Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

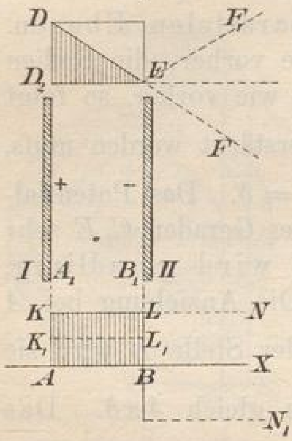
Leipzig, 1898

75) Kohlrauschs Kondensator

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

diagramm für die Bewegung der elektrischen Einheit von I bis II. Diese Einheit wird von der Ebene I ebenso stark abgestofsen, wie von der anderen angezogen, folglich kommt auf jede Ebene die Hälfte der Arbeit. Durch $K_1 L_1$ ist diese Teilung herbeigeführt. Folglich ist $2\pi\delta$ der Kraftanteil jeder der beiden Ebenen. (Ist $\delta = 1$, so ist die Anziehung gleich 2π, was schon in Nr. 27 angedeutet wurde und später noch auf anderem Wege bewiesen werden soll.) Ist $D_2 D = 4\pi\delta d$, so ist $D_2 ED$ das Potentialdiagramm.

Fig. 52.

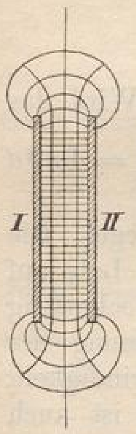


[Bei der Symmetrie des Problems darf man den Potentialwert auch in der Mitte zwischen den Ebenen als Null annehmen, so dafs die Ebenen auf Potentialwerte $\pm 2\pi\delta d$ gelangen.]

Diese Betrachtungen finden praktische Anwendung bei der angenäherten Theorie des Kondensators von Kohlrausch.

75) Kohlrauschs Kondensator. Hat man zwei gleiche Kreisscheiben von geringem Abstande d und grofsem Durchmesser R einander parallel gegenüber gestellt, so erhält man mit beliebig grofser Annäherung zwischen beiden denselben Vorgang, wie zwischen den unbegrenzten Ebenen, sobald die eine mit $+E$ geladen ist und die andere unter Ableitung der Influenzelektrizität $-E$ erhalten hat. Die Kraftlinien im Innern sind parallele Gerade, nur an den Rändern krümmen sie sich nach aufsen. Dort sind sie entsprechend fortzusetzen. Die Niveaulinien aber sind im Innern den Platten parallel und beginnen ebenfalls erst beim Austritt sich zu krümmen, um aufsen nach Art von elliptischen Bogen in sich zurückzuwandern. Abgesehen vom Rande also stimmt im Innern alles mit dem vorigen Falle überein, auch wird das Potentialdiagramm wieder ein Dreieck $D_2 ED$ und das Arbeitsdiagramm ein Rechteck $ABLK$.

Fig. 53.



Man kann sich das Laden von I, die Scheidung in II und die Entfernung der Influenzelektrizität 2ter Art aus II dadurch ersetzt denken, dafs man die positive Elektrizität aus II direkt nach I schafft. Dies erfordert, wenn die freie Elektrizität in I bereits die Dichte δ hat, nach dem Arbeitsviereck $ABLK$ die Arbeit $4\pi\delta d$. Im Anfang, wo $\delta = o$ war, war die erforderliche Arbeit 0. Im Mittel ist sie $2\pi\delta d$

für die Einheit, also $2\pi\delta d E$ für die Ladung E. Da $2\pi\delta d = \frac{V_1 - V_2}{2}$ ist, kann man daher auch schreiben $(V_1 - V_2)\frac{E}{2}$. Für die unbegrenzte Ebene ist, um die Dichte gleich δ zu machen, eine Zufuhr von unendlich vieler Elektrizität nötig, ist dagegen F der Flächeninhalt jeder der beiden endlichen Platten, so ist $E = \delta F$. Die gesamte Arbeit oder Energie ist also $2\pi d\delta E$ oder $2\pi d \frac{E^2}{F}$.

