot b = c \cdot b \cdot a$.
30. Berechne:
 a) $a^2b \cdot a$ | b) $3(x + y) \cdot 7$ | c) $(au) \cdot (bu)$
 d) $(ab) \cdot (ab)$ | e) $5a^2u \cdot 3a$ | f) $(3u) (3u) (3u)$.
31. Wie groß ist das Trägheitsmoment J einer quadratischen Strebe, deren Quadratseite a ist (bezogen auf eine Mittelparallele)?
 a) $a = 7 \text{ cm}$; b) $a = 12 \text{ cm}$; c) $a = 13,5 \text{ cm}$.

32. Geib die Stellungen eines Normal-Ziegelsteines (z. B. mit Hilfe einer Zündholzschachtel) an, in denen man für den Rauminhalt $V = \text{Vorderkante} \times \text{Tiefe} \times \text{Höhe}$ erhält:

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| 1) 25 cm · 12 cm · 6,5 cm | 2) 25 cm · 6,5 cm · 12 cm |
| 3) 12 cm · 25 cm · 6,5 cm | 4) 12 cm · 6,5 cm · 25 cm |
| 5) 6,5 cm · 25 cm · 12 cm | 6) 6,5 cm · 12 cm · 25 cm. |

In welchen Stellungen ist a) der Horizontalschnitt, b) der Rauminhalt am größten?

§ 3.

33. Drücke in Worten aus:

P.I.) $(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$; P.Ia.) $a^n \cdot b^n \cdot c^n = (a \cdot b \cdot c)^n$.

34. Berechne als Beispiel:

a) $(au)^2$; b) $(3xy)^2$; c) $(7uvw)^2$; d) $(bh)^3$; e) $(5ax)^3$; f) $(abc)^5$.

Ausführung zu a): $(au)^2 = (au) \cdot (au) = (a \cdot a) \cdot (u \cdot u) = a^2 \cdot u^2$.

35. Zahlenbeispiel zu P.I.): a) $a = 4$; $b = 3$; $c = 5$; $n = 2$;
b) $a = 723$; $b = 10$; $c = 10$; $n = 3$.

36—37. Berechne (zunächst ohne Tabelle, dann mit Tabelle):

36. a) 1300^2 | b) 5830^2 | c) 70000^2 | d) 34300^2 | e) 1000^2

37. a) 1300^3 | b) 5830^3 | c) 70000^3 | d) 34300^3 | e) 1000^3 .

38. Berechne mit Hilfe der Tabelle:

a) $(726 \cdot 3)^2$; b) $(51,7 \cdot 2)^3$; c) $(0,352 \cdot 3)^2$; d) $(3,72 \cdot 3)^3$.

39. Drücke in Worten aus:

P.II.) $a^n \cdot a^m = a^{(n+m)}$; P.IIa.) $a^{(n+m)} = a^n \cdot a^m$.

40. Berechne als Beispiel: a) $a^2 \cdot a^3$; b) $a^5 \cdot a^3$; c) $(3x)^3 \cdot (3x)^4$;
d) $u^n \cdot u$; e) $u^n \cdot u^5$; f) $x^3 \cdot x^2 \cdot x^4$.

41. Zahlenbeispiel zu P.II.): $a = 4$; $n = 2$; $m = 3$.

42. Berechne mit Hilfe der Tabelle:

a) $5^{(3+1)}$ | b) $6^{(3+2)}$ | c) $15^{(3+2)}$ | d) $17^{(2+2)}$
e) $0,8^{(2+2)}$ | f) $7,6^{(3+2)}$ | g) $31,7^{(2+2)}$ | h) $40,8^{(3+3)}$.

43. Berechne: a) $3a^2 \cdot 2a^3$; b) $12a^2u \cdot a^2$; c) $a^2b \cdot a^3b^4$.

44. Drücke in Worten aus:

P.III.) $(a^n)^m = a^{(n \cdot m)}$; P.IIIa.) $a^{(n \cdot m)} = (a^n)^m$.

45. Berechne als Beispiel: a) $(x^2)^2$; b) $(u^3)^2$; c) $(u^3)^3$; d) $(a^5)^4$.

46. Zahlenbeispiel zu P.III.): $a = 3$; $n = 3$; $m = 2$.

47—48. Berechne mit Hilfe der Tabelle:

47. a) $(6^2)^2$ | b) $(17^2)^2$ | c) $(2,9^2)^2$ | d) $(19^2)^3$ | e) $0,23^{(2 \cdot 3)}$

48. a) $(5^3)^2$ | b) $(4^3)^3$ | c) $(5^3)^3$ | d) $(7^3)^3$ | e) $9^{(3 \cdot 3)}$.

49. Berechne: a) $(a^2b)^3$; b) $(a^2b^2)^2$; c) $(3u^2)^3$; d) $(0,4x^3)^2$.

§ 4.

50. Drücke in Worten aus:

$$\begin{array}{l|l} \text{M. IV.) } a \cdot (b + c) = ab + ac & \text{M. IVa.) } ab + ac = a \cdot (b + c) \\ \text{M. V.) } (a + b) \cdot c = ac + bc & \text{M. Va.) } ac + bc = (a + b) \cdot c \end{array}$$

51. Veranschauliche M.IV. und M.V. geometrisch.

52. Zahlenbeispiele zu M.IV.) und M.V.): a) $a = 3$; $b = 5$; $c = 7$;
b) $a = 37$; $b = 13$; $c = 17$; c) $a = 25$; $b = 16$; $c = 1$.

53. Forme zur leichteren Berechnung um:

a) $8 \cdot (125 + 7)$; b) $177 \cdot 18 + 177 \cdot 12$; c) $25 \cdot 17$; d) $8 \cdot 127$.

54–58. Verwandle in eine Additionsaufgabe:

a)	b)	c)
54. $a(a + b)$	$(u + 1)v$	$(2x + 3y) \cdot 5$
55. $2,5a(1 + 4a)$	$7u^2(uv + vw)$	$(3a^2 + 4u^2) \cdot a^2u^2$
56. $(a + b + c) \cdot d$	$4u \cdot (x + 2y + 3z)$	$(5s^2 + 6u + v^2) \cdot 3su$
57. $a \cdot [b \cdot (c + d) + ef]$	$[(2a + 7) \cdot 3 + 9] \cdot 5$	$[5a + 6(3b + c)] \cdot a^2b$
58. $7x^2y^3 \cdot (x^2 + 3y^2)$	$0,6a^4(a^3 + 1)$	$5a^3 \cdot (3a^2 + 4ab + b^2)$

59–65. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe:

a)	b)	c)
59. $uv + uw$	$ab + a^2$	$8n + an$
60. $4a + 7a$	$9ux + 35xu$	$7a^2 + 2a^2$
61. $18x + 6$	$a^2 + a$	$x + 0,9x$
62. $u^2m + u$	$7ab + 3ac$	$5a^2u + auv$
63. $7x^2y + 3xy^2$	$(6ab)^2 + 9abc^2$	$2r^2\pi + 2r\pi h$
64. a) $6x^2 + 4x^2 + 0,6x^2$	b) $4ab + 18ab + 3ab$	
65. a) $6a^2 + 18ab + 12ac$	b) $36u^4 + 54u^2v^2 + 18u^3v$	

66–77. Berechne (mit Hilfe von M.IVa. und M.Va.):

66. a) $3x^2h + 7xy^2 + x^2h$; b) $4a + 3b + 7b + 5a$;
 67. a) $lh + bh + lh + bh$; b) $8a^3 + 11a^2b + 14a^3$;
 68. $4u + 6v + 3w + 5v + 4w + 2v$;
 69. $15a^2u + 7a^3 + 6au^2 + 9a^3 + 11a^2u$;
 70. a) $4m + (7m + a)$; b) $3x + 2a + (a + 4x)$; c) $4ab + (6a^2 + 8ab)$;
 71. a) $7a + 6b + 4c + (3a + b) + (4a + 3c)$; b) $0,5x^4 + (1 + 3x^4)$;
 72. $(a + 2x + 3u) + (7a + 5x + 4u) + (9x + u)$;
 73. $(5a^3b + 7) + (6a^2b^2 + 3ab^3 + 0,8) + (a^3b + 2a^2b^2 + 0,4)$;
 74. a) $4(a + b) + 6a$; b) $9x(1 + 3a) + 5x$; c) $a(bc + d) + ad$;

75. a) $3u(5v+6w)+w(4u+2v)$; b) $5h(3b+1)+(2bh+12lh)$;
 76. $4a^2bc(7ac+3bc)+5b^2(6a^2c^2+7abc)$;
 77. $(6ab)^3+4a(3b^3+2a^3)+(5a^2)^2+ab^3[10+(2a)^2]$.
 Auflösung zu 77: $11a[3a^3+2b^3(10a^2+1)]$.
 78. Verwandle die Resultate von Aufg. 16 und 17 in Produkte.
 79. An einem Hebel hängen rechts 2 gleiche Gewichte G, das eine am Hebelarm a_1 , das andere am Hebelarm a_2 . Wie groß ist das resultierende Drehmoment M? (Resultat als Produkt).
 80. Wie groß (x) ist das Dreifache eines Winkels α von $47^\circ 14' 18''$?

§ 5.

81—83. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe:

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| 81. a) $(a+b)c+(a+b)d$ | b) $a(c+d)+b(c+d)$ |
| 82. a) $2(a+x)+78(a+x)$ | b) $5,3(a+b)+(2a^2+2ab)$ |
| 83. a) $(3a+b)u+v(6a+2b)$ | b) $x(5a^2+10au)+b(2a+4u)$. |

84. Drücke in Worten aus:

M.VI.) $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$.

85. Veranschauliche M.VI. geometrisch.

86. Zahlenbeispiel zu M.VI.): a) $a=8$; $b=3$; $c=5m$; $d=7m$;
 b) $a=2kg$; $b=3,7kg$; $c=65cm$; $d=14cm$.

87—92. Verwandle in eine Additionsaufgabe:

- | | | |
|---|-------------------------|--------------------------|
| a) | b) | c) |
| 87. $(2a+b)(3a+4b)$ | $(3+2u)(5u+1)$ | $(a+1)(b+1)$ |
| 88. $(3x+5)(7x+a)$ | $(a^2+ab)(a^3+b^3)$ | $(4a^2x+1)(3a^3+x^2)$ |
| 89. $(a+b+c)(d+e)$ | $(x+y+1)(a+b)$ | $(x^3+x^2y+y^3)(xy+y^2)$ |
| 90. a) $(u+v+w)(a+b+c)$ | b) $(2u+3v+1)(5u+6v+7)$ | |
| 91. a) $(y+a)(y+2a)(y+3a)$ | b) $(3x+5)(5x+7)(7x+9)$ | |
| 92. a) $(x+7)(x+7)$; b) $(n+1)(n+1)$; c) $(a+b)(a+b)$. | | |

93. Drücke in Worten aus: **Q.I.)** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

94. Veranschauliche Q.I. geometrisch.

95—97. Verwandle in eine Additionsaufgabe:

- | | | |
|----------------------|-----------------|---------------------------|
| 95. a) $(a+2b)^2$ | b) $(5a+2v)^2$ | c) $(3x+2)^2$ |
| 96. a) $(ab+u)^2$ | b) $(2a^2+5)^2$ | c) $(7u^3v^2y+u^2vy^3)^2$ |
| 97. a) $[(a+b)+c]^2$ | b) $(u+v+w)^2$ | c) $(3x+4y+1)^2$. |

98. Verwandle nach 93: $(n + 0,5)^2$.

99. Berechne nach 98 mit der Tabelle:

a) $300,5^2$; b) $184,5^2$; c) $389,5^2$; d) 5555^2 ; e) $1,115^2$.

100—103. Verwandle in ein Quadrat:

a)	b)	c)
100. $a^2 + 2ab + b^2$	$x^2 + 2ax + a^2$	$y^2 + 2y + 1$
101. $4a^2 + 4ab + b^2$	$a^2 + 4ab + 4b^2$	$4u^2 + 4u + 1$
102. $9a^2 + 6ax + x^2$	$9a^2 + 12ax + 4x^2$	$9a^2 + 30au + 25u^2$
103. $a^2u^2 + 2abu + b^2$	$4x^4 + 4x^2y + y^2$	$x^4y^2 + 2x^3y^3 + x^2y^4$

104—107. Berechne (als Produkt oder Quadrat):

104. $(3x + 5a)^2 + x(10a + 7x)$. Auflösung: $(4x + 5a)^2$.

105. $29(u + v)(u + 2v) + (5u + 3v)(7u + 2v) + 10uv$.

Aufl.: $(8u + 8v)^2$ oder $64(u + v)^2$.

106. $x(5x + 3a) + a(20a + 17x)$. Aufl.: $5(x + 2a)^2$.

107. $(9a + b)^2 + 2(3a + 7b)^2 + 3(a^2 + b^2)$. Aufl.: $102(a^2 + ab + b^2)$.

108. Ein Tischler soll eine Stagère aus 4 Brettern herstellen, von denen das oberste a lang und b breit ist, während jedes folgende Brett um c länger und um d breiter ist, als das vorhergehende. Wieviel (F) Holz enthalten die 4 Bretter?

IV. Subtraktion.

§ 1.

1. Was bedeutet $(a - b)$?

Antwort: $(a - b)$ bedeutet diejenige Größe, welche mit dem Summanden b die Summe a ergibt.

2. Wie groß ist: $(a - b) + b$?

3. Wie nennt man eine Gleichung, wie die vorhergehende?

Antwort: Definitionsgleichung.

4. Wie groß ist: a) $a + b - b$; b) $x + a - x$; c) $a - (a - b)$?

5—7. Berechne und beweise das Resultat:

5. a) $a + 3b - 2b$ | b) $5a + 7b - 3a$ | c) $13 + 6a - 5$

6. a) $6x + 9y - (3x + 2y)$ | b) $(a + b)c - bc$ | c) $(4x + 7y)a - 3ay$

7. a) $(a + b)^2 - b^2$ | b) $(a + b)^2 - a^2$ | c) $a(b + c)^2 - ab^2$.

Ausführung zu 5 a): $a + 3b - 2b = a + b$, denn: $a + b + 2b = a + 3b$.

8. Wie groß ist der Querschnitt F einer rechteckigen Hohl säule von der Wandstärke δ , wenn die lichte Breite und Länge b und l sind? (Resultat zunächst als Differenz, dann als Produkt).
a) Dasselbe für eine quadratische Hohl säule von der lichten Weite a ;
b) Dasselbe für eine runde Hohl säule vom inneren Halbmesser r .

§ 2.

