



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

Einleitung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

Einleitung.

Der Potentialbegriff beherrscht die neuere Physik und ihre technischen Anwendungen, besonders das Gebiet der Elektrotechnik derartig, daß er weder in den Elementarbüchern der Physik noch im Schulunterrichte entbehrt werden kann. Insbesondere haben ihn die entsprechenden Fachschulen zu berücksichtigen, für die eine elementare Potentialtheorie zur Lebensfrage geworden ist. Aber auch für die Studierenden der Mathematik und Technik, die in den beiden ersten Semestern stehen, erscheint es wünschenswert, schon vor Absolvierung der Infinitesimalrechnung auf leichterem Wege in dieses Gebiet eingeführt zu werden. Machen doch schon die Einheiten der Elektrotechnik den Potentialbegriff zur Voraussetzung. Mit dem Begriffe allein ist aber sehr wenig gethan, man muß auch mit Potentialen rechnen können. Wie in der Chemie auf die qualitative Analyse die schwierigere quantitative folgt, so muß auch in der Physik der quantitative Teil als Ergänzung des qualitativen zur eigentlichen Krönung des Lehrgebäudes führen.

Die Frage, ob eine elementare Behandlung möglich sei, die über dem Niveau einer bloßen Beschreibung auf nur experimenteller Grundlage stehen soll, beschäftigt die Schulmänner in besonders hohem Maße. Eine große Anzahl von Programm-Arbeiten dieser Art ist in den letzten Jahren erschienen. Sie scheinen mir sämtlich hinter dem Elementarwerke von Tumlirz: „Das Potential und seine Anwendung zu der Erklärung der elektrischen Erscheinungen“ (Wien, bei A. Hartleben) zurückzustehen, welches auf 302 Seiten ziemlich weit vorwärts geht. Aber auch dieses verdienstliche Werk läßt mancherlei unbewiesen und berücksichtigt die von Maxwell angebahnten Fortschritte zu wenig. Namentlich sind die elementaren Konstruktionen der Niveau- und Kraftlinien schwierigerer Probleme übergangen, obwohl gerade diese über den Zustand des elektrischen oder magnetischen Feldes in vorzüglicher Weise aufklären. Auch bleibt die Theorie stationärer Strömungen in Raum und Ebene, wo sich Wärmetheorie, Elektrizitätslehre, Gravitationstheorie und Hydrodynamik in so wunderbarer Weise begegnen, außerhalb der

Betrachtung, so daß gerade die Forschungen von Faraday, Maxwell, Helmholtz und Kirchhoff, die jetzt die wissenschaftliche Welt bewegen, fast unberührt bleiben.

Was aber die neueren Lehrbücher der Experimentalphysik bieten, unter denen die von Börner, Dressel, Joh. Müller-Lehmann, besonders aber die Darstellungen der Elektrizitätslehre von Wallentin rühmend hervorgehoben werden mögen, so geben auch diese nur einen Abriss des Gebietes für ihre besonderen Zwecke auf experimenteller Grundlage.

Bahnbrechend hat das berühmte Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus von James Clerk Maxwell gewirkt, dessen zweite Auflage von Weinstein übersetzt bei Springer in Berlin erschienen ist. Zwar nennt der Verfasser seine Darstellung eine elementare (vgl. Kap. II), da aber Differentialgleichungen erster und zweiter Ordnung, Integrale (bis zu sechsfachen) und die Hamiltonsche Vektorenrechnung eine Hauptrolle darin spielen, so versteht er unter elementar doch wohl etwas anderes, als die deutschen Schulmänner. Die letzteren denken sich darunter eine Behandlungsweise, welche die Infinitesimalrechnung vollständig ausschließt und von der analytischen Geometrie nicht mehr verlangt, als etwa die Gymnasien, die Real- und Ober-Realschulen darzubieten pflegen. Auf das Unendlichkleine kann allerdings dabei ebensowenig verzichtet werden, wie bei der Lehre von den Trägheitsmomenten und dergl. Die anzuwendenden Diagramme aber ermöglichen eine derartige Veranschaulichung und Vereinfachung der Darstellung, daß eigentliche pädagogische Schwierigkeiten kaum zu befürchten sind.

Wichtig erscheint es, bei der Einführung in die Elektrizitätslehre auf mechanische Anwendungen und Deutungen an möglichst vielen Stellen einzugehen, da die Begriffe der Mechanik dem Anfänger geläufiger sind, als die der übrigen physikalischen Gebiete; ebenso wichtig aber ist es, die letzteren sofort mit in die Betrachtung zu ziehen, so daß der geistige Zusammenhang der oben genannten Lehren dem Leser stets vor Augen steht und sein Interesse stärker fesselt, als die einseitige Betrachtung der Einzelgebiete. Aus Gründen der Mechanik folge ich auch dem Rat des bekannten Lehrbuches von Thomson und Tait, bei den Gravitationsproblemen nicht $-\frac{m}{r}$, sondern $+\frac{m}{r}$ als das Potential zu betrachten. Der für die Elektrizitätslehre einzuführende Zeichenwechsel macht keine Schwierigkeit, dagegen ist es für den Anfänger zweckmäßig, sich zunächst mit dem Begriffe der positiven Arbeit zu beschäftigen.

