Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

69) Dichtigkeit der Ladungen auf einem System verbundener Kugeln

stärke sehr klein macht. Die Oberfläche läfst sich auch durch Kombinieren mehrerer Flaschen zu einer Batterie erheblich verstärken. Darüber soll später gesprochen werden.

68) Die Dielektrizitätskonstante eines isolierenden Mittels. Auch die Umgebung, d. h. das isolierende Mittel, ist auf die Kapazität von Einflufs. Ist z. B. eine Kugel von $\varrho = 1$ cm von Luft umgeben, so erhält sie durch die Ladung 1 Coulomb das Potential 1 Volt. Ist aber die Umgebung z. B. Schwefelkohlenstoff, so bringt die Ladung 1 Coulomb nur das Potential $\frac{1}{1,8}$ Volt hervor, die Kapazität ist also die 1,8 fache, die Energie der Ladung die $\frac{1}{1,8}$ fache. Diese Zahl nennt man die Dielektrizitäts-Konstante oder das spezifische Induktionsvermögen des Schwefelkohlenstoffs. Sie ist insofern wichtig, als auf einem benachbarten Leiter auch die 1,8 fache Menge von Influenzelektrizität hervorgerufen wird, wenn die Umgebung Schwefelkohlenstoff ist. An den elektrischen Vorgängen sind also die isolierenden Mittel, die Dielektrika, wesentlich beteiligt. Dies war einer der Ausgangspunkte für die Faraday-Maxwellschen Theorien.

Die elektrische Kapazität ist ganz analog der Wärmekapazität oder der spezifischen Wärme. Trotzdem besteht nach obigem ein grofser Unterschied. Die Kapazität bezüglich der Wärme ist nur vom Stoff abhängig, um den es sich handelt; die elektrische Kapazität dagegen ist unabhängig vom Stoff des Leiters, dagegen abhängig vom Stoff des isolierenden Mittels, aufserdem abhängig von der Form und Gröfse des Leiters, ebenso von der Nachbarschaft isolierter oder abgeleiteter Leiter. — Wird in folgendem nichts Besondere gesagt, so ist stets Luft als isolierendes Mittel angenommen.

69) Dichtigkeit der Ladungen auf einem System verbundener Kugeln.

Ladet man ein System von Kugeln, die durch sehr dünne Drähte miteinander verbunden und so weit voneinander entfernt sind, dafs keine wesentlichen Influenzwirkungen entstehen, so tritt folgendes ein. Nach Eintritt des Ruhezustandes ist das Potential innerhalb des ganzen Systems konstant gleich V. Für zwei Kugeln folgt bezüglich der Kapazität $K_1 = \frac{L_1}{V}$, $K_2 = \frac{L_2}{V}$, folglich $\frac{K_1}{K_2} = \frac{L_1}{L_2}$, d. h. die Ladungen der beiden Kugeln sind proportional ihren Kapazitäten. Nun ist aber nach obigem $\frac{K_1}{K_2} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}$, es folgt also $\frac{L_1}{L_2} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}$, d. h. die Ladungen der beiden Kugeln verhalten sich wie ihre Radien. Nun sind aber die Dichtigkeiten $\delta_1 = \frac{L_1}{4\varrho_1^2\pi}$, $\delta_2 = \frac{L_2}{4\varrho_2^2\pi}$, folglich ist

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{\varrho_2^2}{\varrho_1^2} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \cdot \frac{\varrho_2^2}{\varrho_1^2} = \frac{\varrho_2}{\varrho_1},$$

folglich:

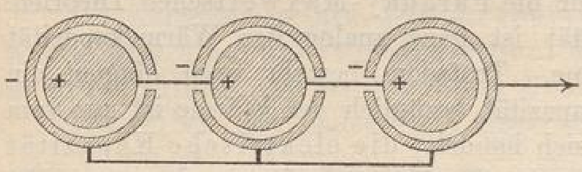
Die Dichtigkeiten der Ladungen verhalten sich umgekehrt wie die Radien.

Ist eine der Kugeln sehr klein, so wird die Dichtigkeit δ und damit die Oberflächenspannung $2\pi\delta^2$ so grofs, dafs die bekannte büschelförmige Ausstrahlung eintritt, die naturgemäfs bei Spitzen am stärksten hervortreten wird. Mit feineren Hülfsmitteln läfst sich beweisen, dafs bei Ladung eines beliebig gestalteten Konduktors die Dichte der Belegung umgekehrt proportional dem Krümmungsradius ist.

70) Batterie Leydener Flaschen, nebeneinander geschaltet.

Mehrere kugelförmige Leydener Flaschen vom Innenradius r und Aufsenradius ϱ und von der Glasdicke $d = \varrho - r$ mögen so verbunden werden, dafs alle Kerne unter sich und alle Schalen unter sich kommunizieren. Die letzte Schale sei nach der Erde abgeleitet. Befindet sich auf jedem Kerne die Ladung $+E$, so ist die Gesamtladung gleich nE. Das Potential der abgeleiteten Schalen ist Null. Das Potential jedes Kernes ist

Fig. 49.



$$V = \frac{E}{r} - \frac{E_1}{\varrho} = E\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\varrho}\right) = E\frac{\varrho - r}{r\varrho} = \frac{Ed}{r\varrho}.$$

Liegen nämlich die Flaschen so weit auseinander, dafs man von der Influenzwirkung der einen auf die anderen absehen kann, so darf man wie früher E_1 absolut gleich E setzen. Der Draht ist so dünn zu denken, dafs die auf ihm befindliche Elektrizität aufser Acht bleiben kann. Aus $V = \frac{Ed}{r\varrho}$ folgt $E = \frac{Vr\varrho}{d}$, also ist die Gesamtladung gleich

$$nE = \frac{nVr\varrho}{d}.$$

Die Energie der Ladung jedes Kernes ist gleich

$$E^2 \cdot \frac{\varrho - r}{2\varrho r} = \frac{E^2 d}{2\varrho r},$$

also die gesamte Energie gleich $n\frac{E^2 d}{2\varrho r}$ oder auch gleich