Hätte es sich aber um die Entfernung d_1 gehandelt, so würde die Energie gleich $2\pi d_1 \frac{E^2}{F}$ sein. Der Unterschied

$$A = 2\pi\frac{E^2}{F}(d_1 - d)$$

kann aber auch anders gedeutet werden. Ladet man bei Entfernung d und entfernt man dann die Ebenen so weit voneinander, daſs der Abstand d_1 ist, so ist das Schluſsresultat dasselbe, als ob man beim Abstande d_1 ladet. Folglich ist A die Arbeit, die nötig ist, die beiden Ebenen aus dem gegenseitigen Abstande d in den gegenseitigen Abstand d_1 zu versetzen. Ist nun p der nach obigem konstante Widerstand gegen diese Bewegung, so ist jene Arbeit auch als

$$A = p\,(d_1 - d)$$

zu schreiben. Der Vergleich giebt

$$p = 2\pi\frac{E^2}{F}.$$

Die gegenseitige Anziehung der beiden Kondensatortafeln ist also proportional dem Quadrate der Ladung und umgekehrt proportional der Fläche.

Die Messung von p kann experimentell erfolgen. Daraus folgt dann für die Gröſse der Ladung

$$E = \sqrt{\frac{pF}{2\pi}}.$$

Als Dichte ergiebt sich

$$\delta = \frac{E}{F} = \sqrt{\frac{p}{2\pi F}}.$$

Wird dies in die Potentialgleichung $V_1 - V_2 = 4\pi\delta d$ eingesetzt, so ergiebt sich die Möglichkeit, die Potentialdifferenz mittels der Gleichung

$$V_1 - V_2 = 4\pi d\sqrt{\frac{p}{2\pi F}} = d\sqrt{\frac{8\pi p}{F}}$$

zu bestimmen.

Man pflegt aber das Potential V_2 der einen Platte durch Ableitung auf Null zu bringen, die Gleichung vereinfacht sich dann zu

$$V_1 = d\sqrt{\frac{8\pi p}{F}}.$$

Die Kapazität, d. h. die für die Potentialeinheit nötige Ladung ist also

$$K = \frac{E}{V_1} = \frac{\sqrt{\frac{pF}{2\pi}}}{d\sqrt{\frac{8\pi p}{F}}} = \frac{1}{d}\cdot\frac{F}{4\pi},$$

oder, wenn man $F = \varrho^2\pi$ setzt,

$$K = \frac{\varrho^2}{4d}.$$

Die Kapazität des Kondensators ist also proportional dem Quadrate des Plattenradius und umgekehrt proportional dem Abstande d der Platten. — Dies ist die übliche Darstellung der angenäherten Theorie des Kondensators von Kohlrausch, die auch im folgenden Anwendung findet. Später wird sie entsprechende Verfeinerung erhalten.

76) Schutzringelektrometer von W. Thomson. Die Beschreibung des Apparates findet man in den besseren Lehrbüchern. Rein schematisch handelt es sich um folgendes. Ein Hebel AB ist drehbar um D und trägt bei C eine Platte P, auf der ein loses Gewicht p ruht und bei A ein Gegengewicht Q. Das erstere Gewicht ist so gewählt, dafs Gleichgewicht herrscht. Nimmt man es ab, so wird die Platte emporgehoben. Sie kann aber dadurch wieder herabgezogen werden, dafs man sie und eine darunterliegende Platte R, die fest auf isolierendem Träger T ruht, in oben besprochener Weise als Kondensatoren elektrisch macht, so dafs Anziehung stattfindet. Die Platte P kann durch einen festen Schutzring S passieren, mit dem sie stets leitend durch einen beweglichen Draht verbunden ist. Dieser Ring hat nur den Zweck, die oben besprochene Randstörung zu übernehmen, so dafs die bewegliche Platte P als homogen mit Elektrizität belegt gelten kann. Gleichgewicht herrscht, wenn B und E genau koinzidieren (was mittels Lupe und Haar auf das genaueste kontroliert werden kann). Dabei fallen die Ebenen von P und S zusammen. Wird diese Lage durch

Fig. 54.