Daß man mit elementaren Mitteln nicht alles erreichen kann,

ist selbstverständlich. Ich meine aber, daß jeder, der das hier Gegebene bewältigt, einen Einblick in die betreffenden Gebiete gewinnen wird, mit dem sich schon einiges anfangen läßt. Ich hätte noch weiter vordringen können, möchte mich aber doch nach einigen Richtungen hin noch abwartend verhalten.

Ich hätte ferner an zahlreichen Stellen zeigen können, daß die Resultate die eigentliche Deutung der partiellen Differentialgleichungen von Laplace, Poisson u. s. w. für Raum und Ebene darstellen, unterliefs dies aber, um den Anschein zu vermeiden, als ob es ohne Differentialgleichungen nicht ginge. Der materielle Inhalt jener Formeln kommt aber hier naturgemäß in höherem Grade zur Geltung, als es bei den analytischen Darstellungen zu geschehen pflegt. Auf die Hamiltonschen Vektorenrechnungen bin ich nicht eingegangen, da sie aus dem üblichen elementaren Standpunkte ganz heraustreten.

Der Zweck des Buches ist nicht ein wissenschaftlicher, sondern ein pädagogischer. Bestimmt ist es z. B. für die Lehrer der Mathematik und Physik an höheren Schulen und technischen Lehranstalten, besonders auch für die Fachlehrer an elektrotechnischen Fachschulen und für die Studierenden der ersten Semester an Universitäten und technischen Hochschulen. Daß besonders auch der praktische Ingenieur das Buch zur Selbstbelehrung benutzen kann, ist selbstverständlich. Die höher organisierte elektrotechnische Mittelschule, für deren Gebrauch es in erster Linie bestimmt erscheinen könnte, existiert leider noch nicht, aber die Zukunft wird sie voraussichtlich bald bringen.

An einigen Stellen wird auf mein Lehrbuch der Elementarmathematik und auf meine Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften verwiesen, die beide bei B. G. Teubner erschienen sind. Das letztere Werk giebt auch einen Überblick über die reiche Litteratur der zweidimensionalen Probleme bis zum Jahre 1882. Nimmt man dazu, was für die dreidimensionalen seit Newton, Mac Laurin, Lagrange, Laplace, Ivory bis auf Poisson, Fourier, Green, Gauß, Riemann, Heine, Helmholtz, Kirchhoff, Neumann, Clausius, Maxwell, W. Thomson, Tait, Klein u. s. w. geschaffen ist, so würde nur die Aufzählung nebst kurzer Inhaltsangabe einen ziemlichen Band anfüllen. Darauf soll hier verzichtet werden. Gelegentliche Andeutungen über die historische Entwicklung dürften dem Leser vorläufig genügen.

Um die einzelnen Kapitel möglichst unabhängig voneinander hinzustellen und damit das Studium zu erleichtern, habe ich an einigen Stellen Wiederholungen nicht gescheut. Solche gehören zwar nicht in ein systematisches Werk, wohl aber in ein pädagogisches, wo sie zugleich zur Repetition dienen und den Gegenstand auch von anderen

Seiten zu betrachten lehren. Die Bestätigung der durch bloße Gedankenkombination gefundenen Resultate durch wirkliche Rechnung hat noch niemals Schaden gebracht.

Wem dieses oder jenes Beispiel zu schwierig erscheint, der überschlage es vorläufig. Dasselbe gilt auch für einzelne theoretische Erörterungen, die für das Folgende nicht unbedingt notwendig sind. Um den Umfang nicht allzusehr anschwellen zu lassen, verweise ich an einzelnen Stellen auf Anwendungen, die man in den besseren Lehrbüchern der Physik befriedigend dargestellt findet. Dies gilt besonders bezüglich der Instrumente für elektrische Messungen. Hier handelt es sich mehr um die mathematische Entwicklung der Theorie auf elementarem Wege. Wenn im Anhang die Lehre von den Dimensionen und den Maßeinheiten kurz dargestellt ist, so hat dies seinen Grund darin, daß zahlreiche Lehrbücher leider noch nicht darauf eingehen. Der Leser wird im Texte mehrfach auf diesen Anhang verwiesen.