9. Was folgt für die Größe von x , wenn $x + b = a$ ist?
10. Was folgt für die Größe von y , wenn $y - b = c$ ist?
11. Wie groß ist x , wenn: a) $x + 7 = 25$; b) $x - 7 = 25$;
c) $x + 3 \text{ kg} = 17 \text{ kg}$; d) $x + 3a = b$; e) $x + (u + v) = w$;
f) $x - ab = ac$; g) $x - (a + 2b) = 6a + 5b$ ist?
12. Wie groß ist der Nebenwinkel α_1 eines Winkels α ?
a) $\alpha = 17^\circ$; b) $\alpha = 85^\circ$; c) $\alpha = 96^\circ$; d) $\alpha = 108^\circ$.
13. Wie groß ist $\sphericalangle \gamma$ in einem Dreieck, in welchem $\sphericalangle \alpha = 19^\circ$ und $\sphericalangle \beta = 73^\circ$ ist?
a) $\alpha = 35^\circ$; $\beta = 55^\circ$; b) $\alpha = 54^\circ 17'$; $\beta = 58^\circ 43'$.
14. Wie groß ist die Winkelsumme S eines n -Ecks?
a) $n = 4$; b) $n = 5$; c) $n = 6$; d) $n = 7$; e) $n = 10$.
Anl. Verbinde die Eckpunkte mit einem beliebigen Punkte innerhalb des n -Ecks.
15. Beim Abwägen eines Haufens Nägel sieht man, daß das Gewicht G_1 etwas zu groß ist, und stellt Gleichgewicht her, indem man ein Gewicht G_2 zu den Nägeln legt. Wie groß (G) ist das Gewicht der Nägel?
16. Aus einer rechteckigen Weißblechtafel von der Länge L und der Breite B soll ein offener Kasten von der Höhe h hergestellt werden. Wie groß wird dessen Länge l und Breite b , wenn für die Abkantung die Höhe um δ größer zu nehmen ist? Wie groß (x) ist der Verschnitt?
a) $L = 37 \text{ cm}$; $B = 27 \text{ cm}$; $h = 6 \text{ cm}$; $\delta = 10 \text{ mm}$;
b) $L = 45 \text{ cm}$; $B = 34 \text{ cm}$; $h = 8,5 \text{ cm}$; $\delta = 7,5 \text{ mm}$.
17. An einem Seile ziehen rechts 2 Männer mit den Kräften P_1 und P_2 und links ein Mann mit der Kraft P_3 . Wie groß (P_4) muß die Kraft eines vierten Mannes sein, der links angreifend das Gleichgewicht herstellt?
a) $P_1 = 18 \text{ kg}$; $P_2 = 11 \text{ kg}$; $P_3 = 20 \text{ kg}$.

§ 3.

18. Beweise: a) $a - b + c = a + c - b$. Anf. $(a - b) + c + b = ?$
 b) $a - b - c = a - c - b$. Anf. Mit Hilfe von 18 a).
19. Beweise und drücke in Worten aus:
 S.I.)* $a - b + c - d = a + c - b - d = c + a - b - d$ u. f. f.
20. Forme zur leichteren Berechnung um:
 a) $105 - 67 + 62$ | b) $31,8 + 7,9 - 0,8$ | c) $45 + 18 - 5$
 d) $105 + 67 - 5$ | e) $51 \text{ kg} - 28 \text{ kg} - 11 \text{ kg}$ | f) $3,09 - 0,4 - 1,09$.
21. Beweise und drücke in Worten aus:
 A.IV.) $a + (b - c) = a + b - c$; A.IVa.) $a + b - c = a + (b - c)$.
 Anf. $a + (b - c) = b - c + a = \dots$
22. Veranschauliche A.IV. geometrisch.
23. Zahlenbeispiel zu A.IV.): $a = 17$; $b = 13$; $c = 7$.
24. Forme zur leichteren Berechnung um:
 a) $237 + 528 - 518$ | b) $763 + (359 - 63)$ | c) $313 - 27 + 57$
 d) $1456 + 39$ | e) $387 + 498$ | f) $574 + 999$.
25. Beweise: $a + (b - c + d - e) = a + b - c + d - e$.
- 26—31. Berechne:
26. a) $a + (a - x)$ | b) $(u + v) + (x - v)$ | c) $38 m + (h - 7 m)$
 27. a) $3u + (8u - 11v)$ | b) $(9 + 35a) + (5a - 4)$ | c) $(a + b)^2 + (a^2 - b^2)$
 28. a) $(3a + 4b)^2 + (a^2 - 16b^2)$ | b) $(4y + 3x - 2z) + (2x - y)$
 29. a) $(4x + 5)^2 + (10x - 1)$ | b) $17a + (5b - 3c) + (12b - a)$
 30. a) $5a - 11 + 3a + 18$ | b) $u^2 (5v + 7w) + (3u^2v - u^2w)$
 31. a) $2x (3y + 6z) + 15xy - xz$ | b) $4a + [7b + (2a - b)]$.

§ 4.

32. Berechne: a) $(a - b - c) + (b + c)$; b) $(a - b + c) + (b - c)$.
33. Drücke in Worten aus:
 S.II.) $a - (b + c) = a - b - c$ | S.IIa.) $a - b - c = a - (b + c)$
 S.III.) $a - (b - c) = a - b + c$ | S.IIIa.) $a - b + c = a - (b - c)$.
34. Veranschauliche S.II. und S.III. geometrisch.
35. Zahlenbeispiel zu S.II.) und S.III.): $a = 19$; $b = 8$; $c = 5$.
36. Forme zur leichteren Berechnung um: a) $27 - 19 - 1$;
 b) $314 - (14 + 79)$; c) $513 - 57 + 47$; d) $738 - (338 - 87)$.
37. Beweise: $a - (b - c + d - e) = a - b + c - d + e$.

*) S. heißt Subtraktionsformel.

38—47. Berechne:

a)	b)	c)
38. $7x - (51 + x)$	$18 - (3a + 14)$	$(a + c) - (b + c)$
39. $(a + 2b) - (a + b)$	$(a + b)^2 - (a^2 + b^2)$	$(x + y)^2 - y(x + y)$
40. $13a - (5b - 3a)$	$(x + u) - (y - u)$	$(a + b) - (a - b)$
41. $3x + 2y - (x - 2y + z)$	$(u + v)^2 - (u^2 - v^2)$	$(a + b)^2 - (a^2 - 2ab)$
42. $7x - 51 - 2$	$15a - 27 - 36$	$(5x - 7) - (x + 5)$
43. $(x - u) - (y + u)$	$13a - 6b - 8b$	$(3x^2 - 5y^2) - (x^2 + 3y^2)$
44. $37u - 17v - (v - 18u) - 3(6u + 4v)$		

a)	b)	c)
45. $2a - 16 + 5$	$3x^2 + 0,8 - 2,3$	$5x - 7 - (x - 5)$
46. $(8n + 3) - (n + 5)$	$(8 + 3n) - (17 - 5n)$	$5x - 3y + y$
47. $a^2 - 2uv + uv$	$z^2 + u^2 - (4z)^2$	$w - (9u - a) + (u - 5w)$

48—51. Verwandle nachfolgende Aufgaben in:

48. Additionsaufgaben mit dem Summandus a:

49. Subtraktionsaufgaben mit dem Minuendus a:

50. Additionsaufgaben, deren Summanden Differenzen sind:

51. Subtraktionsaufgaben, deren Glieder Summen sind:

a) $a - b + c - d$; b) $x - (y - a) - z$; c) $a + b + c - u - v - w$.

52. Setze in Aufg. 12) $\sphericalangle \alpha = 13^\circ 25'$.

a) $\alpha = 105^\circ 43'$; b) $\alpha = 80^\circ 36' 19''$; c) $\alpha = 63^\circ 59' 27''$.

53. Setze in Aufg. 13) $\sphericalangle \alpha = 73^\circ 10'$ und $\sphericalangle \beta = 36^\circ 57'$.

a) $\alpha = 40^\circ 5' 16''$; $\beta = 40^\circ 54' 44''$; b) $\alpha = 90^\circ$; $\beta = u^\circ$.

§ 5.

54. Drücke in Worten aus:

M.VII.) $a \cdot (b - c) = ab - ac$ | M.VIIa.) $ab - ac = a \cdot (b - c)$

M.VIII.) $(a - b) \cdot c = ac - bc$ | M.VIIIa.) $ac - bc = (a - b) \cdot c$

55. Veranschauliche M.VII. und M.VIII. geometrisch.

56. Zahlenbeispiel zu M.VII.) und M.VIII.): $a = 11$; $b = 7$; $c = 1,5$.

57. Forme zur leichteren Berechnung um: a) $5 \cdot 17 - 5 \cdot 9$;

b) $17 \cdot (100 - 3)$; c) $(40 - 1) \cdot 25$; d) $83 \cdot 99$; e) $79 \cdot 125$.

58—60. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

58. a) $a \cdot (n - 1)$; b) $2(7a - 5b)$; c) $2xy(x^2 - y^2)$.

59. a) $4,2a \cdot [5(7x - y) - y]$; b) $3a^3x(2x^2 + ax - a^2)$.

60. a) $(6u^2 - 3uv) \cdot 7u^3v$; b) $(3,7g + h - 2k) \cdot 0,8h$.

61—64. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe:

a)	b)	c)
61. $xu - uw$	$x^4 - x^2 y^2$	$\pi R^2 - \pi r^2$
62. $18 + 18x - 18y$	$27 - 18x^3 y^4$	$18a^4 - 42a^2 + 12a$
63. $xy - 3y$	$na - ma$	$nh - h$
64. $2,5 u^2 v - 0,8 u^2 v$	$ab - 0,6 ab$	$5x + 7,2x - 4,9x$

65—74. Berechne als Produkt:

a)	b)
65. $15a + (9a - 8b)$	$(5x + 18y) - (17 + y - 12x)$
66. $(5u + 6) - (6 + 5x)$	$39x - (15y - x) + 5(4z - y)$
67. $7g - [5h - (3g - h)]$	$15u - 6[7v - 2(u - v)]$
68. $8x - 4y - 3x - y$	$14a + 5b - 44a$
69. $(a + 6b) - (a + 2b)$	$(3F - ab) - (F + ab)$
70. $7x - (5x^2 - x)$	$8a^2 + b^2 - (2a + b)^2$
71. $(5p - 8q) - (19p + 17r) + (22q + 3r)$	
72. $2(23a - 4x - 32y) + 19x - 37y + 3(3a - 11 - 3y)$	
73. $54ab - 3a(7b - 4c) - (2c + 3a) \cdot 11b$	
74. $15x(3x + 5y - 6z) - 7y(5x - 12y - 2z) + 10z(9x - y) - 5(3x + 4y)^2$	

75. Eine 1 Stein starke Mauer hat die Stärke $\delta_1 = 25 \text{ cm}$. Wie stark (δ) ist eine Mauer von n halbe Stein Stärke, wenn man für je einen halben Stein 13 cm mehr rechnet? (Resultat als Differenz.)

§ 6.

76. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe: a) $(a+b)x - (a+b)y$; b) $(a-b)u + (a-b)v$; c) $(x-y)u - (x-y)v$.

77. Drücke in Worten aus:

M.IX.) $(a+b)(c-d) = ac + bc - ad - bd$.

M.X.) $(a-b)(c+d) = ac - bc + ad - bd$.

M.XI.) $(a-b)(c-d) = ac - bc - ad + bd$.

78. Veranschauliche M.IX., X. und XI. geometrisch.

79. Zahlenbeispiel zu M.IX.), X.) und XI.): $a = 8$; $b = 5,3$; $c = 7$; $d = 5$.

80—86. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

80. a) $(P+Q)(l_1 - l_2)$	b) $(7a+1)(9b-2)$
81. a) $(x+y+1)(x-y)$	b) $(a^3 + a^2b + ab^2)(a^2 - b^2)$
82. a) $(r^2 + r + 1)(r-1)$	b) $(u^3 + u^2 + u + 1)(u-1)$

83. a) $(n - 1)(x + y)$ | b) $(5a - 3b)(7a + 4b)$
 84. a) $(a - b - c)(d + e)$ | b) $(x^2 - xy + y^2)(x + y)$
 85. a) $(2x - y)(x - 2y)$ | b) $(a - b + c)(d + e - f)$
 86. a) $(3u - 2v)(3u - 2v)$ | b) $(a + b)(a - b)$.

87. Drücke in Worten aus:

Q.II.) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Q.III.) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

88. Veranschauliche Q.II. und Q.III. geometrisch.

89. Zahlenbeispiel zu Q.II.) und Q.III.): $a = 11$; $b = 4$.

90—92. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

- | a) | b) | c) |
|----------------------------|------------------------|----------------------|
| 90. $(3a - 4b)^2$ | $(n - 1)^2$ | $(uv - a)^2$ |
| 91. $(15a^2xz - 2ax^2z)^2$ | $(u + v - w)^2$ | $(x - y - z)^2$ |
| 92. $(5a + 1)(5a - 1)$ | $(x^3 - 7b)(x^3 + 7b)$ | $(50 - 2)(50 + 2)$. |

93—94. Berechne mit Hilfe der Potenztabelle:

93. a) $(30 + 2)(30 - 2)$; b) $(537 - 1)(537 + 1)$.
 94. a) $32 \cdot 28$; b) $536 \cdot 538$; c) $36 \cdot 44$; d) $251 \cdot 261$.

95—96. Verwandle in ein Quadrat resp. Produkt:

95. a) $a^2 - 2ab + b^2$; b) $u^2x^2 - 2uvxy + v^2y^2$; c) $16h^2 - 8h + 1$.
 96. a) $a^2 - b^2$; b) $u^2 - 4v^2$; c) $7u^2 - 28v^2$; d) $x^2 - 4a^2b^2$.

97—106. Berechne (wenn möglich als Produkt):

97. a) $uv - (u - x)(v - x)$; b) $(u + x)(v + x) - (u - x)(v - x)$.
 98. $(5a + 3b)(2u - v) - (4a - 6b)(2v - u)$.
 99. $(9ux - 15ax)(5ab + 3ub)$. Resultat: $3bx(9u^2 - 25a^2)$ oder?
 100. $(5a + 3b)(7c - 4d + 2e) - (10a + 7b)(3c - 2d + e)$.
 101. $(14g_1 + 2g_2)(3h_1 - 5h_2) - (7g_1 - 5g_2)(6h_1 + 2h_2)$.
 102. $(2a - 3u)(5a - 9u) - (7a - 3u)(4a - 3u)$.
 103. a) $(a + b)^2 + (a - b)^2$; b) $a^2 - 2ab + b^2 - 7(a - b)$.
 104. a) $(u + v)^2 - (u - v)^2$; b) $7(a - b) - a^2 + 2ab - b^2$.
 105. $(5u + 3v)(6u - 2v) + (4u - v)^2$; b) $a^2 - 2ab + b^2 - a + b$.
 106. $(15a + 3b)(15a - 3b) - (17a + 5b)(17a - 5b)$.

