Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

23) Ein kosmisches Beispiel

konstant bleibt. Also: $T - U = c$, wenn T die Energie, U das Potential bedeutet.

Die von der Anziehung geleistete Arbeit kommt als Energie zum Vorschein, welche diese Arbeit selbst wieder schaffen kann, z. B. als Hebungsarbeit, wenn die Bahn sich wieder nach aufsen lenkt. Bei dem Entfernen tritt also Verlangsamung ein.

Wird dieselbe Niveaufläche mehrfach passiert, so geschieht es stets mit derselben Geschwindigkeit.

Man bezeichnet $m_2 \frac{v^2}{2}$ als kinetische Energie. Entfernt sich der Körper, so setzt sich ein Teil davon über in potentielle Energie, die dem Diagramm $ACDE$ entspricht. Die potentielle Energie ist also aufgesammelte Hebungsarbeit. Kommt der Körper wieder näher an das Centrum, so setzt sich potentielle Energie in kinetische um.

In allen diesen Beziehungen liegt wiederum der wichtige Satz, den man den Satz von der Erhaltung der Arbeit nennt. (Energie, Wucht, auch wohl lebendige Kraft, sind Bezeichnungen für den Ausdruck $m \frac{v^2}{2}$.) Setzt man das Potential gleich $-\frac{m_1 m_2}{r}$, so geht der Satz in die gebräuchlichere Form $T + U = c$ über.

23) Ein kosmisches Beispiel. Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne betrage rund 20 500 000 Meilen, die mittlere Geschwindigkeit 30 000 m. Wie grofs ist die Erdgeschwindigkeit in den verschiedenen Entfernungen von der Sonne?

Aus obiger Gleichung folgt

$$v = \sqrt{v_1^2 + 2 k m_1 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right)} = \sqrt{v_1^2 + \frac{2 k m_1 (r_1 - r)}{r r_1}}.$$

Nun war für die Sonne in Nr. 7 gefunden $\frac{k m_1}{\varrho^2} = 272$, also ist $k m_1 = 272 \cdot \varrho^2 = 272 \cdot (95\,000 \cdot 7500)^2$, denn der Sonnenradius hat 95 000 Meilen Länge. Setzt man die Werte ein, so folgt

$$v = \sqrt{9 \cdot 10^8 + \frac{2 \cdot 272 \cdot (95\,000 \cdot 7500)^2 \, (20\,500\,000 \cdot 7500 - r)}{20\,500\,000 \cdot 7500 \cdot r}}.$$

Für die Sonnennähe z. B. ist $r = \sim 20\,000\,000$ Meilen, also wird

$$v = \sqrt{9 \cdot 10^8 + \frac{2 \cdot 272 \cdot (95\,000 \cdot 7500)^2 \, (20\,500\,000 - 20\,000\,000) \, 7500}{20\,500\,000 \cdot 20\,000\,000 \cdot 7500^2}}.$$

Es folgt 30 750 m Geschwindigkeit. Man kann diesen besonderen Wert leicht mittels des Keplerschen Flächensatzes prüfen, nach dem die verschiedenen Geschwindigkeiten für gleiche Zeiträume gleiche Sektoren geben, so dafs die Geschwindigkeiten umgekehrt proportional dem vom Sonnenmittelpunkte auf die Tangente der Bahn (im Orte des Planeten) gefällten Lote sind. — Ebenso findet man die Geschwindigkeit für die Sonnenferne und für jede beliebige Stelle der Bahn.

Aus dieser Veränderlichkeit der Geschwindigkeiten und Entfernungen ergiebt sich, dafs einer vollen Umdrehung der Erde um ihre Achse (Sterntag) verschiedene Wege entsprechen, ferner ist klar, dafs auch gleiche Wege in der Sonnennähe stärker auf den Unterschied zwischen Stern- und Sonnentag einwirken, als in der Sonnenferne. Der Unterschied ist ein Maximum in der Sonnennähe, ein Minimum in der Sonnenferne. Die Sonnentage sind also länger in der Sonnennähe, als in der Sonnenferne. So ergiebt sich die Notwendigkeit, die Uhren von Tag zu Tag zu korrigieren, oder eine mittlere Zeit einzuführen. Dabei ist der Unterschied zwischen mittlerer und wahrer Zeit die sogenannte Zeitgleichung. Man denkt sich dabei im Laufe des Jahres neben der wirklichen Sonne eine hypothetisch angenommene mittlere Sonne am Himmel sich scheinbar bewegend. Durch Summierung der Unterschiede von Tag zu Tag steigt die Zeitdifferenz der Kulminationen beider Sonnen bis auf 17 Minuten, um dann wieder abzunehmen. (Vgl. Dr. Wislicenus: Astronomische Chronologie. Leipzig bei Teubner 1895.) Unter Sekunde im bürgerlichen Sinne hat man den 86 400ten Teil des mittleren Sonnentags zu verstehen. Die Definition der Zeiteinheit ist also nicht allzuleicht zu geben. Im Grunde hat sie nur eine vorübergehende Geltung, da die Dauer der Erdumdrehung seit Hipparch um etwa $\frac{1}{81}$ Sekunde zugenommen hat und auch die Dauer des Jahres nicht ohne Schwankungen ist.