



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung**

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1898**

57) Anzahl der Kraftlinien für verschiedene Ladungen

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

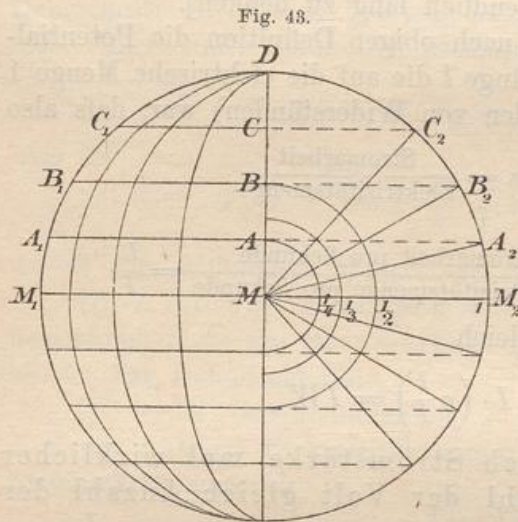
Haben nun die Kraftströme sämtlich denselben körperlichen Winkel, so fließt in allen (unter gleichen Umständen) dieselbe Flüssigkeitsmenge, bei dem Anziehungsprobleme dagegen ist in allen  $pF$  dieselbe Konstante. Sie sind also potentiell gleichwertig.

56) Zelleneinteilung des Raumes. Legt man nun um  $O$  konzentrische Kugeln, deren Radienunterschiede gleichen Potentialdifferenzen entsprechen, also z. B. mit den aus Fig. 10 zu entnehmenden Radien

$$\frac{m}{0} = \infty, \frac{m}{1}, \frac{m}{2}, \frac{m}{3}, \frac{m}{4}, \frac{m}{5}, \dots,$$

so wird der Raum in rechteckige Zellen eingeteilt, die ebenfalls potentiell gleichwertig sind. Die genannte Reihe entspricht bei Masse  $m=1$  oder elektrischer Ladung 1 den Potentialwerten

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$



In der Zeichnung bedeutet die linke Hälfte die Ansicht der Einheitskugel von außen, die rechte den Schnitt in der Ebene der Zeichnung. Man beachte dabei, dass die Längen  $MA, MB, MC$  und  $MD$  die Cosinus der Poldistanzen  $\widehat{DA_1}, \widehat{DB_1}, \widehat{DC_1}$  und  $0$  sind, die also in gleichen Intervallen aufeinander folgen, so dass die Cosinus der Poldistanzen bei dieser

Einteilung ebenso, wie die umgekehrten Werte der Radien eine arithmetische Reihe bilden. Dasselbe gilt von den Meridianen, deren Abweichungen, wie die geographischen Längen, von einem Meridian Null aus zu messen sind.

Diese graphischen Darstellungen des Potentialzustandes im „elektrischen“ oder „magnetischen Felde“ geben nun vereinfachte Anschauungen. Zunächst aber sei ein Vergleich für verschiedene elektrische Ladungen gemacht.

57) Anzahl der Kraftlinien für verschiedene Ladungen.

Ein Konduktor vom Radius 1 erhalte die Ladung von 12, ein anderer von gleichem Radius die Ladung von 48 elektrischen Einheiten. Teilt man die Oberfläche des einen wie vorher in 128 gleiche

Felder ein, so kommt auf jeden Teil  $\frac{12}{128} = \frac{3}{32}$  der Einheitswirkung. Teilt man die Oberfläche des anderen in 512 gleiche Felder ein, so kommt auf jeden Teil  $\frac{48}{512} = \frac{3}{32}$  der Einheitswirkung. Die Kraftröhren beider Einteilungen sind demnach potentiell gleichwertig. Also:

Gleichwertigkeit der Kraftröhren bei verschiedenen Ladungen findet statt, wenn ihre Anzahlen den Ladungen proportional sind.

Sollen nun bei der ersten Ladung die Radien der Kugeln so aufeinander folgen, daß von Kugelfläche zu Kugelfläche die Potentialdifferenz gleich 1 ist, daß also die Potentialwerte der Reihe

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \dots$$

folgen, so müssen sich die Radien ergeben aus den Potentialwerten

$$\frac{12}{\infty} = 0, \frac{12}{12} = 1, \frac{12}{6} = 2, \frac{12}{4} = 3, \frac{12}{3} = 4, \frac{12}{\left(\frac{12}{5}\right)} = 5, \frac{12}{2} = 6, \dots$$

als  $r = \infty, 12, 6, 4, 3, 2,4, 2, \dots$  oder als

$$r = \frac{12}{0}, \frac{12}{1}, \frac{12}{2}, \frac{12}{3}, \frac{12}{4}, \frac{12}{5}, \frac{12}{6}, \dots$$

