



Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

60) Centrische Influenz eines Konduktors auf eine homogene konzentrische Hohlkugel, die zu Erde abgeleitet ist.

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

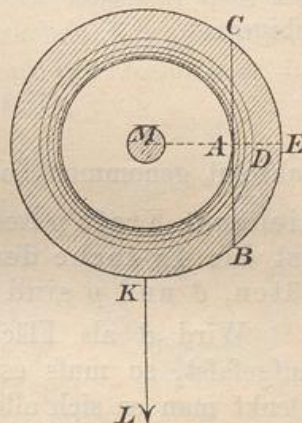
Auch der leere Raum ist als Dielektrikum zu betrachten. Als isolierendes Mittel wird in ihm von Maxwell hypothetisch der sogenannte Lichtäther angenommen. Dadurch erklärt er zugleich den eigentümlichen Zusammenhang zwischen den elektrischen und optischen Erscheinungen, z. B. den Einfluss der elektrischen Spannung auf die Lage der Polarisationssebene doppelbrechender Krystalle, die Übereinstimmung der Fortleitungsgeschwindigkeiten, was schliesslich auf die von ihm aufgestellte elektromagnetische Theorie des Lichtes führte, die auch von Helmholtz bearbeitet worden ist.

Auf die Gestalt der Kraftlinien für schwierigere Probleme gehen also erst die folgenden Kapitel ein. Jetzt sollen Influenzprobleme über die Kugel bzw. die Kugelschale nebst dazugehörigen Erscheinungen besprochen werden.

60) Centrische Influenz eines Konduktors auf eine homogene konzentrische Hohlkugel, die zur Erde abgeleitet ist.

Man denke sich im Mittelpunkte einer aus leitendem Material bestehenden konzentrischen Hohlkugel, die durch einen Draht KL mit der Erde in Verbindung steht, einen kleinen kugelförmigen Konduktor angebracht, der auf irgend eine Art mit der positiv elektrischen Menge $+E$ geladen wird (z. B. durch einen Draht, der isoliert durch eine Öffnung der Kugel tritt, zu vermitteln). Sobald die Ladung geschehen ist, tritt folgendes ein. Jedes Molekül der Hohlkugel enthält ursprünglich beide Arten von Elektrizität in gleichen Mengen, deren Wirkungen sich bisher aufhoben. Jetzt wird die negative nach M hingezogen, die positive abgestossen, und zwar fließt die letztere zur Erde ab, während die erstere sich in homogener Anordnung an der Innenwand ansammelt. Wie lange dauert dieser Prozess an? So lange, bis die an der Innenwand angesammelte negative Influenz-
elektrizität (Infl. El. 1. Art) die Wirkung des Konduktors auf die Elektrizitäten der Schale aufhebt. Nun wirkt der Konduktor dorthin mit der Kraft $\frac{E}{r^2}$, die Influenz-
elektrizität $-E_1$ mit der Kraft $-\frac{E_1}{r^2}$, es muß also $\frac{E}{r^2} - \frac{E_1}{r^2} = 0$, d. h. $E = E_1$ sein. Die Menge der Influenz-
elektrizität erster Art ist also gleich der Ladung des Konduktors. Ebenso groß ist die Menge der zur Erde abgeflossenen Influenz-
elektrizität zweiter Art.

Fig. 46.



Weil nach Vollendung der Scheidung Ruhe herrscht, ist im Metall der Schale das Potential konstant. Dasselbe Potential muß aus demselben Grunde in dem Drahte und der mit ihr in Verbindung stehenden Erde, oder wenn der Draht bis in unendliche Entfernung reicht, in dem unendlich fernen Bereiche herrschen.

Wie man beim Thermometer einen willkürlichen Nullpunkt annimmt, so kann man auch bei der Zählung der Potentialwerte einen solchen Nullpunkt willkürlich wählen. Man pflegt das Potential der Erde gleich Null zu setzen. Weil jetzt dort das Potential gleich Null ist, muß es auch im Metall der Kugel gleich Null sein, ebenso auch im Außenraume der Kugel, wenn sich dort nichts Störendes befindet.

Die mittlere Dichte der Influenzelektrizität ist $\delta = -\frac{E_1}{4e_1^2\pi}$, wenn e_1 der innere Radius der Hohlkugel ist, und zwar ist $E_1 = E$, d. h. auf der Flächeneinheit befindet sich die Elektrizitätsmenge $\delta = -\frac{E}{4e_1^2\pi}$.

