Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

18) Der Potentialbegriff

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

Setzt man den Inhalt des Diagramms gleich A, so bewegt sich der Punkt soweit, bis

$$A = m_2 \frac{v^2}{2}$$

ist.

Läfst man den Punkt P an einer Stelle x_1 los, und fällt er infolge der Anziehung in der Richtung nach O, so erreicht er an der Stelle x eine Geschwindigkeit, die sich aus

$$\frac{m_2 v^2}{2} = A = k m_1 m_2 \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x_1}\right]$$

ergiebt. Es wird also

$$v = \sqrt{\frac{2A}{m_2}},$$

wo A das Arbeitsdiagramm ist.

Wird der Punkt in unendlicher Entfernung losgelassen, so handelt es sich um

$$\frac{m_2 v^2}{2} = k m_1 m_2 \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\infty}\right] = \frac{k m_1 m_2}{x},$$

seine Geschwindigkeit an der Stelle x ist also

$$v = \sqrt{\frac{2 k m_1}{x}} = \sqrt{2 k m_1} \cdot x^{-\frac{1}{2}}.$$

Das Geschwindigkeitsdiagramm, welches entsteht, wenn man für jeden Punkt x die Geschwindigkeit, mit der er passiert wird, als Lot errichtet, ist also eine Parabel von der Ordnung $-\frac{1}{2}$. Für $2 k m_1 = 1$ läfst sich die Kurve am einfachsten konstruieren, denn $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ist mittlere Proportionale zwischen 1 und $\frac{1}{x}$.

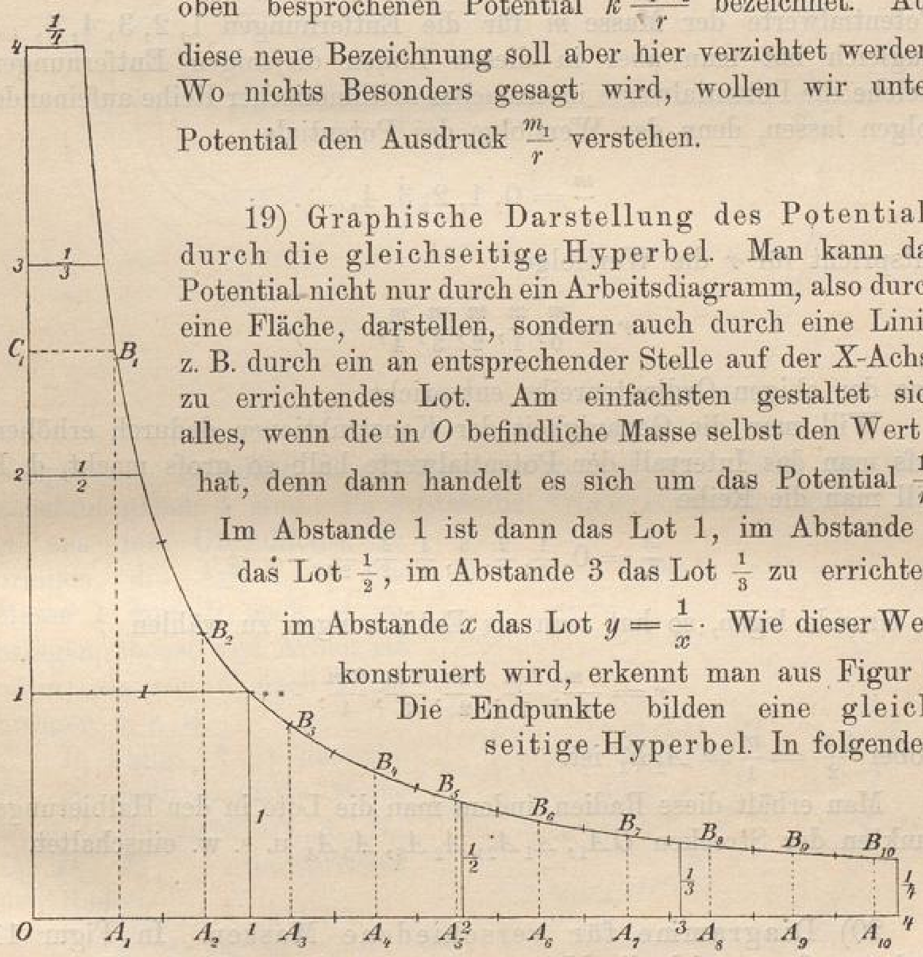
18) Der Potentialbegriff. Die Arbeit, die nötig ist, um den Punkt P aus der Lage x in unendliche Entfernung zu bringen, bezeichnet man als **das Potential** des in O befindlichen Punktes m_1 in Bezug auf den Massenpunkt m_2 für die Lage x. Das Potential wird also durch das bis ins Unendliche reichende Arbeitsdiagramm graphisch dargestellt Es ist gleich $\frac{k m_1 m_2}{x}$.

Andere verstehen unter Potential den Ausdruck $-\frac{k m_1 m_2}{x}$, also die Arbeit, die vom anziehenden Punkte an dem beweglichen geleistet wird, um ihn aus unendlicher Entfernung in die Lage x zu bringen.

Dieser Unterschied ist aber hier ohne wesentliche Bedeutung. Wenn hier $+$, statt $-$ genommen wird, so geschieht dies im Anschlufs an Thomson und Tait, lediglich des leichteren Verständnisses wegen.

Man spricht häufig von dem Potentialwerte der in O befindlichen Masse m_1 für irgend einen Punkt des Raumes oder der Ebene, der etwa in der Entfernung r liegen möge. Dabei wird dann angenommen, dafs der freie Massenpunkt die Masse 1 habe, so dafs es sich um $\frac{m_1 \cdot 1}{r}$ oder $\frac{m_1}{r}$ handelt. Zugleich ist dabei $k = 1$ gesetzt. Diesen auf die Einheit von m_2 und auf $k = 1$ reduzierten Wert hat man als die Potentialfunktion im Gegensatze zum oben besprochenen Potential $k\frac{m_1 m_2}{r}$ bezeichnet. Auf diese neue Bezeichnung soll aber hier verzichtet werden. Wo nichts Besonders gesagt wird, wollen wir unter Potential den Ausdruck $\frac{m_1}{r}$ verstehen.

Fig. 10.



19) Graphische Darstellung des Potentials durch die gleichseitige Hyperbel. Man kann das Potential nicht nur durch ein Arbeitsdiagramm, also durch eine Fläche, darstellen, sondern auch durch eine Linie, z. B. durch ein an entsprechender Stelle auf der X-Achse zu errichtendes Lot. Am einfachsten gestaltet sich alles, wenn die in O befindliche Masse selbst den Wert 1 hat, denn dann handelt es sich um das Potential $\frac{1}{r}$. Im Abstande 1 ist dann das Lot 1, im Abstande 2 das Lot $\frac{1}{2}$, im Abstande 3 das Lot $\frac{1}{3}$ zu errichten, im Abstande x das Lot $y = \frac{1}{x}$. Wie dieser Wert konstruiert wird, erkennt man aus Figur 6. Die Endpunkte bilden eine gleichseitige Hyperbel. In folgendem tritt häufig an den Lehrer die Anforderung heran, für eine anziehende Masse m die Werte $\frac{m}{1}, \frac{m}{2}, \frac{m}{3}, \frac{m}{4}, \frac{m}{5}, \cdots$ schnell zu zeichnen. Zu diesem Zwecke konstruiere man sich eine Schablone, ein Kurven-