Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

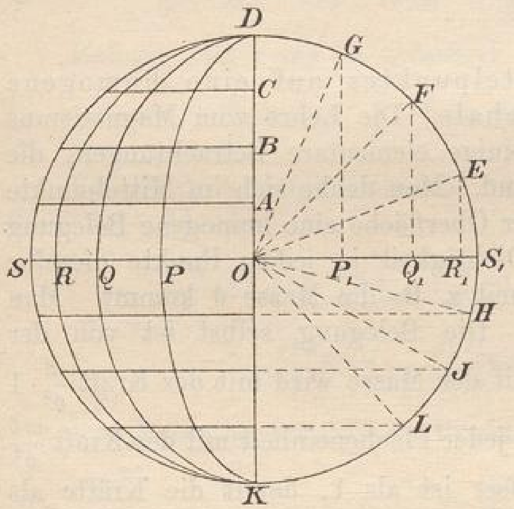
Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

52) Einteilung der Kugelfläche in gleiche Felder

52) Einteilung der Kugelfläche in gleiche Felder. In der Elektrizitätslehre ist es für die Faradaysche Auffassung von Wichtigkeit, die Kugelfläche in gleiche Felder einzuteilen. Dies geschieht am bequemsten so, dafs man eine Achse, z. B. DK in gleiche Teile einteilt und durch die Teilpunkte Normalschnitte legt, die auf der Fläche die sogenannten Parallelkreise geben. Die Zonen haben sämtlich dieselbe Fläche, nämlich, wenn n die Anzahl der Teile der Achse d ist, die Fläche $\frac{2r\pi d}{n} = \frac{4r^2\pi}{n}$. Die Einteilung ist also eine andere als die beim Globus gebräuchliche, wie sie in Fig. 41 dargestellt ist. Sodann führt man Meridian-Schnitte, die unter gleichen Winkeln aufeinander folgen. Ihre Verzeichnung im Aufrifs kann erfolgen, indem man den Quadranten $\widehat{DS_1}$ in gleiche Teile teilt, von den Teilpunkten aus Lote GP_1, FQ_1, ER_1 auf den horizontalen Durchmesser fällt, die symmetrischen Punkte P, Q, R, S zu den Fufspunkten bildet und durch jedes Paar und die Pole, z. B. durch P, P_1, K und D die entsprechenden Ellipsen legt. Bei vollständiger Zeichnung würde es sich in der Figur um $8 \cdot 16 = 128$ Teile handeln. Für den Radius 1 hätte also jedes „Rechteck" der Kugelfläche den Inhalt $F = \frac{4\pi}{128}$. Hätte man doppelt so grofse Teilzahlen genommen, so würde man $4 \cdot 128 = 512$ Teile erhalten haben. DK heifst die Achse der Einteilung.

Fig. 40.

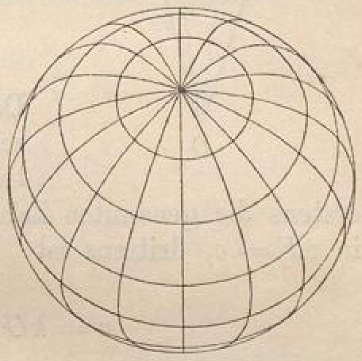


Die Neigungen der Radien OS_1, OE, OF, OG und OD folgen allgemeiner einer arithmetischen Reihe $0, \frac{\pi}{2n}, 2\frac{\pi}{2n}, 3\frac{\pi}{2n}, \ldots, n\frac{\pi}{2n}$. Die Radien OS_1, OH, OJ, OL, OK dagegen folgen so aufeinander, dafs die Cosinus ihrer Abweichungen gegen OK eine arithmetische Reihe $0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \ldots, \frac{n}{n}$ bilden. Auf das letztere kommen wir noch einmal zurück.

Verbindet man jeden Schnittpunkt auf der Oberfläche mit dem Kugelcentrum O, so erhält man im ersten Falle 128, im zweiten 512 Pyramiden. Je gröfser die Teilzahl genommen wird, um so mehr darf man ihre Grundflächen als eben betrachten. Ist die Grundfläche der 128., bezw. der 512. Teil der Oberfläche 4π, so sagt man, der körperliche Winkel der Pyramide sei von der Gröſse $\frac{4\pi}{128}$ bezw. $\frac{4\pi}{512}$. Trotz des verschiedenen Aussehens haben sämtliche Pyramiden denselben körperlichen Winkel.

53) Kraftfluſs und Kraftröhren, Geschwindigkeitspotential. Die neuere Physik betrachtet die elektrischen Anziehungen nicht als momentan in Wirksamkeit tretende Fernwirkungen, sondern als zeitlich von Molekül auf Molekül sich fortpflanzende Wirkungen. Für die obige Centralmasse war pO eine konstante Gröſse, die stets gleich $\frac{m}{r^2} 4r^2\pi = 4\pi m$ ist. Dieses konstante Produkt aus Einheitskraft und Oberfläche bezeichnet Faraday als den vom Centrum ausgehenden Kraftfluſs. Beschränkt man die Betrachtung auf eine der besprochenen Pyramiden, so ist die Gröſse des Kraftflusses für diese gleich der Konstanten pF. Jede dieser Pyramiden wird als eine Kraftröhre bezeichnet. Der Kraftfluſs geschieht in ihr in ähnlicher Weise, als ob eine inkompressible Flüssigkeit von O nach dem Felde der Kugeloberfläche oder von dort aus zurückflösse.

Fig. 41.



Man kann sich die Kraftröhre in Zellen eingeteilt denken. Tritt in jede Zelle ebenso viel Kraftfluſs bezw. Flüssigkeit ein, wie aus, so setzen Faraday und Maxwell ihren Kraftfluſs gleich Null, Poisson dagegen hat den Kraftfluſs als Spannung der Zelle bezeichnet. Darüber wird später ausführlicher gesprochen werden. Die Mittellinien der Kraftröhren werden häufig als Kraftlinien bezeichnet.

Um ein klares Bild zu erhalten, denke man sich in einer solchen Kraftröhre eine inkompressible Flüssigkeit, bei O eine Öffnung, aus der sie ausflieſst, während von oben her der Verlust durch Nachfüllen kontinuierlich ersetzt wird. Dann ist die Geschwindigkeit an jeder Stelle wie groſs? Da durch jeden Querschnitt $F_1, F_2, F_3 \ldots$ in der Zeiteinheit dieselbe Menge flieſst, verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Quadrate der Radien. Ist also v für den Radius 1 gleich 1, so ist es für den Radius r gleich $\frac{1}{r^2}$. Dies entspricht ganz der anziehenden Wirkung einer Masse 1 auf die Masseneinheit, die in Entfernung r