107. Um wieviel (x) ist ein Quadrat größer als ein Rechteck, von dessen Seiten die eine um u länger, die andere um u kürzer ist als die Quadratseite?

V. Null und negative Zahlen.

§ 1.

1. Was versteht man unter „Null“?

Antwort: „Null“ bedeutet das Resultat einer Subtraktionsaufgabe, deren Subtrahendus dem Minuendus gleich ist.

2. Wie groß ist: a) $u - u$; b) $371 - 371$; c) $6a^2b - 6a^2b$?

3. Nach welcher Methode findet man die Regeln der Rechnung mit „Null“?

4. Berechne durch Auflösen der Klammern:

a) $a + (u - u)$	b) $(u - u) + a$	c) $a - (u - u)$
d) $a \cdot (u - u)$	e) $(u - u) \cdot a$	f) $(u - u) + (a - a)$
g) $(u - u) - (a - a)$	h) $(u - u) \cdot (a - a)$	

5. Wie groß ist: a) $a + 0$; b) $0 + a$; c) $a - 0$; d) $a \cdot 0$;
e) $0 \cdot a$; f) $0 + 0$; g) $0 - 0$; h) $0 \cdot 0$?

6. Drücke die Regeln der Rechnung mit „Null“ in Worten aus.

7. Berechne: a) $15 + (3x - 3x)$; b) $5y - (0,8a - 0,8a)$;
c) $15a + 12b - 3(5a + 4b)$; d) $(v + 0)t$; e) $47 \cdot [(3x)^2 - 9x^2]$.

8. Jemand will ein Dreieck zeichnen mit $\sphericalangle \alpha = 103^\circ$ und $\sphericalangle \beta = 77^\circ$. Wie groß wird $\sphericalangle \gamma$?

a) $\alpha = 90^\circ$; $\beta = 90^\circ$; b) $\alpha = u^\circ$; $\beta = 180^\circ - u^\circ$.

9. Wie groß ist die resultierende R einer Reihe von Kräften in derselben Wirkungsgeraden, die sich im Gleichgewicht halten?

10. Wie groß ist das resultierende Moment M aller Kräfte an einem im Gleichgewicht befindlichen Hebel?

11. Wie groß ist die Arbeitsleistung A eines ruhenden Gewichtes G?

12. Am Drehpunkt eines Hebels wirkt eine Kraft P. Wie groß ist ihr Drehmoment M?

§ 2.

13. Was ergibt nach S.II.) a) $5 - (5 + 4)$; b) $a - (a + u)$;
c) $3x - (3x + 5x)$; d) $6 - 11$; e) $18u - 37u$; f) $a - 5a$?

14. Wie schreibt man statt: a) $(0 - 3)$; b) $(0 - 0,8)$; c) $(0 - 2a)$?

15. Was versteht man unter einer negativen Größe?

16. Wann darf man die Klammern um eine negative Größe fortlassen?

17. Was versteht man a) unter einer positiven Größe, b) unter dem absoluten Betrag einer Größe?

18. Berechne: a) $5v^2 - (3v)^2$; b) $(x + y)(x - y) - (x + y)^2$;
c) $0,7p - 0,92p$; d) $0,2a - a$; e) $6(a + b) - 2(3a + 4b)$.
19. Um wieviel ist $(a - 8)$ größer als $(a - 3)$?
20. Ein Arbeiter verdient in einer Woche täglich $s = 3,10 M.$ und gibt täglich einschl. des Sonntags $t = 2,90 M.$ aus. Wieviel (x) kann er in dieser Woche zurücklegen?
a) $s = 3,00 M.$; $t = 2,80 M.$; b) $s = 2,80 M.$; $t = 2,40 M.$
21. Ein Ruderer ist $s_1 = 0,8 km$ stromaufwärts gerudert, als ihm ein Ruder bricht. Er treibt nun durch die Strömung $s_2 = 1 km$ stromabwärts. Wie weit (x) stromaufwärts von seiner Abfahrtsstelle landet er?
a) $s_1 = 2 km$; $s_2 = 1,5 km$; b) $s_1 = 4,3 km$; $s_2 = 4,3 km.$
22. An einem Punkte greift eine Vertikalraft $P_1 = 73 kg$ nach unten und eine Vertikalraft $P_2 = 100 kg$ nach oben an. Wie groß ist die nach unten resultierende Kraft R? (II. Aufg. 60.)
23. Ein Thermometer, welches Mittags $t_1 = 5^\circ C$ zeigte, fällt bis zum Abend um $\delta = 8^\circ$. Wieviel $^\circ C$ (t_2) zeigt daselbe am Abend?
a) $t_1 = 0^\circ C$; $\delta = 5,6^\circ C$; b) $t_1 = 2,5^\circ C$; $\delta = 4^\circ C.$
24. Wie nennt man gewöhnlich: a) — 11 M. Ersparnis; b) — 3 km Weg stromaufwärts; c) — 15 kg Kraft nach unten; d) — $7^\circ C$ Wärme?

§ 3.

25. Nach welcher Methode findet man die Regeln der Rechnung mit negativen Größen?
26. Was ergibt a) nach A. IV.) $a + (0 - b)$;
b) nach S. III.) $a - (0 - b)$?
27. Drücke in Worten aus:
V.I.) *) $+ (-) = - (+)$; V.Ia.) $- (-) = + (+)$.

28—33. Berechne:

a)	b)	c)
28. $6 + (- 3,8)$	$3,1 + (- 7,3)$	$0,4 + (- 0,4)$
29. $5u^2 + (- 11u^2)$	$3a + (- [a + b])$	$7x + (- [2a - x])$
30. $15 - (- 8,3)$	$26ab - (- 4ac)$	$x^2 - (- [a - x^2])$
31. $(- 8) + 8,6$	$(- 16x) + 10,3x$	$(- 13 M.) + 2 M.$
32. $(- 6a) + 2,03a$	$-14u + (3u + 7v)$	$-(7 + 2x) + 3x$
33. a) $-(u + 2v) + (u + 4v)$;	b) $(-a [3b + 2c]) + b(3a + 2c)$.	

*) V. heißt Vorzeichenregel.

34. Was ergibt nach S.IIa.) $(0 - a) - b$?

35—40. Berechne:

- | | a) | b) | c) |
|-----|---|-----------------------------------|------------------|
| 35. | $(-16) - 4$ | $-8 \text{ kg} - 5,75 \text{ kg}$ | $(-a) - a$ |
| 36. | $-3x - 7x$ | $-7v - (u + 6v)$ | $-7v - (u - 6v)$ |
| 37. | $(-26M.) + (-1M.)$ | $(-3a) + (-6,2a)$ | $-u^2 + (-u^2)$ |
| 38. | $(-[1,4 \text{ s} + 3,7 \text{ t}]) + (-[2,8 \text{ s} - 3,7 \text{ t}])$. | | |
| 39. | a) $(-13) - (-20)$; b) $-0,7 - (-0,02)$; c) $(-a) - (-a)$. | | |
| 40. | a) $(-7x) - (-11x)$; b) $(-14h) - (-[2h + 1] \cdot 7)$. | | |
41. Ein Thermometer, welches um Mitternacht $t_1 = -11^\circ\text{C}$ zeigt, steigt bis zum Morgen um $\delta = 3^\circ$. Wie hoch (t_2) zeigt dasselbe alsdann?

§ 4.

42. Was ergibt: a) $a \cdot (0 - b)$; b) $(0 - a) \cdot b$; c) $(0 - a)(0 - b)$?

43. Drücke in Worten aus: V.II.) $(+) \cdot (-) = (-)$;

V.IIa.) $(-) \cdot (+) = (-)$; V.IIb.) $(-) \cdot (-) = (+)$.

44—50. Berechne:

- | | a) | b) | c) | d) |
|-----|----------------------------------|--------------------------------|----------------------------|----------------------|
| 44. | $3 \cdot (-7,5)$ | $a^2 \cdot (-a)$ | $3 \cdot (-1,5 \text{ m})$ | $6 \cdot (-1)$ |
| 45. | $(a + b)(-1)$ | $(a - b)(-1)$ | $(-7) \cdot 6ab$ | $(-8a) \cdot 0$ |
| 46. | $(-3 \text{ kg})(-8)$ | $(-5)(-5)$ | $(-3a)^2$ | $(-0,16)^2$ |
| 47. | $5 \cdot (-3) \cdot 7$ | $(-4) \cdot (-2) \cdot 5$ | $(-9)(-7)(-4)$ | $(-5x)^2 \cdot (-x)$ |
| 48. | $(-6)^3$ | $(-1)^3$ | $(-3x)^3$ | $(-2 \text{ cm})^4$ |
| 49. | a) $16u^2v - 3u \cdot (-5uv)$ | b) $(-4)^2 + (-2)^3$ | | |
| 50. | a) $[(-5) + x] \cdot [(-7) - x]$ | b) $(3u + v)(-x) - (u - v)x$. | | |

51—54. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 9 bis 11:

51. $a = 3$; $b = 7$; $c = 0$; $d = 5$; $e = 17$;
 52. $a = -5$; $b = -2$; $c = 11$; $d = -3$; $e = 8$;
 53. $a = -1$; $b = 5$; $c = -5$; $d = -2$; $e = -2$;
 54. $a = -0,3$; $b = 7$; $c = 2,1$; $d = 0$; $e = -5$.

55—56. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 12 bis 14:

55. $a = 5$; $b = 2$; $c = 8$; $d = 0,5$; $e = -4$;
 56. $a = -2$; $b = 5$; $c = 16$; $d = -11$; $e = -1$.

57. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 21 bis 23:

$a = 5$; $b = -2$; $c = 0$; $d = -3$.

VI. Division und Bruchrechnung.

§ 1.

1. Was bedeutet $(a : u)$ oder $\frac{a}{u}$?

Antwort: $(a : u)$ bedeutet diejenige Größe, welche mit dem Faktor u das Produkt a ergibt.

2. Wie groß ist: $(a : u) \cdot u$?
 3. Wie nennt man eine Gleichung, wie die vorhergehende?
 4. Wie groß ist: $a) (a \cdot u) : u$; $b) (au) : a$; $c) a : (a : u)$?
 5—16. Berechne und beweise das Resultat:

- | | | | | | |
|-----|---|--|--|---------------------------------------|-------------------------------------|
| | <i>a)</i> | <i>b)</i> | <i>c)</i> | <i>d)</i> | <i>e)</i> |
| 5. | $\frac{a}{1}$ | $\frac{u-v}{1}$ | $\frac{1}{1}$ | $\frac{5u^2-x}{5u^2-x}$ | $\frac{0}{n}$ |
| 6. | $\frac{3a}{a}$ | $\frac{18xa}{6x}$ | $\frac{r^3\pi}{r}$ | $\frac{10u^4}{2u^2}$ | $\frac{13u^2x}{ux}$ |
| 7. | $\frac{18a^2b^3}{18a^2b^3}$ | $\frac{18a^2b^3}{3ab}$ | $\frac{2a(x+u)}{a}$ | $\frac{2a(x+u)}{2}$ | $\frac{2a(x+u)}{x+u}$ |
| 8. | $\frac{15\text{ kg}}{3\text{ kg}}$ | $\frac{\pi \cdot 12\text{ m}}{4\text{ m}}$ | $\frac{7\text{ kg}}{200\text{ g}}$ | $\frac{1\text{ Min.}}{5\text{ Sek.}}$ | $\frac{42\text{ t}}{700\text{ kg}}$ |
| 9. | $\frac{35\text{ gm}}{7\text{ m}}$ | $\frac{235\text{ kgcm}}{47\text{ kg}}$ | $\frac{84,12\text{ M.}}{12}$ | $\frac{360^\circ}{8}$ | $\frac{h \cdot 8\text{ m}}{2h}$ |
| 10. | <i>a)</i> $\frac{5a-5b}{a-b}$ | <i>b)</i> $\frac{au+av}{u+v}$ | <i>c)</i> $\frac{au+av}{a}$ | | |
| 11. | <i>a)</i> $\frac{a^4-7a^2b}{a^2}$ | <i>b)</i> $\frac{27a^2-36ab}{3a-4b}$ | <i>c)</i> $\frac{3ab+a(b+4)}{b+1}$ | | |
| 12. | [5 kg (7a - 3b) - 3 kg (5a + 5b)] : (2a - 3b). | | | | |
| 13. | [(a + 2b) (c + 2d) - (a - 2b) (c - 2d)] : (ad + bc). | | | | |
| 14. | $\frac{6,2a(3b+7c) - 5,3b(3a-c) + 26,3c(5b-a)}{3ab + 19ac + 152bc}$. Resultat: 0,9. | | | | |
| 15. | <i>a)</i> $\frac{(a-b)^2 - a(a+b)}{b}$ | <i>b)</i> $\frac{(1+x^2)^2 - 1}{x^2 + 2}$ | <i>c)</i> $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2a}$ | | |
| 16. | <i>a)</i> $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a+b}$ | <i>b)</i> $\frac{16x^2 - 8x + 1}{4x - 1}$ | <i>c)</i> $\frac{a^2u^2 - 1}{au + 1}$ | | |
| 17. | Was versteht man <i>a)</i> unter einem Bruch, <i>b)</i> unter einer gemischten Zahl? | | | | |
| 18. | Schreibe als Brüche resp. als Summen: <i>a)</i> 0,7; <i>b)</i> 0,08;
<i>c)</i> 0,002; <i>d)</i> 3,5; <i>e)</i> 18,72; <i>f)</i> 40,04; <i>g)</i> 4,0001. | | | | |
| 19. | Nach welcher Methode findet man die Regeln der Bruchrechnung? | | | | |

§ 2.