Bei der zweiten Ladung dagegen erhält man dieselben Potentialdifferenzen bei den Radien

$$r = \frac{48}{0}, \frac{48}{1}, \frac{48}{2}, \frac{48}{3}, \frac{48}{4}, \frac{48}{5}, \frac{48}{6}, \dots$$

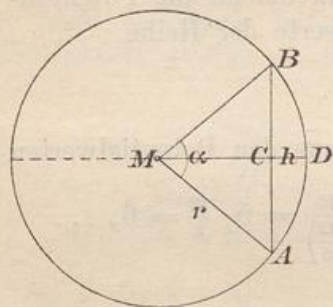
So erhält man für beide Probleme gleichwertige Raumbzellen und damit für jedes eine Art von potentielltem Koordinatensystem. Die Arbeit von Fläche zu Fläche ist in beiden Systemen dieselbe, und bei homogener Belegung eines beliebigen Feldes mit Masse übt die Einheit in  $O$  bei beiden Problemen dieselbe Anziehung aus.

Man hat sich geeinigt, die Anzahl der von einer Centralmasse  $m$  ausgehenden Kraftlinien oder Kraftröhren gleich dem Kraftflusse  $4\pi m$  zu setzen, so daß auf jede der Kraftflüsse 1 kommt. Auf jedes Quadratcentimeter einer concentrischen Kugelfläche kommen dann  $\frac{4\pi m}{4r^2\pi} = \frac{m}{r^2}$  Kraftröhren, was mit dem Ausdrücke für die Größe der Anziehung übereinstimmt und als Feldstärke für die betreffende Stelle bezeichnet wird. Die Kugeloberfläche ist also in  $4\pi m$  gleichgroße Felder eingeteilt zu denken. Die Verdoppelung der Ladung  $m$  giebt Verdoppelung der Kraftröhren- und Verdoppelung der Zellenzahl in jeder Röhre. Faßt man die gleichen Zonen der obigen Einteilung als Grundflächen der Pyramiden auf,

und ist ihre Zahl und ebenso die der Kraftröhren z. B. gleich 20, so folgt aus  $4\pi m = 20$ , dafs man die Centralmasse  $m$  als  $\frac{20}{4\pi} = 1,592$  angenommen hat. Der Kraftfluß in jeder der Röhren ist stets gleich 1, bei Querschnitt  $F$  ist er also für jedes Quadratcentimeter gleich  $\frac{1}{F}$ , bei unserer Zoneneinteilung also  $\frac{1}{4r^2\pi} = \frac{20}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{m}{r^2}$ , was

wieder die Feldstärke giebt. Also: Feldstärke gleich Kraftfluß pro Quadratcentimeter Querschnittsfläche.

Bisweilen wird die einzelne Kraftröhre auch in Gestalt eines Kreiskegels angenommen. Dies giebt Veranlassung zu folgender



58) **Aufgabe:** Ein Kreiskegel habe im Hauptschnitt den Winkel  $AMB = \alpha$  (die Seite  $MA$  sei  $= r$ ). Wie groß ist sein körperlicher Winkel?

**Auflösung.** Es fragt sich, den wievielten Teil der Kugeloberfläche die Kalotte  $ADB$  von Höhe  $CD = h$  ausmacht. Ihre Fläche ist gleich  $2r\pi h$ , also da

$$h = r - MC = r - r \cos \frac{\alpha}{2} = r \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

ist, gleich

$$2r\pi r \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right) = 2r^2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right).$$

Demnach ist

$$\frac{\text{Kalotte}}{\text{Kugelfläche}} = \frac{2r^2\pi \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)}{4r^2\pi} = \frac{1 - \cos \frac{\alpha}{2}}{2}.$$

Bei dem Monde, der Sonne, dem Jupiter u. s. w. würde  $\alpha$  den scheinbaren Durchmesser in Bogengraden (Minuten, Sekunden, ...) bedeuten. Man kann also ausrechnen, den wievielten Teil des scheinbaren Himmelsgewölbes sie bedecken. Bei der Sonne handelt es sich um  $\alpha = 32' 0'',88$ . Dagegen nennt man den halben Bogen, unter dem von ihr aus die Erde erscheint, die Sonnenparallaxe. Der ganze Bogen ist etwa das  $\frac{1719}{195000}$  von  $\alpha$ , nach Encke genau  $\beta = 16'',14232$ . Demnach

würde der Bruch  $\frac{1 - \cos \frac{\beta}{2}}{2}$  z. B. angeben, der wievielte Teil der Wärmeausstrahlung der Sonne unserer Erde zu gute kommt. Auch hier handelt es sich um die Berechnung eines Kraftflusses.