Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

70) Batterie Leydener Flaschen bei Parallelschaltung

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{\varrho_2^2}{\varrho_1^2} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2} \cdot \frac{\varrho_2^2}{\varrho_1^2} = \frac{\varrho_2}{\varrho_1},$$

folglich:

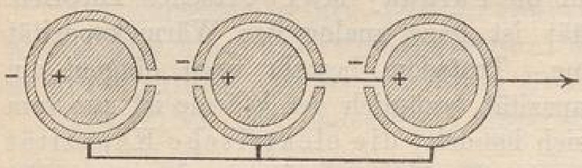
Die Dichtigkeiten der Ladungen verhalten sich umgekehrt wie die Radien.

Ist eine der Kugeln sehr klein, so wird die Dichtigkeit δ und damit die Oberflächenspannung $2\pi\delta^2$ so grofs, dafs die bekannte büschelförmige Ausstrahlung eintritt, die naturgemäfs bei Spitzen am stärksten hervortreten wird. Mit feineren Hülfsmitteln läfst sich beweisen, dafs bei Ladung eines beliebig gestalteten Konduktors die Dichte der Belegung umgekehrt proportional dem Krümmungsradius ist.

70) Batterie Leydener Flaschen, nebeneinander geschaltet.

Mehrere kugelförmige Leydener Flaschen vom Innenradius r und Aufsenradius ϱ und von der Glasdicke $d = \varrho - r$ mögen so verbunden werden, dafs alle Kerne unter sich und alle Schalen unter sich kommunizieren. Die letzte Schale sei nach der Erde abgeleitet. Befindet sich auf jedem Kerne die Ladung $+E$, so ist die Gesamtladung gleich nE. Das Potential der abgeleiteten Schalen ist Null. Das Potential jedes Kernes ist

Fig. 49.



$$V = \frac{E}{r} - \frac{E_1}{\varrho} = E\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\varrho}\right) = E\frac{\varrho - r}{r\varrho} = \frac{Ed}{r\varrho}.$$

Liegen nämlich die Flaschen so weit auseinander, dafs man von der Influenzwirkung der einen auf die anderen absehen kann, so darf man wie früher E_1 absolut gleich E setzen. Der Draht ist so dünn zu denken, dafs die auf ihm befindliche Elektrizität aufser Acht bleiben kann. Aus $V = \frac{Ed}{r\varrho}$ folgt $E = \frac{Vr\varrho}{d}$, also ist die Gesamtladung gleich

$$nE = \frac{nVr\varrho}{d}.$$

Die Energie der Ladung jedes Kernes ist gleich

$$E^2 \cdot \frac{\varrho - r}{2\varrho r} = \frac{E^2 d}{2\varrho r},$$

also die gesamte Energie gleich $n\frac{E^2 d}{2\varrho r}$ oder auch gleich

$$\frac{n}{2} \cdot \frac{V^2 r^2 \varrho^2}{d^2} \cdot \frac{d}{\varrho r} = \frac{n}{2} \frac{V^2 r \varrho}{d}.$$

Die Energie der Ladung ist also proportional dem Quadrate der Ladung oder auch dem Quadrate des Potentials.

Sie ist aber auch abhängig von $r\varrho$ und d. Ist d sehr klein gegen r und ϱ, so kann man $r\varrho = r(r+d) = r^2 + rd$ gleich r^2 setzen $\left[r\varrho = r^2\left(1 + \frac{d}{r}\right) = r^2 \text{ für } \frac{d}{r} = o\right]$. Dann ist die Energie gleich

$$n E^2 \frac{d}{2r^2} = \frac{2nE^2 d\pi}{4r^2\pi} = \frac{2nE^2 d\pi}{O}$$

$$\text{bezw. } \frac{nV^2r^2}{2d} = \frac{4nV^2r^2\pi}{8\pi d} = \frac{nV^2 O}{8\pi d},$$

wo O die Oberfläche ist. Stimmen demnach in zwei Fällen die Ladungen überein, so ist die Energie proportional der Glasdicke d und umgekehrt proportional der Fläche der inneren Kugelschalen. Ist dagegen das Potential in zwei Fällen dasselbe, so ist die Energie proportional der Oberfläche nO und umgekehrt proportional der Glasdicke.

Die Kapazität ist gleich

$$\frac{\text{Ladung}}{\text{Potential}} = \frac{nE}{\left(\frac{Ed}{r\varrho}\right)} = \frac{nr\varrho}{d},$$

also das $n$fache der Kapazität einer einzelnen Flasche.

71) Batterie Leydener Flaschen, nacheinander geschaltet. (Franklinsche oder Kaskaden-Batterie.)

Alle inneren Radien seien gleich r, alle äufseren gleich ϱ, die Innenladungen seien $J_1, J_2, J_3 \ldots$, alle äufseren $-A_1, -A_2, -A_3, \ldots$, die Innenpotentiale $V_1, V_2, V_3, \ldots$, die Aufsenpotentiale $U_1, U_2, U_3, \ldots$ Jede Schale sei mit dem benachbarten Kern, die eine Schale mit der Erde verbunden. Die Glasdicke sei wieder d. Die nach Ladung der ersten Kugel mit J_1 sich bildenden Influenzelektrizitäten sind, da bei der Scheidung jedesmal gleiche Mengen sich trennen, paarweise gleich, also $-A_1 = -J_2$, $-A_2 = -J_3, \ldots, -A_{n-1} = -J_n$. Der Verbindungen wegen sind ebenso je zwei Potentiale einander gleich. $U_1 = V_2$, $U_2 = V_3$, $\ldots$, $U_{n-1} = V_n$, nur das letzte U_n ist gleich Null, weil die Schale

Fig. 50.