20. Was folgt a) für die Größe von x , wenn $x \cdot u = a$ ist;
b) für die Größe von y , wenn $y : u = a$ ist?
21. Wie groß ist x , wenn a) $7x = 84 \text{ kg}$; b) $\frac{x}{9} = 2,1$;
c) $x(a + b) = a^2 - b^2$; d) $\frac{x}{a-b} = a + b$ ist?
22. Wie groß (x) ist jeder Winkel im gleichseitigen Dreieck?
23. Ein Zahnrad von z Zähnen hat den Teilkreisdurchmesser d . Wie groß ist die Teilung t ?
- | | | |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| a) $d = 182 \text{ cm}$ | b) $d = 120 \text{ cm}$ | c) $d = 85 \text{ cm}$ |
| $z = 110$ | $z = 116$ | $z = 89$. |
24. Wieviel (n) Umdrehungen muß das Zahnrad (Aufg. 23) machen, damit a Zähne desselben mit einem anderen Zahnrad zum Eingriff kommen?
- a) $a = 440$; b) $a = 116$; c) $a = 623$.
25. Wieviel (x) Schichten Normalziegel braucht man für 1 m Höhe? (Abschnitt II. Aufg. 89.)
26. Wie groß ist der Durchmesser d einer Riemenscheibe, deren Umfang $U = 430,4 \text{ cm}$ ist?
Ant. Bestimme d mittelst der Kreisumfang-Tabelle auf 3 Ziffern genau.
- | | | |
|-------------------------|--------------------------|----------------------------|
| a) $U = 641 \text{ cm}$ | b) $U = 66,6 \text{ dm}$ | c) $U = 4,14 \text{ m}$ |
| d) $U = 2,2 \text{ m}$ | e) $U = 0,955 \text{ m}$ | f) $U = 3927 \text{ mm}$. |
27. Ein Faden von der Länge $l = 377 \text{ cm}$ läßt sich $n = 8$ mal um ein Rohr herumlegen. Wie groß ist der Durchmesser d desselben?
28. Wie groß muß die lichte Höhe h eines rechteckigen Hohlprismas von der Wandstärke δ und den äußeren Querschnittsseiten A und B sein, um ein Wasservolumen V zu fassen?
- a) $\delta = 4 \text{ mm}$; $A = 21 \text{ cm}$; $B = 18 \text{ cm}$; $V = 173,72 \text{ l}$.
29. Wieviel (n) Umdrehungen macht eine Riemenscheibe vom Durchmesser $d = 85 \text{ cm}$, während ein Punkt des Riemens den Weg $s = 133,52 \text{ m}$ zurücklegt?
- a) $d = 143 \text{ cm}$; $s = 1797 \text{ m}$; b) $d = 65 \text{ cm}$; $s = 30,63 \text{ m}$.
30. Welche Kraft P ist erforderlich, um an einer Kurbel von der Länge l ein Moment M auszuüben?
- a) $l = 82 \text{ cm}$; $M = 1230 \text{ kgcm}$; b) $l = 1 \text{ m}$; $M = 1730 \text{ kgcm}$.

31. In ein Zahnrad von Z Zähnen, welches N Umdrehungen pro Minute macht, greift ein Zahnrad von z Zähnen. Wieviel (n) Umdrehungen pro Min. macht letzteres? *Ant.* $n \cdot z = N \cdot Z$. (Aufg. 24).
 a) $Z = 105$; $N = 8,2$; $z = 41$; b) $Z = 85$; $N = 10$; $z = 34$.
32. An welchem Hebelarm (p) muß eine Kraft P wirken, um einer Last Q am Hebelarm q das Gleichgewicht zu halten?
 a) $P = 50 \text{ kg}$; $Q = 500 \text{ kg}$; $q = 1 \text{ dm}$;
 b) $P = 3 \text{ kg}$; $Q = 48,25 \text{ kg}$; $q = 12 \text{ cm}$.
33. Die Wagebalken einer unrichtigen Krämerwage sind 20 cm und $20,3 \text{ cm}$ lang. Die am kürzeren Balken hängende Ware wiegt scheinbar $G = 3,8 \text{ kg}$. Wieviel (G_1) wiegt dieselbe in Wirklichkeit? (Resultat auf 3 Dezimalstellen).
 a) Dasselbe, wenn die Ware am längeren Balken hängt.
34. An einer Schnellwage hängt die Ware 10 cm vom Drehpunkt entfernt. Wie groß (x) muß das Laufgewicht sein, damit einer Gewichtsänderung der Ware um 10 g eine Verschiebung des Laufgewichtes um 5 mm entspricht?
35. Jemand kauft $a_1 \bar{x}$ à $m_1 \text{ M.}$ und $a_2 \bar{x}$ à $m_2 \text{ M.}$ Wie hoch (x) stellt sich der Durchschnittspreis pro \bar{x} ?
 a) $a_1 = 15$; $m_1 = 2$; $a_2 = 5$; $m_2 = 2,20$;
 b) $a_1 = 6,7$; $m_1 = 33$; $a_2 = 6,7$; $m_2 = 31$.
36. An derselben Seite } eines Hebels hängt am Hebelarm a_1
 37. An verschiedenen Seiten } eine Last Q_1 und am Hebelarm a_2 eine Last Q_2 . An welchem Hebelarm (x) würden beide Lasten zusammen dasselbe Drehmoment ausüben, wie zuvor getrennt?
 a) $a_1 = 7 \text{ dm}$; $Q_1 = 50 \text{ kg}$; $a_2 = 1 \text{ dm}$; $Q_2 = 150 \text{ kg}$;
 b) $a_1 = 5,4 \text{ dm}$; $Q_1 = 35 \text{ kg}$; $a_2 = 42 \text{ cm}$; $Q_2 = 45 \text{ kg}$.
38. Welche Last (Q) kann ein Arbeiter mittelst eines gewöhnlichen Flaschenzuges von 6 Rollen durch eine Kraft $P = 15 \text{ kg}$ halten?
39. Wie groß ist die Verlängerung δ einer Messingstange von der Länge $l = 4,5 \text{ m}$ bei einer Dehnung $\varepsilon = 0,05$? (II. Aufg. 103).
 a) $l = 2,9 \text{ m}$; $\varepsilon = 0,007$; b) $l = 0,83 \text{ m}$; $\varepsilon = 0,032$.

§ 3.

40. Wie groß ist: $(a : u) \cdot (uk)$?

41. Drücke in Worten aus:

D.I.)*) $\frac{a}{u} = \frac{ak}{uk}$; D.Ia.) $\frac{ak}{uk} = \frac{a}{u}$.

42. Zahlenbeispiele zu D.I.): a) $a = 225$; $u = 75$; $k = 4$;
b) $a = 39 \text{ kg}$; $u = 3 \text{ kg}$; $k = 10 \text{ m}$; c) $a = 12$; $u = 4$; $k = 15 \text{ Sek}$.

Ausführung zu a): $\alpha) \frac{225}{75} = 3$; $\beta) \frac{225 \cdot 4}{75 \cdot 4} = \frac{900}{300} = 3$.

43. Erweitere: a) $\frac{a}{p}$ mit x ; b) $\frac{u}{v}$ mit $2v$; c) $\frac{2}{3}$ mit 7 ;

d) $\frac{3a+b}{a+1}$ mit 4 ; e) $\frac{m}{1}$ mit $(a+2)$; f) $\frac{a-1}{n}$ mit $(a+1)$;

g) $\frac{5}{5-a}$ mit $(5-a)$; h) $\frac{11}{0,02}$ mit 100 ; i) $\frac{3,6a}{0,0081}$ mit 10000 .

44—53. Hebe (oder kürze):

	a)	b)	c)	d)
44.	$\frac{ab}{2ac}$	$\frac{5u}{uv}$	$\frac{r^2\pi}{2r}$	$\frac{2a}{-3a^2}$
45.	$\frac{12a^3b}{15a^2b^2}$	$\frac{0,5ab}{10,1b^2c}$	$\frac{5(a+b)}{15(ac+bc)}$	$\frac{-7au}{21a^2u^2v}$
46.	$\frac{93 \text{ cm}}{3,1 \text{ m}}$	$\frac{x \text{ M.}}{u \text{ Pfg.}}$	$\frac{76 \text{ kg}}{4 \text{ t}}$	$\frac{35 \text{ kgcm}}{a \text{ cm}}$
47.	$\frac{13 \text{ kg} \cdot 5 \text{ qcm}}{20 \text{ cm}}$	$\frac{7 \text{ kg} \cdot 68 \text{ qcm}}{51 \text{ kgcm}}$	$\frac{18912 \text{ kgcm}}{42 \text{ m}}$	$\frac{4 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}}{12 \text{ m}}$
48.	$\frac{2 \text{ qm}}{30 \text{ cm}}$	$\frac{9 \text{ qm}}{80 \text{ qcm}}$	$\frac{725 \text{ qmm}}{2 \text{ qdm}}$	$\frac{3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} \cdot 5 \text{ m}}{7 \text{ cm}}$
49.	a)	b)	c)	
	$\frac{39 \text{ ccm}}{26 \text{ qm}}$	$\frac{30 \text{ m} \cdot 65 \text{ qcm}}{390 \text{ cdm}}$	$\frac{730 \text{ kgcm} \cdot 5 \text{ qm}}{25 \text{ kg} \cdot 6 \text{ qcm}}$	
50.	$\frac{18a+12b}{15a+10b}$	$\frac{0,6u-1,2v}{u \cdot 0,6v}$	$\frac{35p-49q}{10p^2-14pq}$	
51.	$\frac{7a^2b+8abc}{7ac+8c^2}$	$\frac{4a+8b}{4a-8b}$	$\frac{-6x^2}{2ax+2bx}$	
52.	$\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$	$\frac{R^2\pi-r^2\pi}{(R-r)h}$	$\frac{A^4-a^4}{(A^2+a^2)^2}$	
53.	a) $\frac{a(b-2)-b(a-2)}{5a(b-a)}$;	b) $\frac{(a+b)(u-v)}{a^2+2ab+b^2}$.		

Unl. zu 46 a): $\frac{93 \text{ cm}}{3,1 \text{ m}} \cdot \frac{100}{100}$; 47 a): $\frac{13 \text{ kg} \cdot 5 \text{ qcm}}{20 \text{ cm}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{cm}}$; 48 a): $\frac{2 \text{ qm}}{30 \text{ cm}} \cdot \frac{m \cdot 100}{m \cdot 100}$.

*) D. heißt Divisionsformel.

54. Zur Herstellung von Mörtel mischt man 1 Raumteil gelöschten Kalk mit 2 Raumteilen Sand und erhält 2,4 Raumteile Mörtel. Wie (x) verhält sich das Volumen des Mörtels zu demjenigen seiner Bestandteile vor der Mischung?

a) Dasselbe für 1 Raumteil gelöschten Kalk, 3 Raumteile Sand, 3,2 Raumteile Mörtel.

55. Auf einer Transmissionswelle von $N = 120$ Umdrehungen pro Minute befindet sich eine Riemenscheibe vom Durchmesser $D = 150 \text{ cm}$. Wie groß wird die Umdrehungszahl (n) der Riemenscheibe der Arbeitsmaschine, wenn ihr Durchmesser $d = 40 \text{ cm}$ ist? (Aufg 29).

a) $N = 80$; $D = 1 \text{ m}$; $d = 32 \text{ cm}$.

§ 4.

56. Wie groß ist: $(a : u + b : u - c : u - d : u + e : u) \cdot u$?

57. Drücke in Worten aus:

D.II.) $\frac{a+b-c}{u} = \frac{a}{u} + \frac{b}{u} - \frac{c}{u}$; D.IIa.) $\frac{a}{u} + \frac{b}{u} - \frac{c}{u} = \frac{a+b-c}{u}$.

58. Sprich D.IIa.) als Bruchrechnungsregel aus.

59. Zahlenbeispiel zu D.II.): $a = 1 \text{ m}$; $b = 3,20 \text{ m}$; $c = 180 \text{ cm}$; $u = 20$.

60–62. Verwandle nach Formel D.II.):

	a)	b)	c)	d)
60.	$(a + b) : a$	$(2x + 8) : x$	$(a + uc) : c$	$(x - y) : y$
61.	$\frac{a^2 + b^2}{ab}$	$\frac{n - n^2}{2n}$	$\frac{3ab^2 - 4c}{4ab}$	$\frac{6 - 2a}{12}$
62.	$\frac{15 + 2}{5}$	$\frac{315}{8}$	$\frac{170 - 2}{17}$	$\frac{992}{8}$

63. Berechne: a) $\frac{3}{17} + \frac{15}{17} - \frac{1}{17}$; b) $\frac{5}{3ab} + \frac{4}{3ab}$;

c) $\frac{x+y}{2y} - \frac{x-y}{2y}$; d) $\frac{u^2}{u-2} - \frac{2u}{u-2}$; e) $\frac{g_1 h_1}{2} + \frac{gh}{2} + \frac{g(h_1 - h)}{2}$

64. Was versteht man unter „Hauptnenner“?

65–70. Verwandle in einen Quotienten resp. einen Bruch:

65. a) $\frac{14}{27} + \frac{2}{9}$ | b) $5\frac{3}{4} - 5\frac{1}{2}$ | c) $\frac{5}{10} + \frac{1}{1000}$ | d) 0,37

66. a) $5 + \frac{2}{3}$ | b) $8\frac{1}{7}$ | c) $205 + \frac{9}{100}$ | d) 8,0019.

	a)	b)	c)
67.	$\frac{a}{u k} + \frac{b}{u}$	$\frac{x}{a^2} + \frac{2v}{a}$	$\frac{7}{2u} - \frac{3}{u} + \frac{1}{6u}$
68.	$\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3}$	$\frac{5}{ab} + \frac{1}{abc} - \frac{2}{ac}$	$\frac{9x}{7u} + \frac{8x}{5u} + \frac{4x}{35u}$
69.	$a + \frac{b}{u}$	$1 - \frac{a}{b}$	$\frac{a}{a-b} - 1$
70.	$\frac{(a-b)^2}{ab} + 2$	$\frac{(a+b)^2}{2ab} - 1$	$u - \frac{up - vq}{p - q}$

71–76. Berechne:

	a)	b)	c)
71.	$\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$	$3\frac{2}{5} - \frac{5}{6}$	$10\frac{1}{7} - \frac{3}{4} + 2\frac{2}{5}$
72.	$\frac{a}{u} + \frac{b}{v}$	$\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$	$\frac{a}{u} + \frac{b}{v} + \frac{c}{w}$
73.	$\frac{2}{x} - \frac{4}{y} - \frac{8}{z}$	$\frac{1}{u} - 1 + \frac{1}{v}$	$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2$
74.	$\frac{u+v}{u} - \frac{u-v}{v}$	$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}$	$\frac{x+u}{x} - \frac{x}{x-u}$
75.	$\frac{3}{8} + \frac{5}{6}$	$2\frac{4}{15} - 1\frac{8}{9}$	$2\frac{1}{6} + 3\frac{7}{10} + \frac{2}{15}$
76.	$\frac{a-v}{uv} - \frac{a-w}{uw}$	$\frac{a}{b(a+b)} - \frac{b}{a(a+b)}$	$\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x-1}{x^2+x}$

77. Wieviel (x) Gratziegel kommen auf 1 lfd. m Grat, wenn die Länge l der Ziegel = 40 cm und die Überdeckung $\delta = 8$ cm ist? (Resultat als gemischte Zahl).

78. Wie groß (x) ist jeder Winkel in einem regelmäßigen n-Eck? (Resultat als Differenz.) (Abschnitt IV. Aufgabe 14).

a) $n = 4$; b) $n = 5$; c) $n = 6$; d) $n = 8$;
e) $n = 10$; f) $n = 20$; g) $n = 40$; h) $n = 90$.

79. Wie groß ist die Differenz $\delta = \alpha - \beta$, wenn $\alpha = \alpha_1 : 2$ und $\beta = \beta_1 : 2$ und $\alpha_1 - \beta_1 = \delta_1$ gegeben ist?