Die Forchheimersche Theorie der Grundwasserbewegungen in gleichmäßig durchlässigem Terrain ist von einigen Seiten angefochten worden. Nachdem mir aber praktische Ingenieure des betreffenden Gebietes über ihre Brauchbarkeit für Annäherungsüberlegungen befriedigende Mitteilungen gemacht haben, entschloß ich mich, sie als ein sehr lehrreiches Beispiel aufzunehmen und dabei zugleich eine einfachere Begründung zu geben. Diese Lehre ist offenbar der Methode der konformen Abbildung angepaßt worden. Ist aber mit den hydrodynamischen Theorien von Helmholtz nicht dasselbe der Fall? Die Analogie zwischen den Anziehungen und den Strömungen einer inkompressiblen idealen Flüssigkeit lag für ihn auf der Hand, die zweidimensionalen Probleme gestatteten weitergehende Folgerungen über stationäre Bewegungen und freie Ausflusstrahlen, die konsequente Ausdehnung der Analogien auf die elektromagnetischen Erscheinungen, die bei Annahme des Biot-Savartschen Gesetzes für unendlich lange, geradlinige Drähte ebenfalls mit dem logarithmischen Potential in Verbindung stehen, führte auf die Theorie geradliniger Wirbelfäden, von wo aus zu den kreisförmigen Wirbelringen nur noch ein leichter Schritt war. Die Theorien also mußten so formuliert werden, daß die Differentialgleichung $\Delta^2 u = 0$ für drei bzw. zwei Dimensionen erfüllt blieb. Der erste Gedankengang des Forschers war offenbar ein elementarer, die zweite Arbeit bestand in der geschickten analytischen Formulierung bzw. Anpassung der Theorie. Für ihre Richtigkeit ist damit noch gar nichts bewiesen, denn es handelt sich um eine ideale Flüssigkeit, die sich recht sehr von den wirklichen unterscheidet. In derselben Lage befindet sich die Forchheimersche Theorie jener Grundwasserbewegungen, die unter der Voraussetzung gewisser idealer

Verhältnisse stehen. Vielleicht werden manche Wasserleitungsingenieure für die elementare Einführung in dieses Gebiet dankbar sein.

Die vielfach auftretenden krummlinigen Koordinaten könnten den Eindruck machen, als ob sie eigentlich in die höhere Mathematik gehörten. Sie sind aber sämtlich elementar konstruierbar. Bei einigen wird allerdings vorausgesetzt, daß man die Zahlen e , π u. s. w. wenigstens mit großer Annäherung als eine Strecke darstellen kann. An einer Stelle wird auf die Dreiteilung des Winkels hingedeutet, deren Begriff übrigens durchaus elementar ist. Es würde als Prinzipienreiterei aufzufassen sein, wenn man den elementaren Zugang in die neuere Physik ablehnen wollte, weil diese Dreiteilung mit Zirkel und Lineal nicht exakt durchgeführt werden kann.

Elementare Einführungen werden bisweilen als Versuche eines Kampfes gegen die höheren analytischen Methoden aufgefaßt. Sie müssen sich solche Mißdeutungen gefallen lassen, obwohl sie nur den Anspruch erheben, eine Vorbereitung, eine nur propädeutische und vorläufige Darstellung des Wissensgebietes zu geben. Schon als Beitrag zu der Frage, wie man mit geringen Hilfsmitteln möglichst weit vordringen könne, und wie weit die Herrschaft der elementaren Methoden reicht, sollten sie nicht unwillkommen sein. Daß aber ein Vorteil darin liegt, erst nach solcher Vorbereitung an die feinere analytische Behandlung zu gehen, kann vom pädagogischen Standpunkte aus gar nicht angezweifelt werden. In systematischer Hinsicht mag der gerade Weg der kürzeste sein, in pädagogischer ist er es nicht, weder auf dem niederen, noch auf dem höheren Unterrichtsgebiete. Nur von solchen Gesichtspunkten aus möchte die nachstehende Darstellung beurteilt werden.

Die anwachsende Fülle des zu verarbeitenden Materials drängt auch bezüglich der Lehrbücher zur Arbeitsteilung. Im vorliegenden Buche ist das mathematische Element der neueren Physik so verarbeitet worden, daß das Werk als Ergänzung zu jedem Lehrbuche der Experimental-Physik und der hierhergehörigen Technik dienen kann. Man könnte es als eine elementare Einführung in die mathematische Physik, soweit diese mit dem Potentialbegriff zu thun hat, bezeichnen. Das Studium von Werken, wie des „Handbuchs der Elektrotechnik“ von Kittler wird jedenfalls erheblich erleichtert, wenn man vorher diese elementare Potentialtheorie verarbeitet hat. Aber auch die Originalabhandlungen der oben genannten Forscher, die zum Teil nicht gerade bequem zu lesen sind, wird man leichter verstehen, wenn man durch die Elementarbetrachtung die wichtigsten Resultate bereits kennen gelernt hat und weiß, um welches Ziel es sich handelt.