



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung**

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1898**

53) Kraftfluss, Kraftröhren, Geschwindigkeitspotential

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

der 128., bzw. der 512. Teil der Oberfläche  $4\pi$ , so sagt man, der körperliche Winkel der Pyramide sei von der Gröfse  $\frac{4\pi}{128}$  bzw.  $\frac{4\pi}{512}$ . Trotz des verschiedenen Aussehens haben sämtliche Pyramiden denselben körperlichen Winkel.

53) Kraftfluß und Kraftröhren, Geschwindigkeitspotential. Die neuere Physik betrachtet die elektrischen Anziehungen nicht als momentan in Wirksamkeit tretende Fernwirkungen, sondern als zeitlich von Molekül auf Molekül sich fortpflanzende Wirkungen. Für die obige Centralmasse war  $pO$  eine konstante Gröfse, die stets gleich  $\frac{m}{r^2} 4r^2\pi = 4\pi m$  ist. Dieses konstante Produkt aus Einheitskraft und Oberfläche bezeichnet Faraday als den vom Centrum ausgehenden Kraftfluß. Beschränkt man die Betrachtung auf eine der besprochenen Pyramiden, so ist die Gröfse des Kraftflusses für diese gleich der Konstanten  $pF$ . Jede dieser Pyramiden wird als eine Kraftröhre bezeichnet. Der Kraftfluß geschieht in ihr in ähnlicher Weise, als ob eine inkompressible Flüssigkeit von  $O$  nach dem Felde der Kugeloberfläche oder von dort aus zurückflösse.

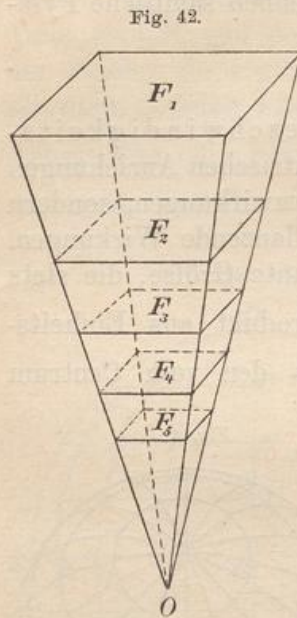
Man kann sich die Kraftröhre in Zellen eingeteilt denken. Tritt in jede Zelle ebenso viel Kraftfluß bzw. Flüssigkeit ein, wie aus, so setzen Faraday und Maxwell ihren Kraftfluß gleich Null, Poisson dagegen hat den Kraftfluß als Spannung der Zelle bezeichnet. Darüber wird später ausführlicher gesprochen werden. Die Mittellinien der Kraftröhren werden häufig als Kraftlinien bezeichnet.

Um ein klares Bild zu erhalten, denke man sich in einer solchen Kraftröhre eine inkompressible Flüssigkeit, bei  $O$  eine Öffnung, aus der sie ausfließt, während von oben her der Verlust durch Nachfüllen kontinuierlich ersetzt wird. Dann ist die Geschwindigkeit an jeder Stelle wie groß? Da durch jeden Querschnitt  $F_1, F_2, F_3 \dots$  in der Zeiteinheit dieselbe Menge fließt, verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Quadrate der Radien. Ist also  $v$  für den Radius 1 gleich 1, so ist es für den Radius  $r$  gleich  $\frac{1}{r^2}$ . Dies entspricht ganz der anziehenden Wirkung einer Masse 1 auf die Masseneinheit, die in Entfernung  $r$

Fig. 41.



ebenfalls gleich  $\frac{1}{r^2}$  ist. Dasselbe gilt von der entgegengesetzten Bewegung. Vergl. Fig. 42.



Nun waren nach Nr. 18 die Abstände  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \dots$  solche, für welche die Potentialwerte der Reihe nach gleich 1, 2, 3, 4, 5 ... sind, also in arithmetischer Reihe aufeinander folgen. Die Anziehungen aber waren der Reihe nach gleich 1, 4, 9, 16, 25 ... An jeder Stelle ist  $p \cdot F = c$ , denn

$$p_1 : p_2 = F_2 : F_1 = r_2^2 : r_1^2 = \frac{1}{r_2^2} : \frac{1}{r_1^2}.$$

An jeder Stelle ist ferner nach Nr. 17  $p$  gleich bzw. proportional dem Potentialgefälle  $G$ , denn

$$p = kG = k \frac{V_2 - V_1}{w} = km \frac{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}}{r_1 - r_2}.$$