80. Wie groß (x) ist der Winkel zwischen den Halbierungslinien zweier Nebenwinkel?

81. Ein Stuhlsitz hat vorn die Breite g_1 , hinten die Breite g_2 und die Tiefe h. Wie groß ist die Sitzfläche F? Ant. Leite den Inhalt des Parallelogramms durch Ziehen einer Diagonale ab.

a) $g_1 = 45$ cm; $g_2 = 38$ cm; $h = 42,5$ cm.

82. Wieviel (V) Sand faßt ein Wagen, der $l = 3 \text{ m}$ lang, $h = 1 \text{ m}$ tief, oben $b_1 = 1,5 \text{ m}$ und unten $b_2 = 0,8 \text{ m}$ breit ist?
83. Man bezeichnet den halben Umfang eines Dreiecks gewöhnlich mit s . Wie groß ist: $a) s - b$; $b) s - c$; $c) s - a$? (Res. als Bruch).
84. Punkt A hat von Punkt O die Entfernung a , und Punkt B auf der Verlängerung von OA hat von O die Entfernung b . Wie weit (m) ist der Mittelpunkt M der Strecke AB von O entfernt? (Resultat als Bruch).
85. Wie findet man den Inhalt eines Parallelogramms durch Zerlegung in ein Parallelogramm und ein Dreieck? (Abschn. II. Aufg. 35).

§ 5.

86. Beweise:

$$a) \frac{-a}{u} = -\frac{a}{u} \text{ (D.II.); } b) \frac{a}{-u} = -\frac{a}{u}; \quad c) \frac{-a}{-u} = \frac{a}{u} \text{ (D.I.)}$$

87. Drücke in Worten aus:

$$\text{V.III.) } \frac{(+)}{(-)} = (-); \quad \text{V.III a.) } \frac{(-)}{(+)} = (-); \quad \text{V.III b.) } \frac{(-)}{(-)} = (+).$$

88. Geib an, in welchem Zusammenhange V.III.), V.III a.) und V.III b.) mit V.II.), V.II a.) und V.II b.) stehen? (Abschn. V. Aufg. 43).

89—92. Verwandle in einen positiven oder negativen Quotienten mit positivem Dividendus und Divisor:

a)	b)	c)	d)
89. $(-27) : 18$	$13,2 : (-60)$	$(-1) : (-2)$	$(-1)^5 : (-6)^2$
90. $(-5a) : b$	$7x : (-11x)$	$(-13x^2) : (-ax)$	$(-b^2c^3) : (-b^3c^2)$
91. $(-1) : x^2$	$(-uv) : (-u)^3$	$(-u^2) : (-uv)^2$	$(-a-b) : n$
92. $\frac{-a}{-p+q}$	$\frac{-5x}{x-x^2}$	$\frac{ax-bx}{-a(a-b)}$	$\frac{2u-6v}{9v-3u}$

93—97. Berechne:

93. a) $\frac{(a-b)-(a+b)}{(a-b)+(a+b)}$; b) $\frac{2(x-u)+(u-2x)}{(x-u)+(u-2x)}$; c) $\frac{(a-b)^2-(a+b)^2}{-2x}$.

94. a) $\frac{7(x+y)-4(x-y)}{(2x-11)(2y-3)-(4xy+33)}$; b) $\frac{(u+v)(u-v)-u^2}{2uv}$.

95. a) $\frac{17}{18} + \frac{5}{-6}$; b) $\frac{1}{-4} - \frac{4}{-5}$; c) $\frac{1}{4} + \frac{-4}{-5}$; d) $\frac{-5}{8} - \frac{3}{-7}$.

96. a) $\frac{a}{u} - \frac{a}{-u}$; b) $\frac{-a}{-x} - \frac{a}{x}$; c) $\frac{5a-3b}{u} + \frac{2a-3b}{-u}$.

97. a) $\frac{a+b}{-a} + \frac{a+b}{b}$; b) $\frac{a^2-au}{-au} - 1$; c) $\frac{a^2-x^2}{5x-5a} + \frac{a+x}{5}$.

§ 6.

98. Berechne: a) $\left(\frac{a}{u} \cdot b\right) \cdot u$. (M.III.); b) $\left(a \cdot \frac{b}{u}\right) \cdot u$. (M.IIa.).

99. Drücke in Worten aus:

D.III.) $\frac{ab}{u} = \frac{a}{u} \cdot b$ oder $a \cdot \frac{b}{u}$; D.IIIa.) $\frac{a}{u} \cdot b$ oder $a \cdot \frac{b}{u} = \frac{ab}{u}$.

100. Sprich D.IIIa.) als Bruchrechnungsregel aus.

101. Zahlenbeispiele zu D.III.): a) $a = 105$; $b = 45$; $u = 15$;
b) $a = 18$; $b = -6$; $u = -2$; c) $a = 60 \text{ kg}$; $b = 44 \text{ cm}$; $u = 4$.

Ausführung zu a): $\alpha) \frac{105 \cdot 45}{15} = \frac{4725}{15} = 315$; $\beta) \frac{105}{15} \cdot 45 = 7 \cdot 45 = 315$; $\gamma) 105 \cdot \frac{45}{15} = 105 \cdot 3 = 315$.

102. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe (auf möglichst viele Arten):

a) $\frac{5}{7}$; b) $17\frac{1}{2}$; c) $5 + \frac{5}{8}$; d) $\frac{bh}{2}$; e) $\frac{ax}{n}$; f) $\frac{a+b}{x}$;

g) $\frac{a}{x} + \frac{a}{y}$; h) $\frac{ab}{n} + \frac{ac}{n}$; i) $\frac{3a}{x^2} + \frac{b}{x}$; k) $\frac{A^4}{12} - A^2a^2$; l) $a - \frac{ap}{100}$.

103—111. Berechne:

	a)	b)	c)	d)	e)
103.	$\frac{3}{11} \cdot 2$	$2\frac{1}{9} \cdot 7$	$9 \cdot \frac{5}{8}$	$\frac{1}{8} \cdot 7$	$37 \cdot \frac{1}{100}$
104.	$\frac{1}{u} \cdot a$	$(x-y) \cdot \frac{1}{n}$	$\frac{x}{a-b} \cdot (a+b)$	$n \cdot \frac{1}{n-1}$	$\frac{x-1}{y} \cdot (x+1)$
105.	$\frac{5}{12} \cdot 16$	$27 \cdot 1\frac{1}{6}$	$\frac{7}{8} \cdot 32$	$6 \cdot \frac{x^3}{3}$	$\frac{gh}{2} \cdot 4$
106.	$a^2 \cdot \frac{b}{a}$	$ax \cdot \frac{b}{au}$	$\frac{n}{12xy} \cdot 15x^4$	$\frac{5u^2v^2}{6ab} \cdot 9au$	$\frac{4a^3b}{-9u^3v} \cdot 12ub^2$

	a)	b)	c)
107.	$\frac{5}{au+bu} \cdot 3u$	$\frac{5x}{5a^2+7ab} \cdot 7a$	$\frac{ab+bc}{ad+dc} \cdot 6d^2$
108.	$\frac{x+u}{u-x} \cdot (-1)$	$\frac{7x}{5a+10b} \cdot (a+2b)^2$	$\frac{3h}{7a-7b} \cdot (a^2-b^2)$
109.	$a \cdot \frac{b}{2u} + b \cdot \frac{a}{2u}$	$\frac{a}{2u} \cdot b - \frac{b}{2u} \cdot a$	$a \cdot \frac{3a}{a+b} - b \cdot \frac{3b}{a+b}$

110. a) $(8ab^2c - 16ab^2) \cdot \frac{3}{xc - 2x}$; b) $\frac{18a}{a+b} \cdot 5x + \frac{15b}{a+b} \cdot 6x$.

111. $\frac{x-y}{9(3u-3v)} \cdot 30 - 8 \cdot \frac{16y+11x}{18v-18u}$. Resultat: $6 \cdot \frac{x+y}{u-v}$.

112. Gib den Inhalt des Dreiecks }
 113. Gib den Inhalt des Paralleltrapezes } als ein Produkt an:
 a) von 3 Faktoren; b) von 2 Faktoren.
114. Verwandle die Resultate der Aufgaben 31, 32 und 55 in Produkte.
115. Ein halbkreisförmiges Tonnengewölbe von der Länge $l = 5 \text{ m}$ hat den äußeren Radius $R = 3 \text{ m}$ und den inneren Radius $r = 2,7 \text{ m}$. Wie groß ist sein Querschnitt F und sein Rauminhalt V ? (Resultat als Produkt).
116. Die Breite B eines Wasserlaufes ist in 10 gleiche Teile b geteilt, und in den Teilpunkten sind die Tiefen $h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6, h_7, h_8$ und h_9 gemessen. Wie groß ist das Profil F des Wasserlaufes, wenn man die Teilprofile als Paralleltrapeze resp. Dreiecke auffaßt? (Resultat als Produkt).
- a) $\left\{ \begin{array}{l} B = 55 \text{ m}; \quad h_1 = 1,7 \text{ m}; \quad h_2 = 2,5 \text{ m}; \quad h_3 = 3,4 \text{ m}; \\ h_4 = 4,8 \text{ m}; \quad h_5 = 3,1 \text{ m}; \quad h_6 = 2,9 \text{ m}; \quad h_7 = 2,6 \text{ m}; \\ h_8 = 2,3 \text{ m}; \quad h_9 = 1,7 \text{ m}. \end{array} \right.$
117. Was versteht man unter einer (geometrischen) Proportion?
118. Gib die Resultate von 114. als Proportionen an.
119. Wie groß ist die Breite b und der Querschnitt F eines rechteckigen Balkens von der Höhe h , wenn $b : h = 5 : 7$ ist?
 a) $h = 14 \text{ cm}$; b) $h = 28 \text{ cm}$; c) $h = 25 \text{ cm}$.
120. Wieviel (x) ist $p \%$ von a ? (Resultat als Bruch).
 a) $p = 3$; $a = 350 \text{ M.}$; b) $p = 22$; $a = 285 \text{ kg}$;
 c) $p = 4$; $a = 35 \text{ u.}$
121. Wie groß ist der Verkaufspreis b einer Ware, deren Selbstkostenpreis a ist, wenn der Gewinn $p \%$ betragen soll?
 (Resultat als Bruch und als Produkt).
122. Wie multipliziert man im Kopfe mit: a) 5; b) 25; c) 125?

§ 7.

123. Wie groß ist: a) $\left(\frac{a}{u} : v\right) \cdot (uv)$; b) $\left(\frac{a}{v} : u\right) \cdot (uv)$?
124. Drücke in Worten aus:
 D.IV.) $\frac{a}{uv} = \frac{a}{u} : v$ oder $\frac{a}{v} : u$; D.IVa.) $\frac{a}{u} : v = \frac{a}{uv}$;
 D.IVb.) $\frac{av}{u} : v = \frac{a}{u}$.
125. Sprich D.IVa.) und D.IVb.) als Bruchrechnungsregeln aus.
126. Zahlenbeispiel zu D.IV.) $a = 1020$; $u = 17$; $v = 15$.

127. Forme zur leichteren Berechnung um:

a) $770 : (7 \cdot 5)$; b) $770 : 22$; c) $777 : 21$; d) $(490 : 35) : 2$.

128—137. Berechne:

	a)	b)	c)	d)
128.	$\frac{2}{7} : 3$	$\frac{1}{2} : 2$	$17\frac{1}{2} : 8$	$8\frac{1}{3} : 100$
129.	$\frac{3a}{7b} : 2c$	$\frac{a-b}{-b} : a$	$\frac{5a}{3u} : (-v)$	$(\frac{P}{n} \cdot s) : 2$
130.	$3\frac{1}{3} : 100$	$16\frac{4}{5} : 8$	$\frac{ab}{u} : (ax)$	$\frac{7yx}{-a} : (7b)$
131.	$\frac{26}{37} : 13$	$2\frac{1}{3} : 7$	$8\frac{1}{3} : 5$	$208\frac{4}{7} : 10$
132.	$\frac{5a}{7} : a$	$(u + \frac{5u}{7}) : 3$	$(\frac{x}{2} - \frac{x}{7}) : 2,5$	$(a + \frac{ay}{x-y}) : x$

	a)	b)	c)
133.	$\frac{56 \text{ kg}}{x} : (48 \text{ kg})$	$\frac{a^2 b}{a+b} : (4a)$	$\frac{121 u^2 v^3}{35 w} : (22 vw)$
134.	$(\frac{a}{x} - \frac{x}{a}) : (4a + 4x)$	$(a - 3\frac{1}{7} a) : (-10)$	$(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}) : (2ab)$
135.	$(\frac{1}{a} + \frac{3}{b}) : (3a + b)$	$(\frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}) : (-y)$	$\frac{a^2 - b^2}{u} : (a + b)^2$
136.	a) $(\frac{u}{7} + \frac{v}{8}) : (8u + 7v)$;	b) $(\frac{u}{v} + \frac{v}{u} + 2) : (u + v)$.	
137.	a) $(\frac{16}{u} - 16 + 4u) : (2 - u)$;	b) $(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}) : (x + y)$.	

138. Wie groß (x) sind die jährlichen Unterhaltungskosten eines Gebäudes vom Bauwert $a = 60000 \text{ M.}$, wenn dieselben $\frac{3}{4}\%$ des Bauwertes betragen?

139. Wie groß ist das Trägheitsmoment J eines Rechtecks von der Höhe h, wenn $b : h = 5 : 7$ ist? (Abschn. II. Aufg. 46).

a) $b : h = 3 : 4$; b) $b : h = 1 : 2$.

§ 8.

140. Wie groß ist: a) $(\frac{a}{u} \cdot \frac{b}{v}) \cdot (uv)$; b) $(\frac{a}{v} \cdot \frac{b}{u}) \cdot (uv)$?

141. Drücke in Worten aus:

D.V.) $\frac{ab}{uv} = \frac{a}{u} \cdot \frac{b}{v}$ oder $\frac{a}{v} \cdot \frac{b}{u}$; D.Va.) $\frac{a}{u} \cdot \frac{b}{v} = \frac{ab}{uv}$.

