



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Sammlung algebraischer Aufgaben für gewerbliche und technische Lehranstalten

nebst einer Abhandlung über das Stabrechnen

Gleichungen ersten Grades mit einer und zwei Unbekannten; Verhältnisse und Proportionen; Wurzeln; rein quadratische Gleichungen

Burg, Robert

Frankfurt a.M., 1901

IX. Wiederholung und Erweiterung.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-78562](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-78562)

E. Z. 5295

1144



IX. Wiederholung und Erweiterung.

§ 1.

1. Wie groß ist der reziproke Wert von:

a) 7; b) 8,2; c) 0,5; d) $\frac{1}{8}$; e) $\frac{1}{99}$; f) $3\frac{1}{3}$;
 g) a; h) a^2b ; i) $\frac{a}{u}$; k) $\frac{3a}{5b}$; l) $a + b$; m) $\frac{6v}{x+y}$?

2—8. Berechne (mit Benutzung der Tabelle):

2. a) $\frac{10^2 + 12^2 + 15^2}{17^3 + 43^3}$; b) $\frac{91^3 - 28^4}{3^4 \cdot 7^3}$; c) $\frac{23^4 - 81^3}{50^2 + 2^4}$.

	a)	b)	c)	d)	e)
3.	$(736 \cdot 2)^2$	1472 ²	1,203 ²	26,73 ²	2784 ²
4.	$(837 \cdot 2)^3$	1674 ³	15,38 ³	0,1212 ³	18760 ³
5.	$35^{(2+3)}$	99 ⁵	201 ⁴	6,1 ⁴	4,6 ⁵
6.	$23^{(4+1)}$	14 ⁵	17 ^(2 \cdot 3)	2,8 ⁶	8 ⁹
7.	$5^3 \cdot 25^3$	$3^4 \cdot 8^4$	$4^6 \cdot 7^3$	$6^3 \cdot 11^2$	$(-3)^5 \cdot 8^3$
8.	$\frac{17^4 \cdot \pi}{4}$	$\frac{2,9^4 \pi}{4}$	$\frac{1486}{\pi}$	$\frac{188,5}{\pi}$	$\frac{24065}{\pi}$

9—10. Verwandle in einen Quotienten:

	a)	b)	c)	d)	e)
9.	$\left(\frac{3a}{b}\right)^4$	$\left(\frac{5a}{7b}\right)^3$	$\left(\frac{11a}{8x}\right)^3$	$\left(\frac{a-b}{a}\right)^4$	$\left(\frac{5x^2+7y}{3x^2-2}\right)^2$
10.	$\left(\frac{a^2}{x}\right)^2$	$\left(\frac{3a^3b}{5}\right)^3$	$\left(\frac{x}{y}\right)^m$	$\left(\frac{x}{a^n}\right)^m$	$\left(\frac{2x^2y}{3a^3b^2}\right)^3$

11—15. Verwandle (im Kopfe) durch Auflösen der Klammern:

	a)	b)	c)	d)
11.	$(4a - 7b)(3x + y)$	$(14x - 5)(4y - 3)$	$(8a - x)(b - 3y)$	
12.	$(3a + 5b)(6a + 2b)$	$(a - 7b)(a + 5b)$	$(12a - 1)(3a + 1)$	
13.	$(9x + y)(5y + x)$	$(4a - 3x)(5a - 7x)$	$(x^2 - 7y)(3x^2 - 4y)$	
14.	$(-a)(-b)$	$(-3a) \cdot 12x$	$(-a)(-b)(-c)$	$(-a)^3$
15.	$(-x)^4$	$(-7a)^3(-2b)$	$(-x)^3(-y)^4(-z)^5$	$(-a)^{2n}$

16—27. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe:

