Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

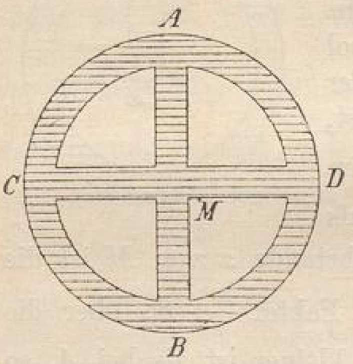
35) Statische Theorie der Ebbe und Flut und das Störungsgesetz

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

nur $\frac{r}{580}$, es handelt sich nicht um 22 242 m, sondern nur um 11 121 m. Man findet demnach auf diesem Wege nur etwa die Hälfte der wirklichen Abplattung. Das Problem ist eben ein ganz anderes als das Problem der Abplattung des flüssig zu denkenden Erdkörpers vom spezifischen Gewichte 5,56. Der sich bildende Äquatorialwulst läfst anziehende Kräfte in Erscheinung treten, die, wie die Potentialtheorie zeigt, für den Rest der Abplattung sorgen.

35) Statische Theorie der Ebbe und Flut und das Störungsgesetz. In ähnlicher Weise kann die Theorie der Ebbe und Flut in Angriff genommen werden. Es handelt sich jetzt um zwei Äquatorialschachte, Fig. 25. Senkrecht über A befinde sich der Mond. Man denke sich ihn und die Erde still gestellt und dann nach Nr. 2 beide einander entgegenfallend. Der Erdmittelpunkt M beginnt seine Bewegung mit der Beschleunigung $g_1 = \frac{0,00276}{81} = 0,00003407$ m. Nun haben aber die Punkte A, M und B Entfernungen vom Monde, die sich verhalten wie 59 : 60 : 61; demnach erhält A die Beschleunigung $g_a = g_1 \cdot \frac{60^2}{59^2}$, B dagegen $g_b = g_1 \cdot \frac{60^2}{61^2}$, d. h. A eilt voraus mit der Beschleunigung $g_a - g_1$, B bleibt zurück mit der Beschleunigung $g_1 - g_b$. Es entsteht sonach sowohl bei A wie bei B eine Verminderung des Wassergewichtes. Angenommen, man dürfte diese gleichmäfsig für die ganze Wassersäule von 3 225 000 t Gewicht annehmen, was nicht der Fall ist, so würde auf jeder Seite eine Erhöhung um etwa 0,3 m Gleichgewicht schaffen, d. h. bei A und B müfste zur Flutzeit das Wasser um 0,3 m höher stehen als bei C und D.

Fig. 25.



Es kam hier nur darauf an, die Entstehung der Flut bei B, die schwieriger zu begreifen ist, klarzustellen, weniger auf die Berechnung, die achtstellige Logarithmentafeln erfordern würde. Sodann wäre der ungefähr halb so grofse Einflufs der Sonnenflut für Voll- und Neumond hinzuzufügen, für die Quadraturen abzuziehen, ferner hätte an die Stelle der statischen Berechnung eine dynamische zu treten, auf die jetzt nicht eingegangen werden soll (Schwingungsbewegung).

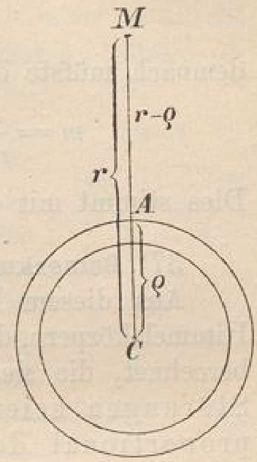
Dasselbe Ergebnis erhält man auch auf dem Wege, dafs man den Erdball um den Schwerpunkt des Erd-Mondsystems in der im Anfange angegebenen Umlaufzeit von etwas mehr als 27 Tagen sich drehen läfst und die Centrifugalkräfte für A, M und B berechnet, was auf entsprechende Unterschiede führt. (Vgl. Nr. 3.)

Wichtiger aber ist folgende Inangriffnahme des Problems.

Die Anziehung des Mondes auf die Masseneinheit bei A ist gleich

$$\frac{km}{MA^2} = \frac{km}{(r-\varrho)^2},$$

Fig. 26.



auf die Masseneinheit bei C dagegen

$$\frac{km}{r^2},$$

die Differenz der Anziehungen also ist

$$km\left[\frac{1}{(r-\varrho)^2} - \frac{1}{r^2}\right].$$

Nun ist, wenn man die Division $\frac{1}{(r-\varrho)^2}$ durchführt, der Quotient gleich $\frac{1}{r^2} + \frac{2\varrho}{r^3} + \frac{3\varrho^2}{r^4} + \cdots$, also jene Differenz gleich

$$km\left[\frac{1}{r^2} + \frac{2\varrho}{r^3} + \frac{3\varrho^2}{r^4} + \cdots - \frac{1}{r^2}\right] = km\left[\frac{2\varrho}{r^3} + \frac{3\varrho^2}{r^4} + \frac{4\varrho^3}{r^5} + \cdots\right]$$

$$= \frac{2\varrho km}{r^3}\left[1 + \frac{3\varrho}{2r} + \frac{4\varrho^2}{2r^2} + \cdots\right].$$

In der Klammer ist $\frac{3\varrho}{2r} = \frac{3\cdot 860}{2\cdot 50000} = 0{,}0025$, man macht also nur einen Fehler von $\frac{1}{4}$ Procent, wenn man das Glied weg läfst. Die übrigen fallen, da die Reihe stark konvergiert, so schwach ins Gewicht, dafs man sie erst recht vernachlässigen kann. Berücksichtigt man also nur das erste Glied, so ist die Differenz umgekehrt proportional der dritten Potenz der Mondentfernung r. Handelt es sich um Sonne und Erde, so würde $\frac{3\varrho}{2r} = \frac{3\cdot 860}{2\cdot 20000000}$ sein, so dafs der Fehler der Vernachlässigung dieses Gliedes sogar nur 0,0000645 betragen würde. Jedenfalls darf man sagen, der Einflufs eines Weltkörpers auf die Ebbe und Flut eines anderen sei angenähert proportional der Gröfse $\frac{\varrho m}{r^2}$, wo ϱ der Radius des letzteren Körpers ist, während m die Masse und r den Radius des ersten bedeutet.

36) Berechnung der Mondmasse aus der Fluterscheinung.

Nun haben sowohl Mond, als auch Sonne einen Anteil an der Ebbe und Flut. Angenommen, man beobachtet durchschnittlich zur Zeit des Neu- und Vollmondes die Flut 1,45 im Gegensatz zur