Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

6) Massenverhältnisse der Weltkörper

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

Folglich: Die Quadrate der Umlaufszeiten beider Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der Entfernung.

Ist z. B. m_1 doppelt so weit von der Sonne entfernt, wie m_2, und ist t_1, die Umlaufszeit von m_1, gleich einem Jahre, so ist

$$\frac{t_1^2}{t_2^2} = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8},$$

folglich $t_2 = t_1\sqrt{8} = \sqrt{8}$ Jahre $= \sim 2{,}83$ Jahre.

Aus der Entfernung erhält man so die Umlaufszeit, aus der Umlaufszeit die Entfernung. Die erstere ergiebt sich durch Beobachtung, die letztere durch Rechnung.

6) Massenverhältnisse der Weltkörper.

Man kann dieselbe Methode benutzen, die Verhältnisse der Massen zu ermitteln, indem man einen der Sonne gehorchenden Planeten und einen zum letzteren gehörigen Trabanten (Mond) betrachtet.

Die Anziehung der Erde auf den Mond giebt als Beschleunigung

$$\frac{4\,r\pi^2}{t^2} = k\frac{m}{r^2},$$

die von der Sonne auf die Erde ausgeübte Anziehung giebt als Beschleunigung

$$\frac{4\,R\pi^2}{t_1^2} = k\frac{M}{R^2},$$

wo R die Entfernung der Erde von der Sonne, t_1 ihre Umlaufszeit, M die unbekannte Masse der Sonne ist. Durch Division erhält man

$$\frac{r}{R}\frac{t_1^2}{t^2} = \frac{m}{M}\cdot\frac{R^2}{r^2},$$

folglich ist

$$M = m\frac{R^3}{r^3}\frac{t^2}{t_1^2}.$$

Setzt man die Umlaufszeit des Mondes gleich 39 343 Minuten, die der Erde (das Jahr) gleich 525 950 Minuten, setzt man ferner die mechanisch oder trigonometrisch zu berechnenden Entfernungen R und r gleich 20 000 000 bezw. 50 000 Meilen, also $\frac{R}{r} = \frac{400}{1}$, so folgt

$$M = 400^3 \cdot \frac{39\,343^2}{525\,950^2}m = \sim 358\,120 \text{ m}.$$

Unter den gemachten Annahmen ist also die Sonnenmasse das 358 000fache der Erdmasse. Genauere Berechnungen ergeben das 355 000fache.

Kennt man also bei einem Planeten seine Umlaufszeit um die Sonne und die Umlaufszeit eines seiner Trabanten, kennt man ferner die Entfernung des Trabanten vom Planeten und die (z. B. aus der Umlaufszeit und dem Vergleiche mit dem Erdjahr zu berechnende) Entfernung des Planeten von der Sonne, so kann man das Massenverhältnis zwischen der Sonne und dem Planeten berechnen.

So hat man z. B. die Jupitermasse gleich 340 Erdmassen, die Saturnmasse gleich 102 Erdmassen, die des Uranus gleich 14,5 Erdmassen gefunden.

Dividiert man jede der gefundenen Massen durch den Inhalt $\frac{4}{3} r^3 \pi$ des betreffenden Weltkörpers (dessen Durchmesser sich aus dem scheinbaren Durchmesser und der Entfernung berechnen läfst), so findet man die Dichtigkeit des Weltkörpers im Verhältnis zu der der Erde.

Die Sonne hat 1 409 725 Erdvolumina, der Jupiter 1491, der Saturn 772, der Uranus 86,5.

Setzt man die Dichte der Erde gleich 1, so ergiebt sich für die Sonne die Dichtigkeit 0,252, für den Jupiter 0,227, für den Saturn 0,131, für den Uranus 0,167. Aus der geringen Dichte der Sonne wird man auf hohen Hitzegrad schliefsen dürfen, der dem starken Massendruck im Innern dieses Weltkörpers entgegen zu wirken hat, möge dieser nun flüssig oder gasförmig sein.

7) Fallbeschleunigung auf den Weltkörpern.

Die Masseneinheit wird auf der Sonne die Beschleunigung

$$g_1 = \frac{m_1 k}{r_1^2}$$

erhalten, auf der Erde ist

$$g = \frac{m k}{r^2},$$

folglich ist

$$\frac{g_1}{g} = \frac{m_1}{m} \frac{r^2}{r_1^2} = \frac{355\,000}{1} \cdot \frac{1^2}{112^2},$$

denn der Durchmesser der Sonne, also auch der Halbmesser, ist etwa 112 mal so grofs, als der der Erde. Demnach findet man als Fallbeschleunigung auf der Sonnenoberfläche

$$g_1 = \frac{9,82 \cdot 355\,000}{112^2} = \sim 272\,\text{m},$$

also etwa das 28,3 fache von der Fallbeschleunigung auf der Erde.

Ebenso hat man die Fallbeschleunigung auf den Planeten des Sonnensystems bestimmt.