<p style="text-align: center;">a)</p> <p>16. $7x^3 + x^2 - 5x$</p> <p>17. $(n + 1)^2 - 1 - n$</p> <p>18. $a(u + v) - (u + v)$</p> <p>19. $ax - bx + ay - by$</p> <p>20. $6ac + 10bc + 21ad + 35bd$</p> <p>21. $65uv + 14 - 26u - 35v$</p> <p>22. $14x^3 - 28x^2y + 6xy^2 - 12y^3$</p> <p>23. $a^2 + (2a + b)b$</p> <p>24. $x^2 - (7x - y)^2$</p>	<p style="text-align: center;">b)</p> <p>$27a^4 - 48a^2b^2$</p> <p>$ab - (a - u)(b - u)$</p> <p>$ax + bx + ay + by$</p> <p>$ay + bx - by - ax$</p> <p>$18ax - 7by - 14ay + 9bx$</p> <p>$12x^3 - 9x^2 + 16x - 12$</p> <p>$15x^4 - 6a^3x - 20ax^3 + 8a^4$</p> <p>$(a + b)^2 - c^2$</p> <p>$16a^2 - 9(b - 4a)^2$</p>
---	--

<p style="text-align: center;">a)</p> <p>25. $(a + 1)^2 - (a - 1)^2$</p> <p>26. $a^2 + 10a + 21$</p> <p>27. $7a^2 + 31a + 12$</p>	<p style="text-align: center;">b)</p> <p>$\left(\frac{a-b}{c}\right)^2 - \left(\frac{b}{c}\right)^2$</p> <p>$a^2 + 17a + 72$</p> <p>$41x^2 - 84x + 4$</p>	<p style="text-align: center;">c)</p> <p>$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$</p> <p>$a^2 + 4a - 21$</p> <p>$120x^2 - 7x - 1.$</p>
--	--	--

28—37. Berechne:

<p style="text-align: center;">a)</p> <p>28. $\frac{x}{u} - \left(\frac{a^2x}{u} + \frac{xa}{2}\right) : a^2$</p> <p>29. $\left(\frac{2a}{3} + \frac{4b}{5}\right) : (5a + 6b)$</p> <p>30. $\frac{34u^2x}{-9z} : \frac{17ux^2}{-18z}$</p> <p>31. $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : (a - b)$</p> <p>32. $\frac{x+y}{a^2-b^2} \cdot \frac{a+b}{x^2-y^2}$</p> <p>33. $\frac{(a+3)(u+7) - 3u(1-9a)}{20au + 5a + 15}$</p> <p>34. $\frac{6ab + 8ub + 4uv + 3av}{3a + 4u}$</p> <p>35. $\frac{10ac + 35bc - 6ad - 21bd}{2a + 7b}$</p>	<p style="text-align: center;">b)</p> <p>7a. $\frac{2x-3b}{a-b} + (3a-2x)\frac{7b}{a-b}$</p> <p>$\frac{2z^2}{18a^2b - 12ab^2} \cdot (3a - 2b)$</p> <p>$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) : (5x + 5y)$</p> <p>$\frac{12u^2 - 9u}{(5u - 6)^2 - 4(2u - 3)^2}$</p> <p>$(x + \frac{1}{x} + 2) : (x + 1)$</p> <p>$\frac{nx}{n-1} - x$</p> <p>$\frac{4xy + 2y^2 + 2xz + yz}{2y + z}$</p> <p>$\frac{35xy - 55y - 63x + 99}{9 - 5y}$</p>
---	--

<p style="text-align: center;">a)</p> <p>36. $\frac{24a^2 + 61a + 35}{3a + 5}$</p> <p>37. $\frac{78u^2 - 205u + 78}{13u - 6}$</p>	<p style="text-align: center;">b)</p> <p>$\frac{6a^2 + 13ab + 6b^2}{3a + 2b}$</p> <p>$\frac{8a^2 + 2ab - 3b^2}{4a + 3b}$</p>	<p style="text-align: center;">c)</p> <p>$\frac{33x^2 + 100xy - 77y^2}{11x - 7y}$</p> <p>$\frac{63x^2 - xy - 130y^2}{9x - 13y}$</p>
---	--	---

§ 2.

38. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

a) $a + (-b) + c + (-d)$; b) $3a + (-5b) + (-7c) + d$.

39. Verwandle in eine reine Additionsaufgabe:

a) $a - b + c - d$; b) $6a - 7b - 3c + 4d - e$.