Da nun  $p$  und  $v$  in beiden Problemen demselben Gesetze folgen, also einander proportional sind, so gelten für die Strömung

erstens die genannten Zahlenverhältnisse, zweitens geht  $pF = c$  über in  $vF = c$ , drittens ist

$$v = kG = k \frac{V_2 - V_1}{w} = km \frac{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}}{r_1 - r_2}.$$

Jetzt ist  $k$  irgend eine Konstante, von der, wie aus der letzten Formel hervorgeht, die Geschwindigkeit abhängig ist. Man kann sie als einen Leitungskoeffizienten oder eine Widerstandskonstante auffassen.

Da aus der Potentialdifferenz jetzt nicht eine Kraft, sondern eine Geschwindigkeit abgeleitet wird, hat das Potential nicht mehr die Bedeutung einer Kraftfunktion, sondern die einer Geschwindigkeitsfunktion. Helmholtz hat dafür den Namen Geschwindigkeitspotential eingeführt.

Vorher war, wenn man  $k = 1$  gesetzt hatte,

$$V_2 - V_1 = pw = \text{Arbeit} = \text{Kraft mal Kraftweg},$$

jetzt ist

$$V_2 - V_1 = v \cdot w = \text{Geschwindigkeit mal Geschwindigkeitsweg}.$$

Die kleine Potentialdifferenz bedeutet also jetzt das Produkt aus der kleinen Verschiebung und der (mittleren) Geschwindigkeit, mit der sie zurückgelegt wird.

Bei einem längeren Wege handelte es sich früher um die Summe von Arbeiten, d. h. um  $\Sigma pw$ , hier um die Summe der Produkte aus den kleinen Verschiebungen und den zugehörigen Geschwindigkeiten, also um  $\Sigma vw$ .

Eine solche Flüssigkeit ist allerdings nur eine gedachte, ideale. Ihre Eigenschaften können erst später, bei den allgemeinen Problemen, dargestellt werden. Aber die Einführung des Begriffes Geschwindigkeitspotential gestattet eine kurze Ausdrucksweise, ohne dabei über die Natur des betreffenden Fluidums (Wärme, Elektrizität) irgend welche hypothetischen Voraussetzungen zu beanspruchen. Helmholtz bezeichnet die Kraftströme als Stromfäden, jede ihn begrenzende Kraftlinie als Stromlinie.

Helmholtz hätte ebenso gut eine elastische Flüssigkeit von konstanter Geschwindigkeit und veränderlicher Dichte betrachten können, die nach den entsprechenden Gesetzen in den Kraftströmen fließt. Soll eine solche Strömung stationär sein, so müssen die Dichtigkeiten  $\delta$  sich umgekehrt wie die Querschnitte verhalten, also

$$\delta_1 : \delta_2 = F_2 : F_1 = r_2^2 : r_1^2 = \frac{1}{r_1^2} : \frac{1}{r_2^2},$$

und

$$\delta = kG = k \frac{V_2 - V_1}{w} = km \frac{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}}{r_1 - r_2}.$$

Jetzt würde ( $k = 1$  gesetzt)

$$V_2 - V_1 = \delta w$$

sein, d. h. die Potentialdifferenz gleich dem Produkte aus der kleinen Verschiebung und der zugehörigen (mittleren) Dichte. Das Potential wäre analog als Dichtigkeitspotential zu bezeichnen.

Nimmt man in irgend einem Material konstante Geschwindigkeit eines elektrischen Fluidums an, so entspricht die obige Annahme ganz ebenso dem Ohmschen Gesetze für die elektrische Strömung in einem Drahte von veränderlichem Querschnitte  $F$ , wie die des Helmholtzschen Fluidums.

#### 54) Das Ohmsche Gesetz.

In homogenen Drähten von überall gleichem Querschnitte handelt es sich für gleiche Abstände um gleiche Potentialdifferenzen. Die Potentialdifferenz längs einer Strecke ist nämlich die mechanische Arbeit, die der stationäre Strom nötig hat, um die Elektrizitätsmenge 1 durch die Widerstände, welche diese Strecke bietet, hindurchzuführen. Ist die Potentialdifferenz gleich 1, die Länge gleich 1 und der Querschnitt gleich 1, so dauert es, je nach dem Material des Drahtes, eine