Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

55) Stationäre Wärmeströmung

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

$$\delta = k_1 m \frac{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}{r_2 - r_1} = k_1 G.$$

[Ist r unendlich grofs, so giebt eine endliche Verschiebung e die Anziehungsdifferenz

$$\frac{m}{(r+e)^2} - \frac{m}{r^2} = \frac{m}{r^2}\left[\frac{1}{\left(1+\frac{e}{r}\right)^2} - 1\right],$$

was gleich Null ist, sobald $\frac{e}{r}$ unendlich klein wird. Ist aber die Anziehung überall dieselbe, so ist das Arbeitsdiagramm ein Rechteck, gleichen Strecken also entsprechen gleiche Potentialdifferenzen, und dies entspricht dem Ohmschen Gesetze, d. h. die Bewegung im Drahte überall gleichen Querschnitts ist ein besonderer Fall der obigen Strömung, nur ist der Draht unendlich lang zu denken].

Beiläufig sei bemerkt, dafs nach obiger Definition die Potentialdifferenz in einem Drahte von Länge l die auf die elektrische Menge 1 reduzierte Stromarbeit (Überwinden von Widerständen) war, dafs also

$$\text{Potentialdifferenz} = \frac{\text{Stromarbeit}}{\text{Elektrizitätsmenge}}.$$

Daraus folgt

$$\text{Potentialdifferenz} = \frac{\text{Stromarbeit pro Sekunde}}{\text{Elektrizitätsmenge pro Sekunde}} = \frac{L}{I}.$$

Nach obigem aber war zugleich

$$V_2 - V_1 = I \cdot \left(\varrho \frac{l}{F}\right) = IW$$

d. h. Potentialdifferenz gleich Stromstärke mal wirklicher Widerstand, d. h. z. B. Anzahl der Volt gleich Anzahl der Ampère mal Anzahl der Ohm. Daraus folgt $IW = \frac{L}{I}$ oder $L = WI^2$. Näheres darüber ist im Anhange gezeigt, wo es sich um die elektrischen Einheiten handelt.

55) Ähnlich ist es mit den stationären Strömen der Wärme, nur treten hier an Stelle der Potentialdifferenzen Temperaturunterschiede, an Stelle der hypothetischen Elektrizitätsmengen Wärmemengen. Weil in jede Zelle ebensoviel Wärme einströmt, wie aus ihr ausströmt, so bleibt die Temperatur an jeder Stelle konstant. An Stelle der durch den Querschnitt strömenden Elektrizitätsmenge $I = \lambda F \frac{V_2 - V_1}{l} = \lambda F G$ tritt jetzt die hypothetische Wärmemenge $I = kF \frac{T_2 - T_1}{l} = kFG$. Darauf soll jetzt nicht näher eingegangen werden. Die Betrachtungen würden fast wörtlich dieselben sein.

Haben nun die Kraftröhren sämtlich denselben körperlichen Winkel, so fliefst in allen (unter gleichen Umständen) dieselbe Flüfsigkeitsmenge, bei dem Anziehungsprobleme dagegen ist in allen pF dieselbe Konstante. Sie sind also potentiell gleichwertig.

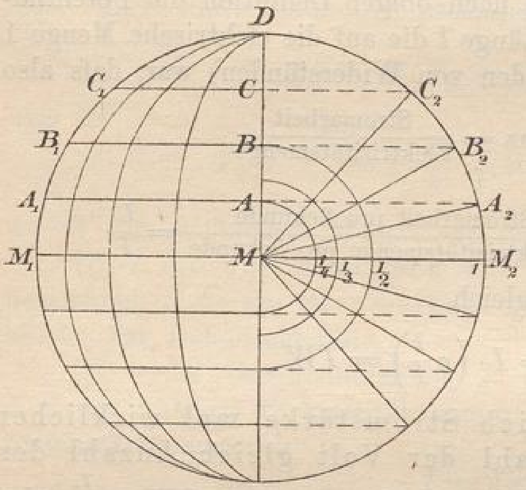
56) Zelleneinteilung des Raumes. Legt man nun um O koncentrische Kugeln, deren Radienunterschiede gleichen Potentialdifferenzen entsprechen, also z. B. mit den aus Fig. 10 zu entnehmenden Radien

$$\frac{m}{0} = \infty, \frac{m}{1}, \frac{m}{2}, \frac{m}{3}, \frac{m}{4}, \frac{m}{5}, \ldots,$$

so wird der Raum in rechteckige Zellen eingeteilt, die ebenfalls potentiell gleichwertig sind. Die genannte Reihe entspricht bei Masse $m = 1$ oder elektrischer Ladung 1 den Potentialwerten

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$$

Fig. 43.



In der Zeichnung bedeutet die linke Hälfte die Ansicht der Einheitskugel von aufsen, die rechte den Schnitt in der Ebene der Zeichnung. Man beachte dabei, dafs die Längen MA, MB, MC und MD die Cosinus der Poldistanzen $\widehat{DA_1}$, $\widehat{DB_1}$, $\widehat{DC_1}$ und o sind, die also in gleichen Intervallen aufeinander folgen, so dafs die Cosinus der Poldistanzen bei dieser Einteilung ebenso, wie die umgekehrten Werte der Radien eine arithmetische Reihe bilden. Dasselbe gilt von den Meridianen, deren Abweichungen, wie die geographischen Längen, von einem Meridian Null aus zu messen sind.

Diese graphischen Darstellungen des Potentialzustandes im „elektrischen" oder „magnetischen Felde" geben nun vereinfachte Anschauungen. Zunächst aber sei ein Vergleich für verschiedene elektrische Ladungen gemacht.

57) Anzahl der Kraftlinien für verschiedene Ladungen. Ein Konduktor vom Radius 1 erhalte die Ladung von 12, ein anderer von gleichem Radius die Ladung von 48 elektrischen Einheiten. Teilt man die Oberfläche des einen wie vorher in 128 gleiche