



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

85) Eine mechanische Veranschaulichung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

gleich A , so ist $pw = A$, also $p = \frac{A}{w}$. Auch auf diese Weise kann man den Mittelwert der Anziehungskraft zwischen den Nachbarkurven finden, wobei sich wiederum ergibt, daß die Kräfte umgekehrt proportional den Kurvenabständen sind.

85) Eine mechanische Veranschaulichung. Mit Hilfe einfacher mechanischer Anschauungen lassen sich diese Dinge bequem aufklären. Denkt man sich

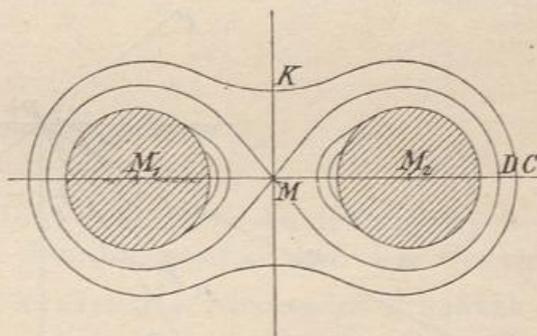
statt der Punkte M_1 und M_2 zwei homogene, kugelförmige Weltkörper gleicher Masse, deren gegenseitige Anziehung durch eine starre Verbindung unwirksam gemacht ist, und belegt man beide mit ozeanischen Wassermassen, so ordnet sich unter der Voraussetzung, daß die Wasserteilchen aufeinander keine An-

ziehung ausüben, das Wasser nach den besprochenen Niveauflächen an. Ist die Wassermenge gering, so hat man nur zwei Wasserberge auf den einander zugewendeten Teilen der Kugeloberfläche. In einem bestimmten Falle berühren sich die beiden Ozeane im Schnittpunkte der Achse. Ist noch mehr Wasser vorhanden, so umgibt der Ozean nach Art der äußeren Kurve beide Kugeln einheitlich. Nach dem Gesetze der kommunizierenden Röhren giebt die Wassersäule DC denselben Druck, wie die höhere Säule MK .

Man nehme z. B. den Zwischenfall, bei dem die Ozeane sich wie die beiden Teile eines Kegels in einer Spitze M berühren. Segelt ein Schiff von der Außenseite der einen Kugel aus nach dem Schnittpunkte der Koordinatenachsen hin, so nimmt sein „Gewicht“ allmählich ab und wird in jenem Schnittpunkte gleich Null. Dabei ist die Tiefe des Ozeans allmählich bis zu einem Höchstwerte gewachsen. Ein mitgenommenes Pendel, welches anfangs z. B. Sekundenschwingungen machte, würde langsamere und langsamere Schwingungen erhalten haben und sich schließlichsich ganz indifferent verhalten. Der Übergang zu den Schwingungen der Magnetnadel im magnetischen Felde und zu den Erscheinungen im entsprechenden elektrischen Felde macht jetzt keine Schwierigkeiten mehr.

Noch klarer wird die Darstellung, wenn man die Größe und Richtung der Kraftresultante für jede Stelle durch Konstruktion und

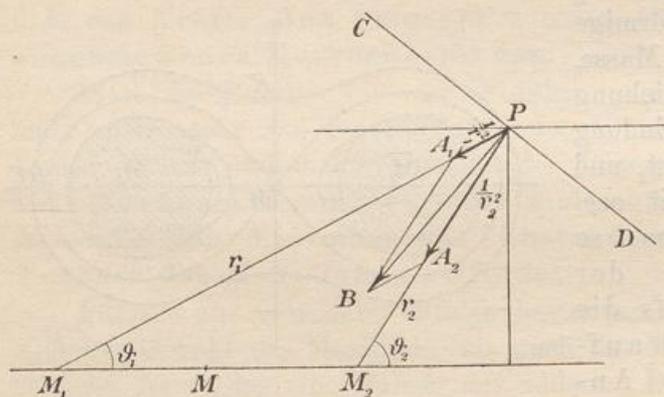
Fig. 62.



Rechnung bestimmt, was nach obigem zugleich die Normale und Tangente für jede Stelle jeder Niveaulinie giebt, so daß elementare Behandlung der Kurven möglich ist. Dabei möge $m = 1$ gesetzt werden.

86) **Aufgabe.** P sei ein Punkt der Kurve $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = c$, die Normale und die Tangente der Kurve sollen für P konstruiert und ihre Neigungen berechnet werden.

Fig. 63.



Auflösung. Man konstruiere nach obigem Verfahren

$$PA_1 = \frac{1}{r_1^2}$$

und

$$PA_2 = \frac{1}{r_2^2}$$

und setze beides nach dem Parallelogramm der Kräfte

zusammen. Dies giebt p nach Größe und Richtung und mit letzterer die Normale. Das Lot auf dieser giebt die Tangentenrichtung in P .

Will man p durch Rechnung finden, so ergibt es sich aus

$$p^2 = \frac{1}{r_1^4} + \frac{1}{r_2^4} + \frac{2 \cos(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{r_1^2 r_2^2}.$$

Man kann auch mit Hilfe der wagerechten und senkrechten Seitenkräfte rechnen, was

$$-\xi = \frac{\cos \vartheta_1}{r_1^2} + \frac{\cos \vartheta_2}{r_2^2}, \quad -\eta = \frac{\sin \vartheta_1}{r_1^2} + \frac{\sin \vartheta_2}{r_2^2} \quad \text{und} \quad p = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$$

giebt. Dadurch findet man zugleich die Tangente des Neigungswinkels α gegen die positive Richtung der X -Achse als

$$\tan \alpha = \frac{\eta}{\xi} = \frac{\frac{\sin \vartheta_1}{r_1^2} + \frac{\sin \vartheta_2}{r_2^2}}{\frac{\cos \vartheta_1}{r_1^2} + \frac{\cos \vartheta_2}{r_2^2}} = \frac{r_2^2 \sin \vartheta_1 + r_1^2 \sin \vartheta_2}{r_2^2 \cos \vartheta_1 + r_1^2 \cos \vartheta_2}.$$

Sind M_1 und M_2 nach ± 1 verlegt, so hat man