142. Sprich D.Va.) als Bruchrechnungsregel aus.

143. Zahlenbeispiel zu D.V.): $a = 60$; $b = 36$; $u = 4$; $v = 3$.

144. Drücke in Worten aus:

P. IV.) $\left(\frac{a}{u}\right)^n = \frac{a^n}{u^n}$; P. IVa.) $\frac{a^n}{u^n} = \left(\frac{a}{u}\right)^n$.

145—153. Berechne:

	a)	b)	c)	d)	e)
145.	$\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{7}$	$\frac{24}{91} \cdot \frac{26}{27}$	$\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{5}$	$4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{5}$	$8\frac{1}{100} \cdot 1\frac{1}{10}$

146.	$14\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$	$5\frac{5}{18} \cdot 3\frac{3}{5}$	$6\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{13}$	$5\frac{1}{11} \cdot 3\frac{1}{7}$	$\frac{1}{17} \cdot 4\frac{1}{4}$
------	-----------------------------------	------------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------	-----------------------------------

	a)	b)	c)
147.	$3\frac{1}{5} \cdot 1\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{8}$	$61\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{5} \cdot 0,2$	$0,18 \cdot 7\frac{1}{7} \cdot 0,14$

148.	$\frac{a^2}{u} \cdot \frac{u^2}{a}$	$\left(-\frac{1}{27x^2y}\right) \cdot \frac{18x^2}{y}$	$\frac{12a}{3a+b} \cdot \frac{5b}{6a}$
------	-------------------------------------	--	--

149.	$\frac{(a+b)^2}{a-b} \cdot \frac{3}{4a+4b}$	$\frac{x^2-y^2}{a^2-b^2} \cdot \frac{a+b}{x-y}$	$\frac{3a^2b}{5uc} \cdot \frac{10b^2c}{6av} \cdot \frac{c^2a}{b^3}$
------	---	---	---

150.	$\frac{1}{a-b} \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)$	$\left(a + \frac{a}{n}\right) \cdot \frac{a}{n+1}$	$\frac{a^2-1}{a} \cdot \frac{1}{ab-b} - \frac{1}{b}$
------	--	--	--

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
151.	$\left(\frac{5}{7}\right)^2$	$\left(\frac{7}{100}\right)^2$	$\left(2\frac{1}{5}\right)^2$	$\left(5\frac{11}{100}\right)^2$	$\left(\frac{17}{10}\right)^3$	$\left(1\frac{71}{100}\right)^3$

152.	$\left(\frac{1}{n}\right)^2$	$\left(\frac{d}{2}\right)^2$	$\left(\frac{5x}{a}\right)^2$	$\left(\frac{3x^2u}{y}\right)^3$	$\left(\frac{d}{2}\right)^4$	$\left(\frac{xy}{2z}\right)^4$
------	------------------------------	------------------------------	-------------------------------	----------------------------------	------------------------------	--------------------------------

153.	a) $\left(\frac{a}{x}\right)^2 \cdot xy$	b) $a \cdot \frac{a}{b} - \frac{b}{2} \left(\frac{a}{b}\right)^2$	c) $\left(\frac{a+b}{x}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{x}\right)^2$
------	--	---	--

154. Wie groß ist der Inhalt F und das Trägheitsmoment J eines Kreises vom Durchmesser d? *Ausl.:* $F = r^2\pi = \left(\frac{d}{2}\right)^2\pi = \dots$

a) $d = 7 \text{ dm}$; b) $d = 12 \text{ cm}$; c) $d = 4,4 \text{ dm}$.

155. Bestimme mit der Tabelle den Inhalt F eines Kreises vom Durchmesser $d = 6 \text{ dm}$.

a) $d = 537 \text{ mm}$; b) $d = 19,5 \text{ dm}$; c) $d = 0,48 \text{ m}$.

156. Eine gußeiserne Hohlzylinder hat den äußeren Durchmesser D und die Wandstärke d. Wie groß ist der Querschnitt F? (Resultat als Produkt).

a) $D = 14 \text{ cm}$; $d = 2 \text{ cm}$; b) $D = 28 \text{ cm}$; $d = 26 \text{ mm}$.

157. Eine Fensteröffnung besteht aus einem Rechteck von der Breite b und der Höhe h und einem oberen halbkreisförmigen Abschluß. Wie groß ist die ganze Fensterfläche F? (Resultat als Produkt). (In welcher Form eignet sich das Resultat am besten zur Berechnung mit der Tabelle?)

a) $b = 1,05 \text{ m}$; $h = 2,35 \text{ m}$; b) $b = 1,10 \text{ m}$; $h = 2,15 \text{ m}$.

§ 9.

158. Wie groß ist: a) $\frac{av}{ub} \cdot \frac{b}{v}$; b) $\frac{av}{ub} \cdot \frac{u}{v}$?

159. Drücke in Worten aus:

D.VI.) $\frac{av}{ub} = \frac{a}{u} : \frac{b}{v}$ oder $\frac{a}{b} : \frac{u}{v}$; D.VIa.) $\frac{a}{u} : \frac{b}{v} = \frac{av}{ub}$.

160. Sprich D.VIa.) als Bruchrechnungsregel aus.

161. Zahlenbeispiel zu D.VI.):

$a = 180$; $b = -15$; $u = -12$; $v = 3$.

162. Wie lautet D.VIa.) für $u = 1$?

163—169. Berechne:

	a)	b)	c)	d)
163.	$\frac{5}{8} : \frac{2}{3}$	$\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$	$4 : \frac{2}{3}$	$\frac{6}{7} : \frac{5}{7}$
164.	$3\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$	$35 : (-2\frac{1}{3})$	$3\frac{5}{10} : \frac{7}{1000}$	$\frac{310}{1000} : \frac{5}{1000}$
165.	$\frac{x}{u} : \frac{1}{a}$	$\frac{1}{a} : \frac{x}{u}$	$\frac{1}{u} : \frac{1}{x}$	$\frac{u}{x} : \frac{1}{x}$
166.	$\frac{7u}{5v} : \frac{3u}{8v}$	$\frac{18a^2}{nu} : \frac{ab}{nv}$	$\frac{-13x^2}{5yz} : \frac{3x}{y}$	$\frac{1}{63a^3} : \frac{1}{28ab^2}$

167. a) $(50u) : (\frac{5}{8}u)$ | b) $(xu) : (\frac{x}{v} \cdot a)$ | c) $(-3a) : \frac{15b^2}{-4a}$

168. a) $\frac{a+b}{a-b} : \frac{2}{b-a}$ | b) $\frac{-a}{x+y} : \frac{b}{x^2-y^2}$ | c) $(\frac{a}{x} - \frac{x}{a}) : (\frac{1}{x^2} - \frac{1}{a^2})$

169. a) $(2x + \frac{3x}{a}) : (6y + \frac{9y}{a})$ | b) $\frac{a^2-16}{b} : \frac{4b+ab}{a-4}$

170. Ein Arbeiter soll aus einem Bottich $28\frac{1}{2}$ l Wasser mittelst einer leeren Weinflasche von $\frac{3}{4}$ l Inhalt ausschöpfen. Wie oft (n) muß er schöpfen?

171. Wieviel (a) Geld muß man auf die Sparkasse bringen, um bei p % jährlich z Zinsen zu erhalten?

a) $p = 3\frac{1}{3}$; $z = 25$ M.; b) $p = 3\frac{1}{6}$; $z = 28,50$ M.

172. In wieviel (n) Jahren verdoppelt sich ein Kapital bei p %?

a) $p = 5$; b) $p = 4$; c) $p = 2\frac{1}{2}$; d) $p = 3$.

173. Wie dividiert man im Kopfe durch: a) 25; b) 125?

§ 10.

174. Begründe die Regeln der Rechnung mit Dezimalzahlen: a) Addition und Subtraktion; b) Multiplikation und Potenzierung; c) Division.

175—176. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 9 bis 11:

175. $a = 5$; $b = \frac{2}{3}$; $c = \frac{3}{4}$; $d = 1\frac{1}{3}$; $e = 1$;

176. $a = \frac{7}{4}$; $b = \frac{1}{2}$; $c = 6$; $d = \frac{2}{3}$; $e = \frac{5}{6}$.

177—178. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 18 bis 20:

177. $a = \frac{1}{2}$; $b = 18$; $c = \frac{3}{7}$; $d = \frac{5}{7}$; $e = 4\frac{2}{3}$; $f = \frac{1}{3}$;

178. $a = 3$; $b = 2\frac{1}{2}$; $c = \frac{1}{2}$; $d = 5$; $e = 5\frac{1}{5}$; $f = 1\frac{4}{5}$.

179—180. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 21 bis 23:

179. $a = \frac{1}{3}$; $b = \frac{1}{2}$; $c = \frac{1}{4}$; $d = 5$;

180. $a = \frac{1}{4}$; $b = \frac{3}{4}$; $c = \frac{2}{3}$; $d = 1\frac{1}{2}$.

181—182. Setze in den Formen Abschn. II. Aufg. 24 bis 26:

181. $a = 4$; $b = \frac{2}{3}$; $c = \frac{2}{5}$; $d = 6$;

182. $a = 10$; $b = \frac{1}{10}$; $c = \frac{1}{4}$; $d = \frac{3}{5}$.

VII. Gebrochene Benennungen.

§ 1.

1—2. Ordne die nachstehenden Größen in Gruppen mit gleichartiger Benennung:

1.

0,8 m	10 t	45 Sek.	8 cm ⁴	61 kgm	1 M.
173 l	-0,85 M.	847 cm ³	5 ccm	3 mm	(3 m) ²
-56 kg	38 Min.	9 kgcm	12 qcm	(7 cm) ³	1 Std.
(3 qcm) ²	8 gcm	5 dm · 7 qcm	4 t	11 mkg	1 m.

2.

53 M. 14 √	4° 7'	9 engl. Zoll	8 Min.	19 cm ³
3 kg · 3 cm	5° C	18 Francs	- 4° R	- 36 √
163,2 cm ⁴	56 √	3 Kubifuß	5 Ztn.	(1 dm) ⁴
193,2°	7 hl	4 m · 3 t	(4 cm) ³	6' 38''
4 Meilen	1 qkm	35 Fußpfund	2 Std.	7 ¹ / ₂ √.

§ 2.

3. Wie können gebrochene Benennungen entstehen?

Antwort: Gebrochene Benennungen können bei der Division ungleichartig benannter Größen entstehen.

4. Forme die nachstehenden Quotienten so um, daß der Zahlenfaktor im Divisor = 1 wird:

a) $\frac{54 \text{ kg}}{6 \text{ m}}$	b) $\frac{6,3 \text{ kg}}{9 \text{ m}}$	c) $\frac{1 \text{ kg}}{5 \text{ m}}$	d) $\frac{2 \text{ t}}{16 \text{ cm}}$	e) $\frac{14 \text{ kg}}{3 \text{ cm}}$	f) $\frac{6 \text{ g}}{9 \text{ m}}$
g) $\frac{0,02 \text{ kg}}{0,1 \text{ cm}}$	h) $\frac{4 \text{ kg}}{0,7 \text{ m}}$	i) $\frac{18 \text{ kg}}{3 \text{ qcm}}$	k) $\frac{14 \text{ t}}{5 \text{ qm}}$	l) $\frac{700 \text{ kg}}{140 \text{ cbm}}$	m) $\frac{8 \text{ t}}{0,5 \text{ l}}$

5. Durch welches Wort wird in den nach Aufg. 4 umgeformten Quotienten der Bruchstrich beim Sprechen (und oft auch beim Schreiben) ersetzt? Antwort: Durch das Wort „pro“.

6. Lies gemäß Aufg. 5 die nachstehenden Quotienten:

$$\frac{13 \text{ kg}}{1 \text{ m}}; \quad \frac{35 \text{ kg}}{1 \text{ ccm}}; \quad 6 \frac{\text{kg}}{\text{m}}; \quad 0,37 \frac{\text{kg}}{\text{qcm}}; \quad 8\frac{1}{2} \frac{\text{t}}{\text{l}}; \quad 5,02 \frac{\text{kg}}{\text{cbm}}.$$

7. Lies gemäß Aufg. 5 die in Aufg. 4 angegebenen Quotienten.

8. Verwandle $\gamma = 4 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$ in einen Ausdruck mit der Benennung:

$$a) \frac{\text{kg}}{\text{cm}}; \quad b) \frac{\text{kg}}{\text{mm}}; \quad c) \frac{\text{g}}{\text{dm}}; \quad d) \frac{\text{g}}{\text{mm}}; \quad e) \frac{\text{t}}{\text{m}}; \quad f) \frac{\text{t}}{\text{km}}.$$

Ausführung zu a): $\gamma = \frac{4 \text{ kg}}{\frac{\text{m}}{100 \text{ cm}}} = 0,04 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}; \quad e): \gamma = \frac{4 \text{ kg}}{\frac{\text{m}}{1000}} = 0,004 \frac{\text{t}}{\text{m}}.$

9. Verwandle $\gamma = 0,8 \frac{\text{kg}}{\text{qm}}$ in einen Ausdruck mit der Benennung:

$$a) \frac{\text{kg}}{\text{qdm}}; \quad b) \frac{\text{kg}}{\text{qcm}}; \quad c) \frac{\text{g}}{\text{qm}}; \quad d) \frac{\text{g}}{\text{qmm}}; \quad e) \frac{\text{t}}{\text{qm}}.$$

10. Verwandle $\gamma = 3500 \frac{\text{kg}}{\text{cbm}}$ in einen Ausdruck mit der Benennung:

$$a) \frac{\text{kg}}{\text{cdm}}; \quad b) \frac{\text{g}}{\text{ccm}}; \quad c) \frac{\text{mg}}{\text{cmm}}; \quad d) \frac{\text{g}}{\text{cmm}}; \quad e) \frac{\text{t}}{\text{cbm}}.$$

11. Ein eiserner Träger von der Länge 1 trägt eine Zwischenmauer vom Gewicht G. Wie groß (γ) ist die Belastung pro lfd. m?

a) $1 = 5 \text{ m}$	b) $1 = 4,2 \text{ m}$	c) $1 = 540 \text{ cm}$
$G = 7200 \text{ kg}$	$G = 3,5 \text{ t}$	$G = 7200 \text{ kg}$

12. Der Fußboden eines Zimmers hat die Größe F und die gleichmäßig verteilte Belastung G. Wie groß (γ) ist die Belastung pro qm?

a) $F = 21 \text{ qm}$	b) $F = 35 \text{ qm}$	c) $F = 16,35 \text{ qm}$
$G = 5\frac{1}{4} \text{ t}$	$G = 17500 \text{ kg}$	$G = 3924 \text{ kg}$

