



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung**

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1898**

40) Verlangsamung der Erddrehung

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

ist dafür die Stellung  $N_1, S_1, A_1, B_1$  zu setzen, wobei  $K$  nach  $K_1 (L)$ ,  $L$  nach  $L_1 (K)$  gerückt ist. Der Knoten  $K$  wandert also, dem Pfeile entsprechend, über die Mittellage  $K_m$  nach  $K_1$ ,  $L$  über  $L_m$  nach  $L_1$ . Ein schiefgestellter Kreisel macht mit der Achse  $MN$  dieselben Bewegungen.

Man vergleiche hierzu Klein und Sommerfeld: Theorie des Kreisels. Leipzig bei Teubner.

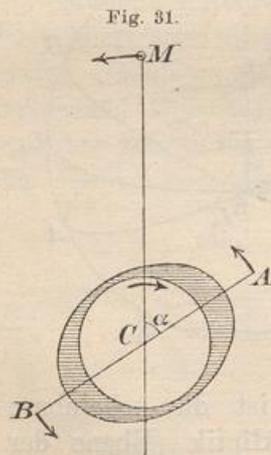
### 39) Nutation der Erdachse.

Nun wirkt aber der Mond ebenfalls auf die beiden Wulste verschieden stark, und nach dem Störungsgesetze wird seine Einwirkung zu der der Sonne etwa im Verhältnis  $1:0,4$  stehen, wie bei der Ebbe und Flut. Da nun seine Einwirkung und die der Sonne in der Regel nicht in dieselbe Ebene fallen, will er die Achse anders drehen. Seine Einwirkung hat, da die Umwälzung der Knoten seiner

Bahn  $18\frac{1}{2}$  Jahre dauert, eine ebenso lange Periode. So kommt es, daß der Nordpol am Himmel in 26 000 Jahren nicht einen einfachen Kreis, sondern eine Art cyklischer Kurve zurücklegt, wie sie in der Figur angedeutet ist. Nur ist zu berücksichtigen, daß die Zahl der Windungen  $\frac{26000}{18\frac{1}{2}} = 1514$  für den vollen Umlauf betragen müßte, und

daß ihr seitlicher Durchmesser nur  $9'',25$  beträgt.

Aber auch der Jupiter und andere Planeten wirken störend auf die Erdachse ein, so daß das Problem ihrer Schwankungen ein sehr kompliziertes ist. Übrigens hat Laplace bewiesen, daß diese Störungen durch das Vorhandensein des beweglichen Ozeans nicht beeinflusst werden.



### 40) Verlangsamung der Erddrehung.

Fig. 31 stellt die äquatoriale Fluterscheinung dar, während der Mond scheinbar in der Richtung seines Pfeiles wandert (die Erde entgegengesetzt dreht). Die Fluterscheinung „schleppt etwas nach“, d. h. sie hat ihren Gipfel einige Stunden nach der Kulmination des Mondes, was durch den Winkel  $\alpha$  angedeutet ist. Der Mond wirkt auf den Wulst bei  $A$  und  $B$  verschieden, und zwar, ähnlich wie bei der Präzessionserscheinung die Sonne, so, daß auf die Gerade  $AB$  ein Kräftepaar wirkt, welches der Erddrehung entgegengesetzt ist. Dieses wirkt zwar zunächst nur auf das Wasser ein, dem es eine schwache Ost-West-Strömung verleiht, durch Reibung

und Auftreffen auf die Kontinente aber wirkt diese Erscheinung doch hemmend auf die Erddrehung ein. Nach Berechnungen englischer Astronomen hat sich seit Hipparch den Sterntag um  $\frac{1}{81}$  Sekunde verlängert. Dies macht allerdings auf das Jahr nur gegen 4 Sekunden, auf das Jahrhundert also etwa  $\frac{1}{9}$  Stunde aus, veranlaßt aber beim Rückwärtsberechnen der Sonnen- und Mondfinsternisse erhebliche Unterschiede. So gering dieser Unterschied ist, so groß ist der Einfluss, wenn man ihn in technischen Maßen berechnet, denn in solchen ausgedrückt, ist die Energie der sich drehenden Erde von außerordentlicher Größe, nämlich  $28\,388 \cdot 10^{21}$  Metertonnen =  $28\,388 \cdot 10^{24}$  mkg. Der Energieverlust seit Hipparch beträgt also  $81\,349 \cdot 10^{17}$  mkg. Nach 7 Millionen Jahren würde bei fortgesetztem gleich großem Verluste die Drehungs-Energie erschöpft sein. Sekundlich gehen  $12\,918 \cdot 10^7$  mkg verloren, was  $17\,225 \cdot 10^5$  Pferdestärken bedeutet, mit denen der Mond langsam aber sicher der Umdrehung der Erde entgegenarbeitet. (Vgl. Ing. Math. Band I. Seite 124.)

Wer sich für die Rückwärtsberechnungen der Sonnen- und Mondfinsternisse und ihre Bedeutung für die Festlegung weltgeschichtlicher Ereignisse interessiert, sei wieder auf die Astronomische Chronologie von Dr. Wislicenus, Leipzig bei Teubner, 1895, aufmerksam gemacht.

Nachdem so auf einige interessante Anwendungen der Potentialtheorie hingewiesen ist, kehren wir zur Kugelschale, Vollkugel und Hohlkugel zurück und stellen ihre Gravitations- und Potentialkurven für den ganzen Raum fest.

41) **Aufgabe.** Das Potential einer homogenen Kugelschale von der Dichte 1 für alle Punkte des Raumes zu untersuchen.

**Auflösung.** Die Massenbelegung für die Flächeneinheit sei gleich eins, der angezogene Massenpunkt habe ebenfalls die Masse eins. Dann ist für äußere Punkte, wenn  $\varrho$  der Halbmesser der Kugel,  $x$  der Abstand vom Mittelpunkt  $M$  ist, die Anziehung  $\frac{4e^2\pi}{x^2}$ , die Arbeit von der Stelle  $x$  bis ins Unendliche hat also nach Nr. 17 den Betrag

