



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

50) Das Potential der Kugel bei regelmässig zunehmender Dichte für alle Raumpunkte

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

50) **Aufgabe.** Das Potential dieser Kugel für alle Raumpunkte zu finden.

Auflösung. Hebung im Schachte erfordert von M bis y , weil

$$\frac{\pi}{3r}[4p_u r y - 3(p_u - p_o)y^2]$$

die Anziehung bei y ist, die Arbeit

$$1) \quad \frac{\pi}{3r}[4p_u r \frac{y^2}{2} - 3(p_u - p_o)\frac{y^3}{3}] = \frac{\pi}{3r}[2p_u r y^2 - (p_u - p_o)y^3].$$

Also: Hebung bis r erfordert

$$2) \quad \frac{\pi r^3}{3r}[2p_u - (p_u - p_o)] = \frac{\pi r^2}{3}[p_u + p_o] = \frac{\pi r^2}{3} 17,4.$$

Hebung von r bis ∞ erfordert

$$3) \quad \frac{m_1}{r} = 5,6 \cdot \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi}{r} = 5,6 \cdot \frac{4}{3} r^2 \pi = \frac{22,4}{3} r^2 \pi.$$

Folglich ist das Potential im Innern bei Abstand y gleich $2) + 3) - 1)$ oder

$$\begin{aligned} & \frac{r^2 \pi}{3}(17,4 + 22,4) - \frac{\pi}{3r}[2p_u r y^2 - (p_u - p_o)y^3] \\ & = \frac{r^2 \pi}{3} 39,8 - \frac{\pi y^2}{3r}[29,8r - 12,4 \cdot y]. \end{aligned}$$

Das Potential für äußere Punkte in Entfernung ϱ ist gleich

$$\frac{m_1}{\varrho} = \frac{22,4 r^3 \pi}{3 \varrho}.$$

Damit ist auch diese Aufgabe vollständig erledigt.

In ähnlicher Weise würde man zu rechnen haben, wenn man für die Dichte im Centrum der Erde den Wert 12 oder überhaupt das von Laplace für die Zunahme der Dichte nach der Mitte hin aufgestellte Gesetz zu Grunde legen wollte. Alle Berechnungen dieser Art können also mit elementaren Hilfsmitteln erledigt werden.