



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

78) Vorbemerkung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

Kapitel V.

Die Mehrpunktprobleme.

78) **Vorbemerkung.** Wirken mehrere Punkte anziehend, so werden die Kräfte nach dem Parallelogramm addiert. Graphisch geschieht dies durch das einfache Aneinandersetzen der Kräfte nach der Streckentheorie, rechnend erreicht man dasselbe durch mehrfache Anwendung der Formeln

$$p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2 \cos \alpha}, \quad \sin \alpha_1 = \frac{p_2}{p} \sin \alpha,$$

wo p_1 und p_2 die Seitenkräfte sind, α der von ihnen eingeschlossene Winkel, p die Resultante, α_1 der von p und p_1 eingeschlossene Winkel ist.

Es fragt sich nun, nach welcher Formel die Potentialwerte zu addieren sind. Es wird sich hier im Anschluß an Nr. 21 in voller Bestimmtheit herausstellen, daß, wenn die Einzelpotentiale V_1 und V_2 sind, das Gesamtpotential durch einfache algebraische Addition als $V = V_1 + V_2$ gefunden wird, worin eine außerordentliche Erleichterung und zugleich die ganze Stärke des Potentialbegriffs liegt. Dieser gehört also zu denjenigen Größen, die von den Engländern nach Hamilton als Skalaren (im Gegensatz zu den Vektoren) bezeichnet werden. Bei diesen Größen geschieht die Addition einfach algebraisch, weil sie selbst durch eine einzige Zahl vollständig dargestellt werden, wie z. B. Länge einer Linie, Inhalt einer Fläche, Inhalt eines Körpers, Masse einer Linie, einer Fläche oder eines Körpers, Arbeit einer Kraft, Energie einer bewegten Masse, hydrostatischer Druck an irgend einer Stelle u. s. w. Bei den Vektoren dagegen sind mehrere numerische Angaben nötig. Zu ihnen gehören Kräfte, die, wie die Strecken, nach Größe und Richtung zu geben sind, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen u. dgl. Ihre Addition folgt besonderen komplizierten Gesetzen. Gelingt es, ein Problem von den Vektoren zu befreien und auf die Skalaren zu beschränken, so ist damit eine erhebliche Vereinfachung erzielt. Dies geschieht bei der

Zurückführung von Problemen der Mechanik auf solche der Potentialtheorie.

Von den Hamiltonschen Methoden, die auf die Quaternionen geführt haben, soll hier nichts vorausgesetzt werden, da ein einfacher Hilfssatz ausreicht, der in jedem Lehrbuche der Mechanik stehen sollte.

79) Hilfssatz aus der Mechanik. Die Arbeit der Resultante ist gleich der algebraischen Summe der Arbeiten der Seitenkräfte.

Beweis. 1. Die Resultante von p_1 und p_2 sei p , $PQ = w$ der Weg des Angriffspunktes P , so daß pw die Arbeit der Resultante ist. Projiziert man den Weg w auf die Richtungslinien der Seitenkräfte, so erhält man $PQ_1 = w_1$ und $PQ_2 = w_2$ als die (virtuellen) Wege in den Richtungen dieser Kräfte, so daß die in diesen Richtungen vollführten Arbeiten $p_1 w_1$ und $p_2 w_2$ sind. Ihre algebraische Summe ist

$$\begin{aligned} p_1 w_1 + p_2 w_2 &= p_1 w \cos \alpha_1 + p_2 w \cos \alpha_2 = w(p_1 \cos \alpha_1 + p_2 \cos \alpha_2) \\ &= w(PB_1 + PB_2) = w(PB_1 + B_1C) = w_1 PC = pw, \end{aligned}$$

sie ist also gleich der Arbeit der Resultante. Vgl. Fig. 57.

Fig. 57.

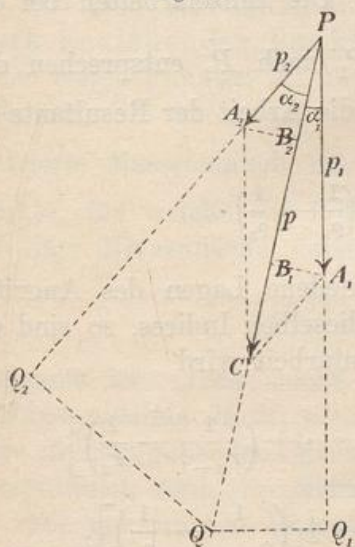
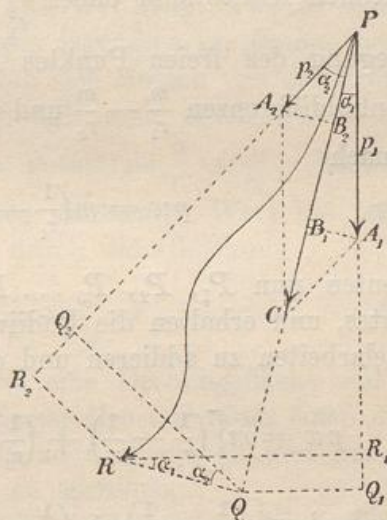


Fig. 58.



Die Addition der Arbeiten geschieht also einfach algebraisch ohne jede Berücksichtigung der Richtungen. Arbeitsgrößen gehören daher zu den Skalaren.

2. Behalten die Kräfte p , p_1 und p_2 ihre Richtungen stets bei, so kann P einen beliebigen Weg PR zurücklegen, ohne daß sich