13. Ein homogener prismatischer oder cylindrischer Stab von der Länge l hat das Gewicht G . Wie groß (γ) ist das Gewicht pro lfd. m ?
- | | | |
|---|--|---|
| a) $l = 2,3 \text{ m}$
$G = 34,5 \text{ kg}$ | b) $l = 0,85 \text{ m}$
$G = 1,87 \text{ kg}$ | c) $l = 173 \text{ cm}$
$G = 2400 \text{ g}$ |
|---|--|---|
14. Eine homogene Tafel von der Größe F hat das Gewicht G . Wie groß (γ) ist das Gewicht pro qdm ?
- | | | |
|---|---|--|
| a) $F = 18 \text{ qdm}$
$G = 28,26 \text{ kg}$ | b) $F = 1 \text{ qm}$
$G = 151,3 \text{ kg}$ | c) $F = 76 \text{ qcm}$
$G = 580 \text{ g}$ |
|---|---|--|
15. Ein homogener Körper vom Volumen V hat das Gewicht G . Wie groß (γ) ist das Gewicht pro ccm ?
- | | | |
|--|---|--|
| a) $V = 537 \text{ ccm}$
$G = 1879,5 \text{ g}$ | b) $V = 17 \text{ l}$
$G = 144,5 \text{ kg}$ | c) $V = 1 \text{ cbm}$
$G = 3,27 \text{ t}$ |
|--|---|--|
16. Was versteht man unter dem spezifischen Gewicht s eines Körpers?
Antwort.: s bedeutet den Quotienten „Gewicht durch Volumen“, ausgedrückt in kg pro cdm .
17. Welche Benennungen kann man ohne Änderung des Zahlenfaktors von s an Stelle von „ kg pro cdm “ setzen?
18. Wie groß ist das spezifische Gewicht s der in Aufgabe 15 a), 15 b), 15 c) behandelten Körper?
19. 10 cdm Schmiedeeisen wiegen $G = 78 \text{ kg}$. Wie groß ist das spezifische Gewicht s ?
- | | | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| a) Gußeisen:
$G = 72,5 \text{ kg}$ | b) Bronze:
$G = 86 \text{ kg}$ | c) Zink:
$G = 72 \text{ kg}$ |
|---------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
20. Ein Würfel aus Granit von der Seitenlänge $a = 0,6 \text{ m}$ wiegt $G = 561,6 \text{ kg}$. Wie groß ist das spezifische Gewicht s ?
- a) Gips: $a = 24 \text{ cm}$; $G = 13,41 \text{ kg}$.
b) Phosphorbronze: $a = 53 \text{ mm}$; $G = 1310 \text{ g}$.
21. In ein cylindrisches Gefäß von der lichten Weite $d = 23 \text{ cm}$ und der lichten Höhe $h = 50 \text{ cm}$ kann man $G = 20,774 \text{ kg}$ Wasser einfüllen. Wie groß ist das spezifische Gewicht s desselben?
- a) $G = 16,619 \text{ kg}$ Petroleum.
22. Ein 100 ccm -Gläschen, welches leer 50 g wiegt, wiegt mit rauchender Schwefelsäure gefüllt 239 g . Wie groß ist das spezifische Gewicht s der rauchenden Schwefelsäure?

23. Ein cbm Luft von 0°C wiegt bei 760 mm Barometerstand 1293 g .
Wie groß ist das spezifische Gewicht s der Luft?

(a) Resultat als Dezimalzahl; b) Resultat als Bruch mit dem Zähler 1.)

24. Für ein Metallblech von der Dicke δ ist das Gewicht pro $\text{qm} = \gamma$.
Wie groß ist das spezifische Gewicht s ?

a) Flußstahl: $\delta = 17 \text{ mm}$; $\gamma = 133,62 \text{ kg pro qm}$.

b) Blei: $\delta = 26 \text{ mm}$; $\gamma = 295,62 \text{ kg pro qm}$.

Ausführung zu a): $s = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{133,62 \text{ kg} \cdot 100}{\text{qm} \cdot 17 \text{ mm}} = 7,86 \frac{\text{kg}}{\text{cdm}}$
 $\frac{100 \text{ qdm}}{\text{dm}}$

25. Für einen prismatischen (cylindrischen) Stab vom Querschnitt F ist das Gewicht pro lfd. $m = \gamma$. Wie groß ist das spezifische Gewicht s ?

a) \square Eisen N^o 14: $F = 20,4 \text{ qcm}$; $\gamma = 15,9 \text{ kg pro m}$.

b) Eichenbalken: $F = 315 \text{ qcm}$; $\gamma = 25,2 \text{ kg pro m}$.

c) Sandsteinfäule: $F = 25 \text{ qdm}$; $\gamma = 600 \text{ kg pro m}$.

26. Ein Rundeisenstab von $d = 19 \text{ mm}$ Dicke und $l = 5 \text{ m}$ Länge wiegt $G = 11,06 \text{ kg}$. Wie groß ist sein Gewicht pro lfd. m (γ) und das spezifische Gewicht (s)?

27. Eine Thonröhre von $d = 50 \text{ mm}$ lichter Weite und $\delta = 15 \text{ mm}$ Wandstärke wiegt pro lfd. m $6,5 \text{ kg}$. Wie groß ist das spezifische Gewicht s ?

28. Wieviel (G) wiegt ein Körper von der Länge l , dessen Gewicht pro lfd. $m = \gamma$ ist?

29. Wieviel (G) wiegt ein Körper von der Fläche F , dessen Gewicht pro $\text{qm} = \gamma$ ist?

30. Wieviel (G) wiegt ein Körper vom Rauminhalt V , dessen spezifisches Gewicht $= s$ ist?

31. Ein \mathbf{I} Träger N^o 23 wiegt $\gamma = 33,5 \text{ kg pro lfd. m}$. Wieviel (G) wiegen $l = 5 \text{ m}$ desselben?

a) Quadranteisen N^o 10: $\gamma = 68,9 \text{ kg pro m}$; $l = 3,4 \text{ m}$.

b) \mathbf{T} Eisen N^o 14/7: $\gamma = 17,8 \text{ kg pro m}$; $l = 2,6 \text{ m}$.

32. Wie schwer (G) ist eine Ziegelsteinmauer von 4 m Länge und $3,20 \text{ m}$ Höhe, deren Gewicht 850 kg pro qm ist?

33. Wie schwer (G) ist ein allseitig geschlossener Hohlzylinder aus Eisenblech, wenn der Grundradius $r = 8 \text{ cm}$, die Höhe $h = 42 \text{ cm}$ und das Gewicht $\gamma = 39,30 \text{ kg pro qm}$ ist?
(Resultat auf 3 Dezimalstellen).
- a) $r = 12 \text{ cm}$; $h = 50 \text{ cm}$; $\gamma = 62,88 \text{ kg pro qm}$.
b) $r = 17,5 \text{ cm}$; $h = 74,5 \text{ cm}$; $\gamma = 70,74 \text{ kg pro qm}$.
34. Wie schwer ist ein Sandsteinwürfel von $1,2 \text{ m}$ Kantenlänge, wenn das spezifische Gewicht $s = 2,4 \text{ kg pro cdm}$ ist?
35. Wie schwer ist ein Normal-Ziegelstein $25 \times 12 \times 6,5$, wenn das spezifische Gewicht $s = 1,5 \text{ kg pro cdm}$ ist?
36. Wieviel (G) wiegt eine schmiedeeiserne Transmissionswelle von 10 cm Durchmesser und 5 m Länge? ($s = 7,8 \text{ kg pro cdm}$).
37. Ein Metallblech vom spezifischen Gewicht s hat die Dicke δ . Wie groß (γ) ist das Gewicht pro qm ?
- a) Schweißeisen: $s = 7,8 \text{ kg pro cdm}$; $\delta = 9 \text{ mm}$.
b) Blei: $s = 11,37 \text{ kg pro cdm}$; $\delta = 25 \text{ mm}$.
c) Kupfer: $s = 8,9 \text{ kg pro cdm}$; $\delta = 16 \text{ mm}$.
38. Ein prismatischer (cylindrischer) Körper vom spezifischen Gewicht s hat den Querschnitt F . Wie groß (γ) ist das Gewicht pro lf. m ?
- a) I Eisen N^o 21: $F = 36,6 \text{ qcm}$; $s = 7,8 \text{ kg pro cdm}$.
b) Messingdraht N^o 12: $F = 1,131 \text{ qmm}$; $s = 8,687 \text{ kg pro cdm}$.
c) Gußeisernes Rohr: $F = 54,19 \text{ qcm}$; $s = 7,25 \text{ kg pro cdm}$.
39. Ein Gefäß von der Bodenfläche $F = 3,5 \text{ qm}$ ist bis zur Höhe $h = 1,7 \text{ m}$ mit Wasser gefüllt. Wie groß ist der Druck P des Wassers auf die Bodenfläche, und wie groß (p) ist die Druckstärke pro qcm Bodenfläche? ($s = 1 \text{ kg pro cdm}$).
- a) $F = 1,94 \text{ qm}$; $h = 0,58 \text{ m}$; b) $F = 573 \text{ qcm}$; $h = 0,23 \text{ m}$.
40. Wie groß (p) ist der Luftdruck pro qcm , welcher einer Quecksilber-säule von $h = 760 \text{ mm}$ Höhe das Gleichgewicht hält?
($s = 13,594 \text{ kg pro cdm}$).
- a) $h = 750 \text{ mm}$; b) $h = 773 \text{ mm}$.
41. Was versteht man (in der Technik) unter einer Atmosphäre (1 Atm.)?
42. Wie groß (P) ist der Dampfdruck, welchen Dampf von $p = 6 \text{ Atm.}$ Spannung auf einen Kolben vom Durchmesser $d = 50 \text{ cm}$ ausübt?

VIII.

Auffuchen der Quadratwurzel und Kubikwurzel.

§ 1.

1. Was bedeutet $\sqrt[2]{a}$ oder \sqrt{a} ?

Antwort: $\sqrt[2]{a}$ bedeutet diejenige Größe, welche mit dem Exponenten 2 die Potenz a ergibt.

2. Was bedeutet $\sqrt[3]{a}$?

3. Wie nennt man in $\sqrt[2]{a}$ resp. $\sqrt[3]{a}$ die Zahl 2 resp. 3 und die Größe a ?

4. Wie groß ist: a) $(\sqrt{a})^2$; b) $(\sqrt[3]{a})^3$?

5. Wie nennt man eine Gleichung, wie die vorhergehenden?

6. Wie groß ist: a) $\sqrt{a^2}$; b) $\sqrt[3]{a^3}$?

§ 2.

($\sqrt[2]{1}$ bis 1 000 000; $\sqrt[3]{1}$ bis 1 000 000 000.)

7—12. Bestimme mit Hilfe der Tabelle (durch Auffuchen des Radikanden in der Quadrat- resp. Kubikspalte):

	a)	b)	c)	d)
7.	$\sqrt{484}$	$\sqrt{961}$	$\sqrt{7396}$	$\sqrt{10609}$
8.	$\sqrt{21316}$	$\sqrt{144400}$	$\sqrt{207936}$	$\sqrt{790321}$
9.	$\sqrt{196}$	$\sqrt{1936}$	$\sqrt{233289}$	$\sqrt{23409}$
10.	$\sqrt{1444}$	$\sqrt{144}$	$\sqrt{201601}$	$\sqrt{2601}$
11.	$\sqrt[3]{29791}$	$\sqrt[3]{2197}$	$\sqrt[3]{296740963}$	$\sqrt[3]{27}$
12.	$\sqrt[3]{57066625}$	$\sqrt[3]{512}$	$\sqrt[3]{10077696}$	$\sqrt[3]{997002999}$

13—16. Bestimme den ganzzahligen Anteil von:

	a)	b)	c)	d)
13.	$\sqrt{3,9}$	$\sqrt{390}$	$\sqrt{3900}$	$\sqrt{390000}$
14.	$\sqrt{7,583}$	$\sqrt{7583}$	$\sqrt{75830}$	$\sqrt{758300}$
15.	$\sqrt[3]{50,74}$	$\sqrt[3]{507,4}$	$\sqrt[3]{5074}$	$\sqrt[3]{50740}$
16.	$\sqrt[3]{507400}$	$\sqrt[3]{5074000}$	$\sqrt[3]{50740000}$	$\sqrt[3]{507400000}$

17—21. Bestimme das (auf 3 Ziffern) abgerundete ganzzahlige Resultat von:

	a)	b)	c)	d)
17.	$\sqrt{19900}$	$\sqrt{201600}$	$\sqrt{19000}$	$\sqrt{190000}$
18.	$\sqrt{188360}$	$\sqrt{753430}$	$\sqrt{12201}$	$\sqrt{810560}$
19.	$\sqrt{586225}$	$\sqrt{39275}$	$\sqrt{792170}$	$\sqrt{257510}$
20.	$\sqrt[3]{1561000}$	$\sqrt[3]{456\,644\,000}$	$\sqrt[3]{400\,000\,000}$	$\sqrt[3]{2964\,207}$
21.	$\sqrt[3]{273\,620\,000}$	$\sqrt[3]{2187\,689}$	$\sqrt[3]{530\,000\,000}$	$\sqrt[3]{40\,000\,000}$

22—29. Bestimme auf eine Dezimalstelle genau das (auf 3 Ziffern abgerundete) Resultat von:

	a)	b)	c)	d)
22.	$\sqrt{936}$	$\sqrt{796,4}$	$\sqrt{6352,8}$	$\sqrt{431,258}$
23.	$\sqrt{6409,2}$	$\sqrt{5931}$	$\sqrt{4004,1}$	$\sqrt{197}$
24.	$\sqrt{1678,5}$	$\sqrt{2023}$	$\sqrt{7740}$	$\sqrt{4896,53}$
25.	$\sqrt{359,8}$	$\sqrt{730}$	$\sqrt{1550}$	$\sqrt{2498}$
26.	$\sqrt[3]{131100}$	$\sqrt[3]{1100}$	$\sqrt[3]{69610,5}$	$\sqrt[3]{365672}$
27.	$\sqrt[3]{730800}$	$\sqrt[3]{10700}$	$\sqrt[3]{96855}$	$\sqrt[3]{779300}$
28.	$\sqrt[3]{15560}$	$\sqrt[3]{388900}$	$\sqrt[3]{4087,6}$	$\sqrt[3]{63954}$
29.	$\sqrt[3]{2756}$	$\sqrt[3]{27563}$	$\sqrt[3]{275638}$	$\sqrt[3]{1743,8}$

Ans. zu 22 a): Bestimme zunächst nach Aufg. 13—16: $\sqrt{936} = 30, \dots$
Schlage dann die Basispalte bei „300 bis 310“ auf und ergänze das bisherige Resultat zu 30,6.

30—33. Bestimme auf 2 Dezimalstellen genau das (auf 3 Ziffern abgerundete) Resultat von:

	a)	b)	c)	d)
30.	$\sqrt{7}$	$\sqrt{38,9}$	$\sqrt{5,793}$	$\sqrt{65,3}$
31.	$\sqrt{17}$	$\sqrt{92,93}$	$\sqrt{22}$	$\sqrt{22,05}$
32.	$\sqrt[3]{5,321}$	$\sqrt[3]{254,1}$	$\sqrt[3]{9}$	$\sqrt[3]{1,05}$
33.	$\sqrt[3]{354}$	$\sqrt[3]{16}$	$\sqrt[3]{730}$	$\sqrt[3]{124,11}$

Ans. zu 30 a): Bestimme zunächst $\sqrt{7} = 2, \dots$ Schlage dann die Basispalte bei „20 bis 30“ auf und ergänze das Resultat zu 2,6
Schlage dann die Basispalte bei „260 bis 270“ auf und ergänze das Resultat zu 2,65.

