Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

74) Fall zweier unbegrenzter paralleler Ebenen

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

Strecke MA und längs der Horizontalen von B bis $+\infty$ ist die Diagrammhöhe gleich Null. Ist der Kern eine koncentrische Hohlkugel, so ist die Sache dieselbe.

74) Der Fall zweier unbegrenzten parallelen Ebenen. Man denke sich den Abstand d ebenso grofs wie vorher, die Radien ϱ und ϱ_1 aber sehr grofs. Soll δ dasselbe sein, wie vorher, so folgt aus $\frac{E}{4\varrho^2\pi} = \delta$, dafs die Ladung in dem Mafse verstärkt werden mufs, wie ϱ^2 vergröfsert worden ist. Dabei wird $\delta_1 = \delta$. Das Potentialdiagramm C_2BDC der letzten Figur fällt mit der Geraden C_2E sehr weit nach oben (BE ist proportional ϱ), DE wird geradlinig, also D_2ED ein rechtwinkliges Dreieck. Die Anziehung bei A bleibt von der Stärke $\frac{E}{\varrho^2} = \frac{4\varrho^2\pi\delta}{\varrho^2} = 4\pi\delta$, an der Stelle B wird sie gleich $4\pi\delta\frac{\varrho^2}{\varrho_1^2}$, also da $\varrho = \varrho_1$ wird, ebenfalls gleich $4\pi\delta$. Das Anziehungsdiagramm zwischen A und B wird also ein Rechteck vom Inhalte $4\pi\delta d = \frac{E}{\varrho^2}d$.

Denkt man sich die äufsere Kugel mit der Erde in Berührung, so ist auf ihr das Potential gleich Null. In A ist das Potential gleich $\frac{E}{\varrho} = \frac{4\varrho^2\pi\delta}{\varrho} = 4\varrho\pi\delta$, in $B = \frac{E}{\varrho_1}$, also ist die Potentialdifferenz gleich

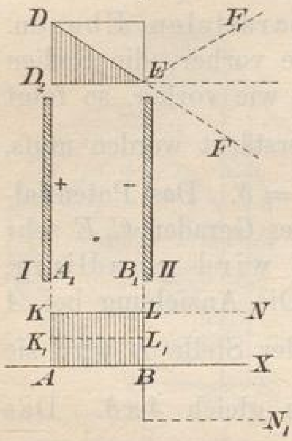
$$\frac{E}{\varrho} - \frac{E}{\varrho_1} = E\frac{\varrho_1 - \varrho}{\varrho\varrho_1} = \frac{Ed}{\varrho\varrho_1},$$

also, da $\varrho = \varrho_1$ zu setzen ist, gleich $\frac{Ed}{\varrho^2}$, wie vorher. Wird das Potential in B gleich Null gesetzt, so ist es in A gleich $\frac{Ed}{\varrho^2} = 4\pi\delta d$ zu setzen.

Dasselbe Resultat ergiebt sich auch auf anderem Wege. Die Kraftlinien sind bei der Kugel Radien, bei der Ebene also Lote auf der Ebene. Die Kraftröhren sind also prismatisch, zweckmäfsig nimmt man sie als quadratische Prismen an. Die Strömung der inkompressiblen Flüssigkeit hat in ihnen konstante Geschwindigkeit, denn $vF = v_1F_1$ giebt $v = v_1$ für $F = F_1$. Demnach ist auch $p = p_1$, d. h. die Anziehung einer homogenen Ebene ist konstant, das Arbeitsdiagramm also ist ein Rechteck, sein Inhalt nimmt auf gleichen Strecken um denselben Betrag zu, bezw. ab, folglich ist das Potentialdiagramm durch eine schräge Gerade begrenzt.

In Fig. 52 sind I und II die beiden als unbegrenzt zu denkenden parallelen Ebenen. Aufserhalb beider heben sich die Wirkungen auf, weil $\delta_1 = -\delta$ ist. Ist $AK = 4\pi\delta$, so ist $ABLK$ das Arbeitsdiagramm für die Bewegung der elektrischen Einheit von I bis II. Diese Einheit wird von der Ebene I ebenso stark abgestoſsen, wie von der anderen angezogen, folglich kommt auf jede Ebene die Hälfte der Arbeit. Durch $K_1 L_1$ ist diese Teilung herbeigeführt. Folglich ist $2\pi\delta$ der Kraftanteil jeder der beiden Ebenen. (Ist $\delta = 1$, so ist die Anziehung gleich 2π, was schon in Nr. 27 angedeutet wurde und später noch auf anderem Wege bewiesen werden soll.) Ist $D_2 D = 4\pi\delta d$, so ist $D_2 ED$ das Potentialdiagramm.

Fig. 52.

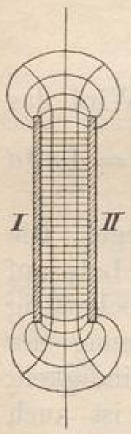


[Bei der Symmetrie des Problems darf man den Potentialwert auch in der Mitte zwischen den Ebenen als Null annehmen, so daſs die Ebenen auf Potentialwerte $\pm 2\pi\delta d$ gelangen.]

Diese Betrachtungen finden praktische Anwendung bei der angenäherten Theorie des Kondensators von Kohlrausch.

75) Kohlrauschs Kondensator. Hat man zwei gleiche Kreisscheiben von geringem Abstande d und groſsem Durchmesser R einander parallel gegenüber gestellt, so erhält man mit beliebig groſser Annäherung zwischen beiden denselben Vorgang, wie zwischen den unbegrenzten Ebenen, sobald die eine mit $+E$ geladen ist und die andere unter Ableitung der Influenzelektrizität $-E$ erhalten hat. Die Kraftlinien im Innern sind parallele Gerade, nur an den Rändern krümmen sie sich nach auſsen. Dort sind sie entsprechend fortzusetzen. Die Niveaulinien aber sind im Innern den Platten parallel und beginnen ebenfalls erst beim Austritt sich zu krümmen, um auſsen nach Art von elliptischen Bogen in sich zurückzuwandern. Abgesehen vom Rande also stimmt im Innern alles mit dem vorigen Falle überein, auch wird das Potentialdiagramm wieder ein Dreieck $D_2 ED$ und das Arbeitsdiagramm ein Rechteck $ABLK$.

Fig. 53.



Man kann sich das Laden von I, die Scheidung in II und die Entfernung der Influenzelektrizität 2ter Art aus II dadurch ersetzt denken, daſs man die positive Elektrizität aus II direkt nach I schafft. Dies erfordert, wenn die freie Elektrizität in I bereits die Dichte δ hat, nach dem Arbeitsviereck $ABLK$ die Arbeit $4\pi\delta d$. Im Anfang, wo $\delta = o$ war, war die erforderliche Arbeit 0. Im Mittel ist sie $2\pi\delta d$