



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

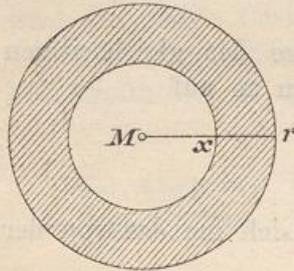
44) Selbstpotential der homogenen Vollkugel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

Für wirkliche Verhältnisse ist die Gravitationskonstante als Faktor beizufügen und im übrigen wie vorher zu rechnen.

44) **Aufgabe.** Das Selbstpotential der homogenen Kugel zu bestimmen. [Es handelt sich darum, die Arbeit zu berechnen, die nötig ist, um die einzelnen konzentrischen Schichten der Kugel der Reihe nach abzutragen und in unendliche Entfernung zu bringen.]

Fig. 37.



Auflösung. Angenommen, die Abtragung bis x , Fig. 37, sei schon erfolgt, dann ist nur noch eine Kugel vom Radius x übrig, bei der die Arbeit $\frac{4}{3} x^2 \pi$ erforderlich ist, um die Masseneinheit ins Unendliche zu entfernen. Die konzentrische Schicht $4x^2\pi$ (von der beliebig klein zu denkenden Dicke eins)

erfordert also die Arbeit

$$\frac{4}{3} x^2 \pi \cdot 4 x^2 \pi = \frac{16}{3} x^4 \pi^2.$$

Handelt es sich aber für diese konzentrische Schicht um den Ausdruck

$$q_x = \frac{16 \pi^2}{3} x^4,$$

so ist für die ganze Kugel von 0 bis r nach der Schichtenformel der Ausdruck

$$\frac{16 \pi^2}{3} \cdot \frac{r^5}{5}$$

zu nehmen. Das Selbstpotential hat also den Wert $\frac{16 \pi^2 \cdot r^5}{15}$. Führt man die Masse $m = \frac{4}{3} r^3 \pi$ ein, so handelt es sich zugleich um $\frac{3}{5} \frac{m^2}{r}$.

Genau ebenso viel Anziehungsarbeit wird geleistet, wenn der Körper durch allmähliches Zusammenstürzen oder Zusammenziehen kosmischer Massen entsteht, die ursprünglich über den unendlichen Raum verbreitet waren oder wenigstens einen sehr großen Raum einnahmen.

45) **Aufgabe.** Für alle Massenpunkte der homogenen Kugel die Potentialwerte zu bestimmen und ihre Summe zu bilden.

Auflösung. An der Stelle x im Innern ist nach einer früheren Aufgabe das Potential der Kugel in Bezug auf die Masseneinheit

$$2 \pi \left(r^2 - \frac{x^2}{3} \right),$$