§ 3.

34. Begründe die Regel: Ist der Radikand der Quadratwurzel < 1 , so multipliziere man ihn mit 1000 000, suche die Wurzel und dividiere diese durch 1000.

35. Wie verfährt man, wenn der Radikand der Quadratwurzel > 1000000 ist? (vergl. 37. d).

36. Wie verfährt man, wenn der Radikand einer Kubikwurzel a) < 1 ; b) $> 1000\ 000\ 000$ ist?

37. Bestimme (unter Angabe des Rechnungsganges):

a) $\sqrt{0,8}$; b) $\sqrt{0,0625}$; c) $\sqrt{0,007}$; d) $\sqrt[3]{3\ 673\ 522}$;

e) $\sqrt[3]{0,0008}$; f) $\sqrt[3]{0,068921}$; g) $\sqrt[3]{0,0000007}$; h) $\sqrt[3]{25873000000}$.

Ausführung zu a): $\sqrt{0,800\ 000} = 0,894 \mid$; in Worten:

$\sqrt{800\ 000} = 894$, also $\sqrt{0,8} = 0,894$.

zu c): $\sqrt{0,007\ 000} = 0,83 \mid 7$.

zu d): $\sqrt[3]{3\ 673\ 522} = 1 \mid 920$.

zu e): $\sqrt[3]{0,000\ 800\ 000} = 0,92 \mid 8$.

38—44. Bestimme:

	a)	b)	c)	d)
38.	$\sqrt{0,052}$	$\sqrt{0,81}$	$\sqrt{0,444}$	$\sqrt{0,008\ 763}$
39.	$\sqrt{0,009}$	$\sqrt{0,00042}$	$\sqrt{0,00\ 001}$	$\sqrt{0,837}$
40.	$\sqrt{0,493}$	$\sqrt{0,1}$	$\sqrt{0,998}$	$\sqrt{0,251}$
41.	$\sqrt{53\ 785\ 002}$	$\sqrt{137\ 625\ 625}$	$\sqrt{1\ 560\ 000}$	$\sqrt{9\ 998\ 500}$
42.	$\sqrt[3]{0,5}$	$\sqrt[3]{0,85}$	$\sqrt[3]{0,0008}$	$\sqrt[3]{0,1}$
43.	$\sqrt[3]{0,007}$	$\sqrt[3]{0,00\ 000\ 006}$	$\sqrt[3]{0,01}$	$\sqrt[3]{0,027}$

44. a) $\sqrt[3]{7\ 685\ 000\ 000}$; b) $\sqrt[3]{29\ 976\ 825\ 789}$.

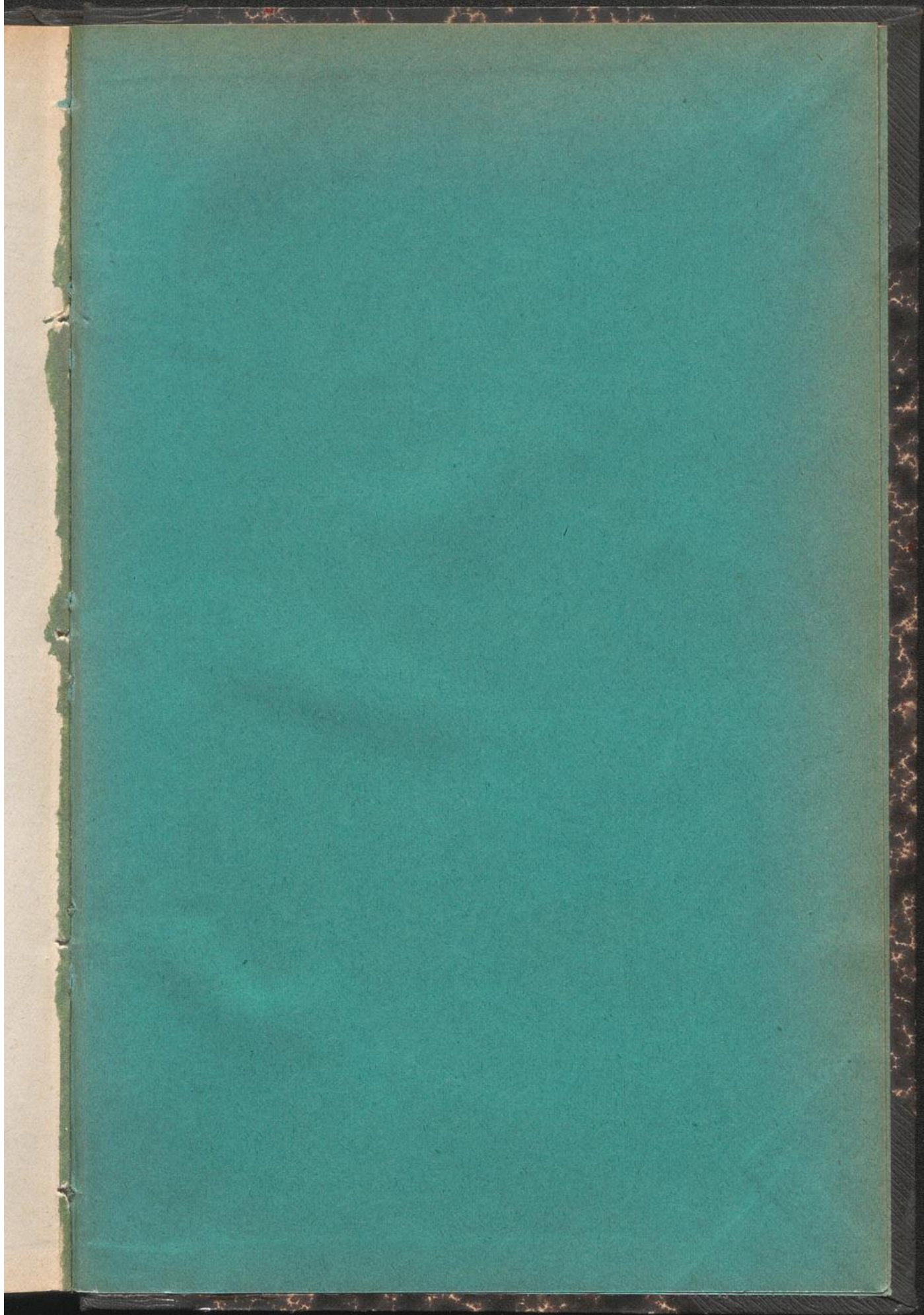
45—49. Bestimme den Kreisdurchmesser d und Kreisumfang U für die nachfolgenden Werte des Inhalts F:

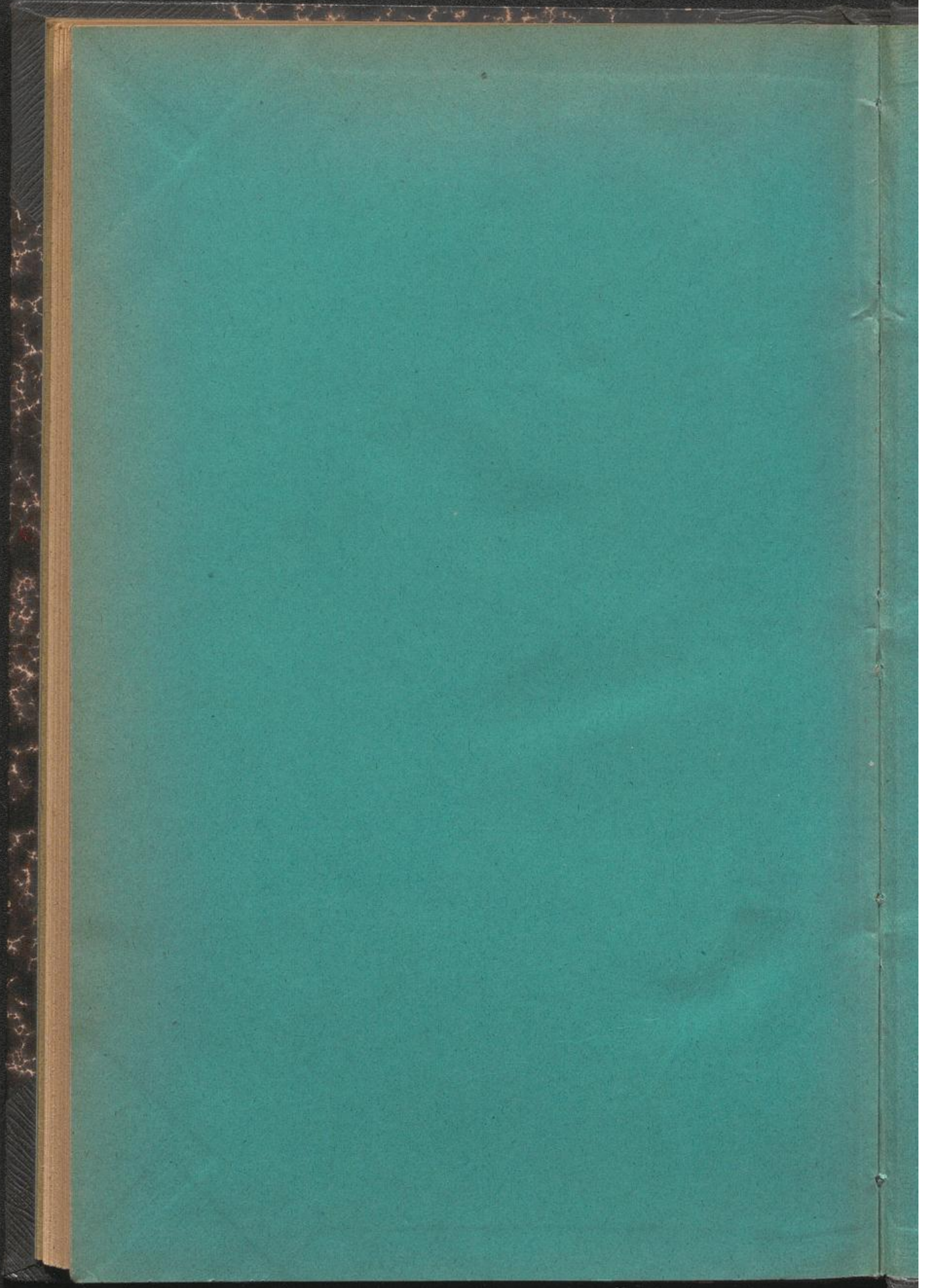
	a)	b)	c)	d)
45.	14741 qcm	580880 qcm	0,79 qm*)	194 000 qcm
46.	168 qcm	15 qm	38,5 qdm	1 qm
47.	45,6 qmm	10 qcm	0,9 qcm*)	670300 qcm
48.	0,4 qm	0,0032 qm	0,08 qcm	0,537 qm
49.	13060 000 qmm	853 000 qcm*)	920 000 qcm*)	1 230 000 qcm.

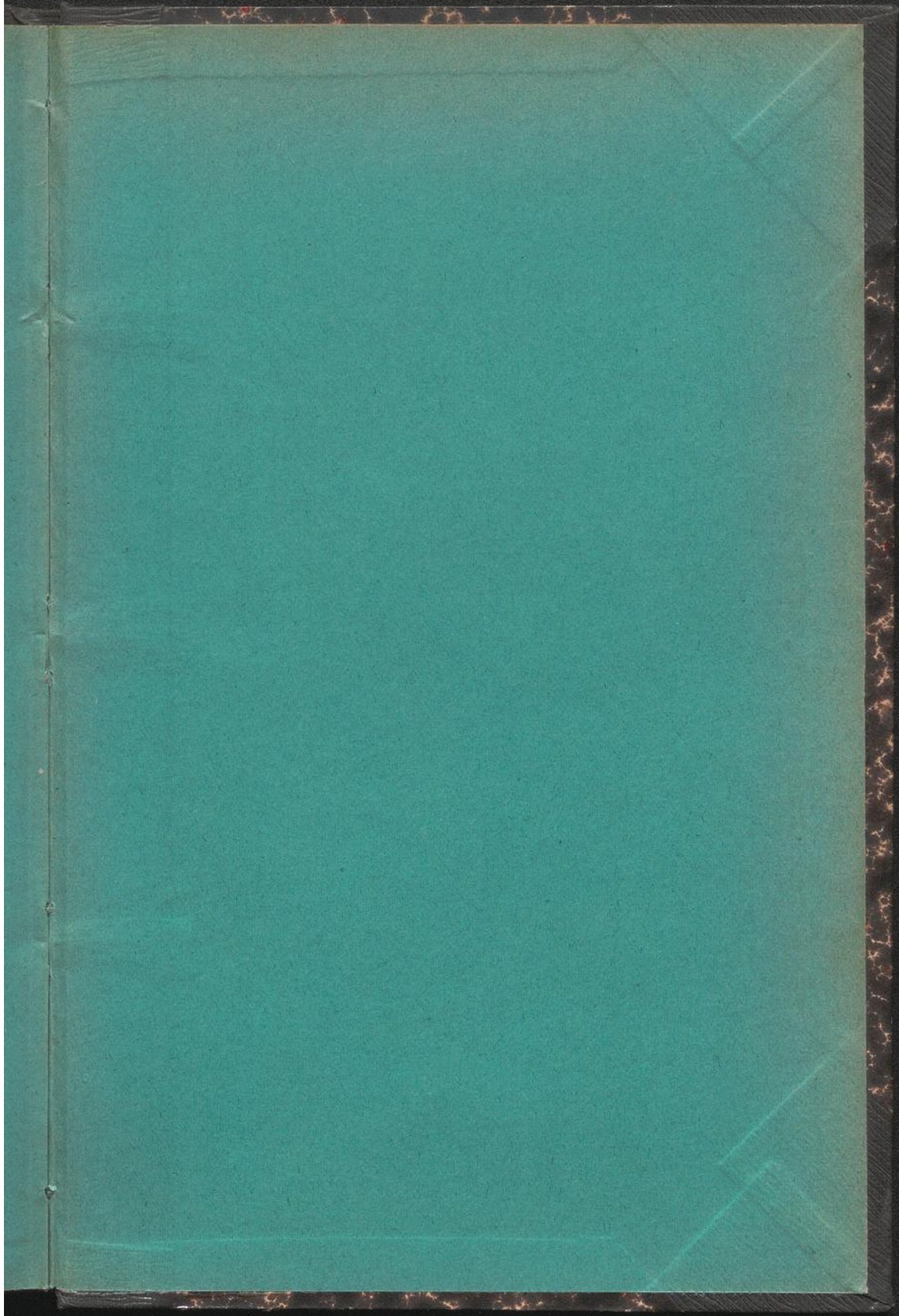
*) Beachte den kleinsten und größten Wert von F in der Tabelle!

— 82 —

Handwritten text, likely bleed-through from the reverse side of the page. The text is extremely faint and illegible due to the age and quality of the paper.









03M36373

P
03

M
36373