Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

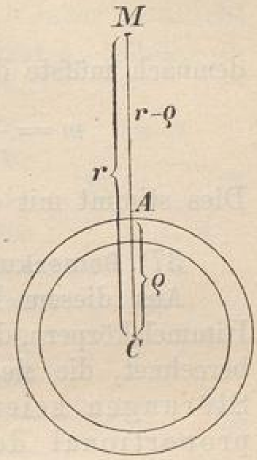
36) Berechnung der Mondmasse aus der Fluterscheinung

Wichtiger aber ist folgende Inangriffnahme des Problems.

Die Anziehung des Mondes auf die Masseneinheit bei A ist gleich

$$\frac{km}{MA^2} = \frac{km}{(r-\varrho)^2},$$

Fig. 26.



auf die Masseneinheit bei C dagegen

$$\frac{km}{r^2},$$

die Differenz der Anziehungen also ist

$$km\left[\frac{1}{(r-\varrho)^2} - \frac{1}{r^2}\right].$$

Nun ist, wenn man die Division $\frac{1}{(r-\varrho)^2}$ durchführt, der Quotient gleich $\frac{1}{r^2} + \frac{2\varrho}{r^3} + \frac{3\varrho^2}{r^4} + \cdots$, also jene Differenz gleich

$$km\left[\frac{1}{r^2} + \frac{2\varrho}{r^3} + \frac{3\varrho^2}{r^4} + \cdots - \frac{1}{r^2}\right] = km\left[\frac{2\varrho}{r^3} + \frac{3\varrho^2}{r^4} + \frac{4\varrho^3}{r^5} + \cdots\right]$$

$$= \frac{2\varrho km}{r^3}\left[1 + \frac{3\varrho}{2r} + \frac{4\varrho^2}{2r^2} + \cdots\right].$$

In der Klammer ist $\frac{3\varrho}{2r} = \frac{3\cdot 860}{2\cdot 50000} = 0{,}0025$, man macht also nur einen Fehler von $\frac{1}{4}$ Procent, wenn man das Glied weg läfst. Die übrigen fallen, da die Reihe stark konvergiert, so schwach ins Gewicht, dafs man sie erst recht vernachlässigen kann. Berücksichtigt man also nur das erste Glied, so ist die Differenz umgekehrt proportional der dritten Potenz der Mondentfernung r. Handelt es sich um Sonne und Erde, so würde $\frac{3\varrho}{2r} = \frac{3\cdot 860}{2\cdot 20000000}$ sein, so dafs der Fehler der Vernachlässigung dieses Gliedes sogar nur 0,0000645 betragen würde. Jedenfalls darf man sagen, der Einflufs eines Weltkörpers auf die Ebbe und Flut eines anderen sei angenähert proportional der Gröfse $\frac{\varrho m}{r^2}$, wo ϱ der Radius des letzteren Körpers ist, während m die Masse und r den Radius des ersten bedeutet.

36) Berechnung der Mondmasse aus der Fluterscheinung.

Nun haben sowohl Mond, als auch Sonne einen Anteil an der Ebbe und Flut. Angenommen, man beobachtet durchschnittlich zur Zeit des Neu- und Vollmondes die Flut 1,45 im Gegensatz zur

Normalflut 1, zur Zeit der Quadraturen etwa 0,55, so daſs der Einfluſs der Sonne einmal mit 0,45 hinzuaddiert, einmal mit etwa ebenso viel abgezogen erscheint, so würde folgende Proportion gelten:

$$\frac{m}{r^3} : \frac{m_1}{r_1^3} = 1 : 0{,}45,$$

demnach müſste die Mondmasse sein

$$m = \frac{r^3 m_1}{r_1^3 0{,}45} = \frac{1^3}{400^3} \cdot \frac{355\,000}{0{,}45} = \sim \frac{1}{81} \text{ der Erdmasse.}$$

Dies stimmt mit den Angaben der Astronomen überein.

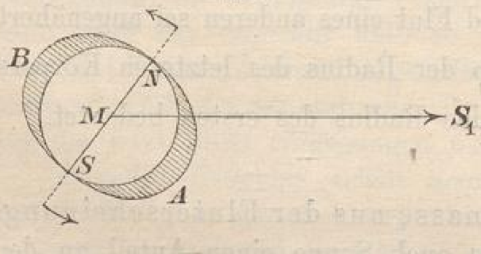
37) **Bemerkungen.**

Aus diesem Beispiele erkennt man, wie man die Massen von Himmelskörpern, die selbst keine Trabanten haben, aus den „Störungen" berechnet, die sie verursachen. Dabei wird stets angenommen, die Störungen seien proportional den Massen und umgekehrt proportional den dritten Potenzen der Entfernungen der störenden Körper. (Ähnliches zeigt sich bei den Influenzproblemen der Elektrostatik.)

Zugleich wird man daraus schlieſsen, daſs die Mondflut auf der Rückseite der Erde etwas schwächer ist, als auf der vorher betrachteten Seite, ganz schwach aber in der Nähe der Pole. Die gewaltigsten Fluten hat man zu erwarten, wenn zusammenfallen Erdnähe der Sonne und des Mondes und Voll- oder Neumond, besonders, wenn die Windrichtung die Erscheinung begünstigt. (Wichtig ist auch der Durchgang des Mondes durch den Äquator.)

Manche Meteorologen haben dies auf die atmosphärische Ebbe und Flut übertragen und daraus bezüglich des Wetters auf kritische Tage erster Ordnung und ihre Vorhersagung geschlossen, was von den bekannten Miſserfolgen begleitet war. Weit wichtiger ist, daſs wir aus den Zeichnungen der selbstregistrierenden Flutmesser den Anteil der Sonne und des Mondes an der Gesamterscheinung schlieſslich derart genau zu scheiden imstande sind, daſs man die Mondmasse mit gröſster Genauigkeit angeben kann.

Fig. 27.



Ob diese Kenntnis so besonders wichtig ist, wird die folgende Betrachtung zeigen.

38) Präcession der Äquinoktien. Die Figur stelle die Erde als abgeplatteten Körper in der Sommerstellung dar. Bei S_1 befinde sich die Sonne. Der äquatoriale