Nun wirkt aber die $+E$ des inneren Konduktors auf die Einheit der Menge der Influenzelektrizität mit der Kraft $p = \frac{E}{e_1^2}$, zugleich ist nach obigem

$$4\pi\delta = \frac{E}{e_1^2}$$

(absolut genommen), also ist $p = 4\pi\delta$, oder $\delta = \frac{p}{4\pi}$, d. h. die anziehende Kraft p des Konduktors auf die elektrische Einheit ist das 4π -fache der mittleren Dichte der Influenzelektrizitäten, δ und p sind also proportionale Größen.

Wird δ als Flächenbelegung betrachtet, also zweidimensional aufgefaßt, so muß es aus Symmetriegründen überall konstant sein. Denkt man es sich allerdings räumlich aufgelagert, so ist die Dichtigkeit in radialer Richtung verschieden. Betrachtet man z. B. in Fig. 46 eine Masseneinheit A der innersten Lage, so ergibt sich, daß dieses Teilchen von M mit der Kraft $p = \frac{m_1}{e_1^2}$ nach links gezogen wird.

Außerdem wird es mit irgend einer Kraft q_t nach rechts abgestoßen, nämlich von aller links von der Tangentialebene BC liegenden Influenzelektrizität, dagegen mit einer Kraft q_r nach links von der rechts von BC lagernden Influenzelektrizität. Der Druck ist also von der Größe $p - (q_t - q_r)$. Nun ist aber $(q_t - q_r) = 0$ (nach dem Gesetze der Hohlkugel), demnach ist der Druck gleich $p = \frac{E}{e_1^2}$. Dagegen wird die äußerste Schicht D von zwei Kräften nach links und rechts

gepreßt, von $p = \frac{E}{e_1^2}$ und von $q = \frac{-E}{e_1^2}$, wobei e_1 fast dasselbe ist, wie vorher. Beide Kräfte heben sich auf, der Druck bei D ist also Null. In radialer Richtung also nimmt der Druck schnell von p zu Null ab. Entsprechendes muß mit der Dichte geschehen, so daß das obige δ nur eine mittlere Dichte war. Die räumlich aufgefaßte elektrische Einheit von Höhe AD wird also nur von einem zwischen p und 0 liegenden Drucke gegen die Wand gedrückt. Nimmt man bei der unendlich geringen Dicke der Schicht das Mittel an, so ist an Stelle des Druckes $p = 4\pi\delta$ die Hälfte $2\pi\delta$ zu setzen. Da ferner δ die Menge pro Flächeneinheit ist, so wirkt auf der Flächeneinheit der Druck $2\pi\delta \cdot \delta = 2\pi\delta^2$, den man als die Oberflächenspannung bezeichnet. Die Oberflächenspannung ist also proportional dem Quadrate der Dichte oder auch proportional dem Produkte aus p und δ , oder dem Quadrate von p . Auf die graphische Darstellung des Potentials kommen wir in Nr. 72 zurück.

61) Vorläufige Bemerkung über die excentrische Lage des Konduktors. Die Ruhelage ist nur dadurch möglich, daß die an jedem Teilchen der Influenzelektrizität wirkende Kraftresultante senkrecht gegen die Fläche steht. Bringt man den Konduktor in excentrische Lage, so wirkt er am stärksten auf B , am schwächsten auf A , auf diese Stellen senkrecht, auf alle anderen schräg, folglich treten sofort Verschiebungen auf. Später soll gezeigt werden, daß dann die Dichtigkeit der Influenzelektrizität umgekehrt proportional der dritten Potenz der Entfernung des Mittelpunktes des klein zu denkenden Konduktors $+E$ von der Innenfläche der Hohlkugel ist. Dies stimmt mit dem Störungsgesetz überein (dritte Potenzen der umgekehrten Entfernung). Ruhe tritt nämlich erst dann ein, wenn wieder alle Resultanten, die an den Influenzteilchen wirken, senkrecht gegen die Innenfläche stehen.

Nun könnte ja der Fall eintreten, daß $+E$ bei dieser neuen Lage mehr Influenzelektrizität festhalten könnte, oder daß es einen Teil loslassen müßte. Daß dies nicht der Fall sein wird, läßt sich schon hier zeigen. Wiederum muß im Metall der Hohlkugel außerhalb der Belegung das Potential Null herrschen, d. h. die Wirkungen beider Elektrizitäten nach außen heben einander auf. Für größere Entfernungen aber ist es gleichgültig, ob man sich ihre Teilchen so, wie augenblicklich, oder in einem einzigen Punkte konzentriert denkt, denn es ist, wenn e die größte der dazu nötigen Verschiebungen

Fig. 47.