40. Berechne schriftlich: a) $(a+b+c)(d+e)$; b) $(a+b)(c+d+e)$;
c) $(a+b+c)(d+e+f)$; d) $(a+b+c+d)(e+f+g+h+i)$.

41. Leite aus den Resultaten von Aufg. 40 mit Hilfe von Aufg. 38 und 39 ohne neue Rechnung die Resultate nachfolgender Aufgaben ab:

a) $(a-b+c)(d+e)$; b) $(a-b+c)(d-e)$; c) $(a-b)(c-d+e)$;
d) $(a+b-c)(d-e+f)$; e) $(a-b-c)(d+e-f)$;
f) $(a-b+c-d)(e-f-g-h+i-k)$.

42. Gib das Gesetz für die Multiplikation zweier beliebigen algebraischen Summen an.

43—50. Berechne nach dem allgemeinen Gesetz:

a)	b)
43. $(7x - 3y + 4z)(3a - 5b)$	$(6a - 3v + 1)(5a + w - 1)$
44. $(5a + 3b - 2c)(7a - 2b - 2c)$	$(4x - 6y + 7)(2x + 3y - 1)$
45. $(3a^2 - 4ab + 5b^2)(2a - 3b)$	$(14x - 30)(7x^2 + 15x + 32)$
46. $(x^2 - xy + y^2)(x + y)$	$(4x^2 - 10xy + 25y^2)(2x + 5y)$
47. $(x^6 + x^3 + 1)(x^3 - 1)$	$(a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)(a - 1)$
48. $(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)(a + b)$.	
49. $(6a^4x + 5a^3x^2 + 4a^2x^3)(3ax^4 + 2x^5)$.	
50. $(14u^3v^2 - 8u^4v + 3u^5)(7u^2v^3 - 2uv^4 - v^5)$.	

51. Beweise: Q.IV.) $(a + b + c)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$.

Q.V.) $(a + b + c + d)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 + 2ad + 2bd + 2cd + d^2$.

52—55. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

52. a) $(a+b-c)^2$; b) $(a-b+c)^2$; c) $(a-b-c)^2$; d) $(x-y+z)^2$.

53. a) $(4a + 3b + 5c)^2$ | b) $(7x - 3v + 4a)^2$ | c) $(x^2 - y^3 - z^4)^2$

54. a) $(a^2 + a + 1)^2$ | b) $(a^2 - a + 1)^2$ | c) $(a^2 + a - 1)^2$

55. a) $(a-b-c+d)^2$ | b) $(u+v-w-x)^2$ | c) $(r^2 - s^2 + t^2 - u^2)^2$.

56. Beweise a) $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

b) $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$.

57—58. Verwandle durch Auflösen der Klammern:

a)	b)	c)	d)	e)
57. $(a - b)^3$	$(a - b)^4$	$(x + 1)^3$	$(x - 1)^3$	$(x + 1)^4$
58. $(a + 2d)^3$	$(4u - 5v)^3$	$(0,7a - 4)^3$	$(a^2b - 5)^3$	$(5a + 3)^4$

59—60. Verwandle in eine Multiplikationsaufgabe:

a)	b)	c)
59. $(a + b)^3 - (a - b)^3$	$(a + 1)^3 - (a - 1)^3$	$(a + b)^4 + (a - b)^4$
60. $(a + 1)^4 + (a - 1)^4$	$(a + b)^4 - (a - b)^4$	$(a + 1)^4 - (a - 1)^4$

§ 3.

61. Drücke in Worten aus:

P.V.) $a^n : a^m = a^{(n-m)}$, wenn n größer ist als m.

62—65. Vereinfache:

a)	b)	c)	d)	e)
62. $\frac{a^4}{3a^3}$	$\frac{5x^5}{x^2y}$	$\frac{5x^7}{7x^5}$	$\frac{a^3}{a^4}$	$\frac{a^4}{2a^7}$
63. $\frac{a^3b^5}{a^2b^3}$	$\frac{7x^4y^4}{3x^2y}$	$\frac{10x^3y^2}{5x^2y^3}$	$\frac{a^7b^6x}{a^3b^7x^4}$	$\frac{(-x)^3}{ax^4}$
64. $\frac{(a + b)^4}{(a + b)}$	$\frac{(x - y)^2}{(x - y)^5}$	$\frac{(4x + y)^3}{4(4x + y)^2}$	$\frac{(u - v)^7}{u^2 - v^2}$	$\frac{(a - b)^3}{(b - a)^2}$
65. $\frac{a^{(n+1)}}{a^n}$	$\frac{a^{(n+1)}}{a^{(n-1)}}$	$\frac{a^{(n-2)}}{a^n}$	$\frac{16x^{(n-1)}}{24x^{(n+1)}}$	$\frac{a^{(n-2)} b^m}{a^{(n-1)} b^{(m-3)}}$

