Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

62) Alleinige Ladung des Leiters von Kugel- oder Hohlkugelform

bedeutet, $\frac{1}{(r+e)^2} = \frac{1}{r^2\left(1+\frac{e}{r}\right)^2}$. Ist nun $\frac{e}{r}$ sehr klein, z. B. gleich $\frac{1}{10^6}$, so geht der Ausdruck über in

$$\frac{1}{r^2\left(1+\frac{2}{10^6}+\frac{1}{10^{12}}\right)} = \frac{1}{r^2[1{,}000002000001]},$$

so dafs man bei einer Genauigkeit auf 5 Stellen $\frac{1}{r^2}$ dafür schreiben darf. Die endliche Entfernung e kommt also gegen r gar nicht in Betracht. Wäre nun die Menge $-E_1$ verschieden von der Menge $+E$, so würde in jener Entfernung das Potential gleich $\frac{E-E_1}{r^2}$ sein. Es ist aber gleich Null, also müssen beide Mengen gleich sein. Der Schlufs wird um so zwingender, weil er für jede beliebige Stelle des Raumes gilt. Also auch bei excentrischer Lage ist die Menge der Influenzelektrizität erster Art gleich der der Ladung des Konduktors. Dieses Problem kommt später noch einmal zur Sprache. Dort wird sich zeigen, dafs der Mittelpunkt des kleinen Konduktors der Schwerpunkt für die Teilchen der Influenzelektrizität ist.

Angenommen, die Erde sei eine koncentrische Hohlkugel, in der sich ein solcher Kernkörper befindet, so würden die Tiefenverhältnisse des Oceans sich in ähnlicher Weise ändern, wenn der Kernkörper excentrisch festgelegt würde. Ein dort kreisender Mond würde aber zwei wandernde Flutberge erzeugen.

62) Alleinige Ladung des Leiters von Kugel- oder Hohlkugelform. Die Verbindung mit der Erde werde aufgehoben, die Ladung ganz aus der Mitte entfernt, was wird geschehen? Infolge der gegenseitigen Abstofsungen sprühen die Teilchen der Influenzelektrizität auseinander. Sie würden nach der Erde abfliefsen, wenn die Verbindung noch da wäre. So aber können sie nur bis zur Oberfläche der Kugel fliefsen, wo sie sich so anordnen müssen, dafs alle Resultanten senkrecht gegen diese Fläche gerichtet sind. Dies ist nur möglich bei gleichmäfsiger Verteilung. Die mittlere Dichte wird $\delta = \frac{E}{4\varrho_2^2\pi}$, wo E die Ladung, ϱ_2 der äufsere Radius ist. Die äufsersten Schichten werden pro Masseneinheit mit der Kraft $p = \frac{E}{\varrho_2^2}$ abgestofsen, die innersten wieder mit Null, beides nach den Gesetzen der Hohlkugel, der Mitteldruck kann als $\frac{p}{2}$ angenommen werden. Auf die Flächeneinheit, wo die Masse δ lagert, hat man also den Druck $\frac{p}{2}\delta$, oder

da $p = 4\pi\delta$ ist, den Druck $2\pi\delta^2$, der wieder als Oberflächenspannung bezeichnet wird. Ist die Kugel massiv, so gilt von einer auf sie gebrachten elektrischen Ladung dasselbe.

63) Centrische Influenz auf die isolierte Hohlkugel. Der in M liegende Konduktor sei mit $+E$ geladen, die Influenz tritt auf der nicht abgeleiteten Hohlkugel ein und schafft $-E_1$ an die Innenfläche, ebenso viel $+E_2$ an die Aufsenfläche. Die Dichte wird auf jeder Fläche überall gleichmäfsig, aufsen natürlich kleiner als innen, dabei übt $+E_2$ nach innen die Wirkung Null aus (Kugelschale), $+E$ und $-E_1$ üben, da Gleichgewicht herrscht, auf die Punkte des Metalls aufserhalb der inneren Belegung beim Ruhezustande auch die Wirkung Null aus, und da diese Wirkung gleich $\frac{E}{r^2} - \frac{E_1}{r^2}$ ist, so mufs $+E = +E_1$ und nun ebenso $+E = +E_2$ sein. Folglich:

Aufserhalb der Hohlkugel ist das Potential gleich

$$\frac{E}{r} - \frac{E_1}{r} + \frac{E_2}{r} = \frac{E}{r},$$

also so grofs, als ob nur die innerste, oder nur die äufserste der drei Elektrizitäten da wäre.

Im Metall der Hohlkugel ist das Potential

$$\frac{E}{r} - \frac{E_1}{r} + \frac{E}{\varrho_2} = \frac{E}{\varrho_2}.$$

Zwischen Konduktor und Hohlkugel ist das Potential gleich

$$\frac{E}{r} - \frac{E_1}{\varrho_1} + \frac{E}{\varrho_2} = E\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2}\right);$$

im Innern des Konduktors ist es gleich

$$\frac{E}{\varrho} - \frac{E_1}{\varrho_1} + \frac{E}{\varrho_2} = E\left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2}\right).$$

Die Radien sind der Gröfse nach gleich ϱ, ϱ_1, ϱ_2 gesetzt.

Bringt man den Konduktor in excentrische Lage, so wirken $+E$ und $-E_1$ auf das Metall der Hohlkugel wieder mit der Kraft Null, die äufsere Elektrizität $+E_1$ ordnet sich also so an, als ob die beiden andern nicht da wären. Dieser Fall kommt noch genauer zur Sprache, da er auf die interessante Theorie der centrobarischen Körper führt.

Leitet man die Schale ab, so ist das Potential innerhalb des Kernes gleich

$$E\left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_1}\right) = E\frac{\varrho_1 - \varrho}{\varrho\varrho_1}.$$

64) Die innere Kugel sei nach der Erde abgeleitet. Die Radien seien der Reihe nach ϱ, ϱ_1 und ϱ_2, die Ladung der Aufsen-