66—67. Berechne (nach D. II.):

66. a) $(12x^3a^2 - 16x^2a^3) : (4x^2a^2)$; b) $(15a^3b - 21ab^3) : (3a^2b^2)$.

67. $(49a^2bc + 14ab^2c - 35abc^2) : (21a^3b^2c)$.

§ 4.

68. An einem drehbaren Körper wirken die rechtsdrehenden Momente $M_1 = 530 \text{ kgcm}$, $M_2 = 750 \text{ kgcm}$ und $M_3 = 415 \text{ kgcm}$, sowie die linksdrehenden Momente $M_4 = 870 \text{ kgcm}$ und $M_5 = 885 \text{ kgcm}$. Welches Moment (M) kann für sich allein das Zusammenwirken der vorgenannten Momente ersetzen? Welches Moment (M_6) müßte man zu den Momenten M_1 , M_2 , M_3 , M_4 und M_5 hinzufügen, damit keine Drehung eintritt? (II. Aufg. 66 und V. Aufg. 10.)

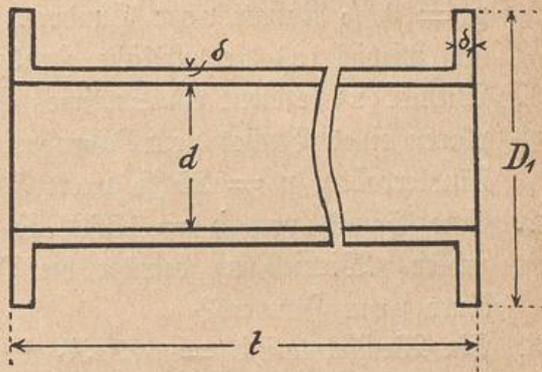
a) $M_1 = 563 \text{ kgm}$; $M_2 = 488 \text{ kgm}$; $M_3 = 103 \text{ kgm}$;
 $M_4 = 760 \text{ kgm}$; $M_5 = 144 \text{ kgm}$.

69. An einem zweiarmigen Hebel wirkt rechts am Hebelarm $a_1 = 8 \text{ dm}$ die Kraft $P_1 = 50 \text{ kg}$ nach unten und links am Hebelarm $a_2 =$

3 dm die Kraft $P_2 = 75 \text{ kg}$ nach unten. Welches Moment (M_3) müßte man hinzufügen, um Gleichgewicht herzustellen?

a) Daselbe, wenn P_2 nach oben wirkt.

70. Wie schwer (G) ist nebenstehendes gußeiserne Flanschrohr von $l = 3 \text{ m}$ Länge, wenn der lichte Durchmesser $d = 125 \text{ mm}$, die Wandstärke $\delta = 9,5 \text{ mm}$, der Flanschdurchmesser $D_1 = 260 \text{ mm}$ und die Flanschdicke $\delta_1 = 21 \text{ mm}$ ist? ($s = 7,25 \text{ kg pro cdm.}$)



71. Ein Sicherheitsventil, dessen Druckfläche 6 cm Durchmesser hat, soll sich bei einem Überdruck von mehr als 10 Atm. öffnen. Wie groß (P) muß der Druck sein, welchen die Ventilverrichtung ausübt?
72. Wie groß (p) ist die Druckstärke (pro qcm), welche eine Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht $s = 0,8 \text{ kg pro cdm}$ in der Tiefe $h = 3 \text{ dm}$ unter dem Flüssigkeitsniveau ausübt?
- a) Quecksilber: $s = 13,596 \text{ kg pro cdm}$; $h = 5 \text{ cm}$.
b) Seewasser: $s = 1,025 \text{ kg pro cdm}$; $h = 20 \text{ m}$.
73. Ein mit Schrotkugeln beschwertes Reagiergläschen vom Gesamtgewicht $G = 11,1 \text{ g}$ sinkt in wasserfreiem Alkohol 14 ccm tief ein; wie groß ist das spezifische Gewicht (s) des Alkohols?
74. Wieviel (z) Zinsen bringen 1860 $M.$ zu $3\frac{1}{3}\%$ in $5\frac{1}{2}$ Monaten?
75. Wieviel Zinsen bringen 1670 $M.$ zu 4% in 162 Tagen? (1 Jahr = 360 Tage.)
76. Jemand hat nach 6 Monaten 170 $M.$ und nach 9 Monaten 520 $M.$ zu zahlen. Wieviel (z) beträgt sein Zinsgewinn, wenn er die ganze Summe nach $n = 8\frac{1}{2}$ Monaten zahlt und er sein Geld mit 4% verzinsen kann?
- a) $n = 10$; b) $n = 8$; c) $n = 8,3$.
77. Wieviel (a) Feinsilber ist in $b = 200 \text{ g}$ Silber vom Feingehalt $f = 0,830$ enthalten? Ant. $a = f \cdot b$.
78. Wieviel (z) Soda ist in $b = 5 \text{ kg}$ einer Sodälösung enthalten, deren Lösungsgehalt $p = 6,2\%$ vom Hundert beträgt?

79. Wieviel (z) Soda sind in 3 l Wasser aufzulösen, damit eine 5prozentige Lösung entsteht, d. h. eine Lösung mit $p = 5\%$ Lösungsgehalt auf Hundert?
80. Jemand erhält auf eine Ware, welche $b = 37$ M. kosten soll, $p = 3\%$ Rabatt vom Hundert. Wieviel (z) beträgt der Rabatt und wieviel (a) die wirkliche Zahlung?
81. Wieviel (z) verdient ein Sortimentsbuchhändler an $n = 355$ Exemplaren eines Buches vom Ladenpreis $b = 80$ M., wenn der Buchhändlerabatt $p = 25\%$ vom Hundert beträgt?
82. Eine Schuld von $b = 1560$ M. ist nach $n = 2\frac{1}{2}$ Jahren zu zahlen. Wieviel (a) beträgt die Barzahlung bei $p = 4\%$ Diskonto vom Hundert?
83. Ein Wechsel auf $b = 375$ M. wird 4 Monate vor der Verfallzeit unter Berechnung von $p = 5\%$ Diskonto vom Hundert verkauft. Wieviel (a) bringt derselbe ein?
84. Jemand hat nach 3 Monaten den Betrag $b_1 = 225$ M. und nach weiteren 4 Monaten den Betrag $b_2 = 195$ M. zu zahlen. Wieviel (a) hat er statt dessen nach 2 Monaten bei $p = 4\frac{1}{2}\%$ jährl. Diskonto vom Hundert zu zahlen?
85. Für ein Haus soll eine Anzahlung von 30 000 M. und außerdem in 8 halbjährlichen Raten jedesmal 12 000 M. gezahlt werden. Wieviel würde die Barzahlung (a) bei $p = 6\%$ jährl. Diskonto vom Hundert betragen?
86. Jemand kauft 30 Aktien (Nominalwert: 600 M.) zum Kurse von 187. Wieviel (x) hat er zu zahlen?
87. Wie groß ist die Geschwindigkeit (c) eines Eisenbahnzuges, der bei gleichförmiger Bewegung in $t = 15$ Min. den Weg $s = 10,8$ km zurücklegt? Anl. $c = \frac{s}{t}$, gewöhnlich in $\frac{m}{Sek.}$.
88. Beim Abfeuern einer Kanone wird an einem 2 km entfernten Orte der Knall genau 6 Sek. später wahrgenommen als der Lichtblitz. Wie groß (c) ist hiernach die Schallgeschwindigkeit in der Luft? (Res. in m pro Sek.)
89. Wie groß (c) ist die Umfangsgeschwindigkeit eines Schwungrades von $d = 3,65$ m Durchmesser, welches $n = 44$ Umdrehungen pro Min. macht?