



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

100) Anordnung auf gerader Linie

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

dann eine unendlich große Kugel mit S als Centrum. Sämtliche oder ein Teil der Kraftlinien gehen bis zu dieser Kugel, je nachdem alle Massen positiv, oder diese teils positiv, teils negativ sind. Die Asymptoten gehen von S aus. Teilt man diese Kugel irgendwie in gleiche Flächen ein, so geben die in ihren Rändern endenden Kraftlinien potentiell gleichwertige Kraftröhren. Dadurch wird in dem Falle lauter positiver Massen der Gesamttraum gleichwertig eingeteilt, im Falle gemischter Vorzeichen wenigstens ein Teil des Raumes.

Ist die Summe der Massen gleich Null, so liegt S in unendlich großer Entfernung, zu den Niveauflächen gehört dann im allgemeinen keine unendlich große Kugel und ebensowenig sind Asymptoten vorhanden.

Die besprochene Einteilung der unendlich großen Kugel in gleiche Flächen kann durch Meridiane und Parallelkreise in bekannter Weise erfolgen, da man aber die Pole auf der Kugel beliebig wählen kann (nur müssen sie einander entgegengesetzt sein), so sieht man, daß man unendliche Mannigfaltigkeit in der Einteilung des Raumes erhalten kann. Am einfachsten wird es allerdings sein, sich gewissen Koordinatensystemen anzubequemen, wobei die Gleichungen die einfachste Gestalt annehmen.

100) Anordnung auf gerader Linie. Die einfachsten Fälle erhält man bei der Anordnung sämtlicher Massen auf gerader Linie, weil dann die Niveauflächen Drehungsflächen werden. Die Gleichungen des Problems sind dann für die Niveauflächen

$$1) \quad \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \dots + \frac{m_n}{r_n} = c,$$

für die Kraftlinien in jeder Meridianebene

$$2) \quad m_1 \cos \vartheta_1 + m_2 \cos \vartheta_2 + \dots + m_n \cos \vartheta_n = c_1,$$

Meridianschnitte, die unter gleichen Winkeln aufeinander folgen, besorgen das übrige, während sowohl c als auch c_1 arithmetischen Reihen zu folgen haben.

Handelt es sich z. B. um Punkte M_1, M_2, M_3 auf gerader Linie mit Ladungen $-3, +2, +1$ (so daß die Summe Null ist, was die asymptotische Gruppe entfernt und das Skizzieren erleichtert), so bestehen die Gleichungen:

$$-\frac{3}{r_1} + \frac{2}{r_2} + \frac{1}{r_3} = c$$

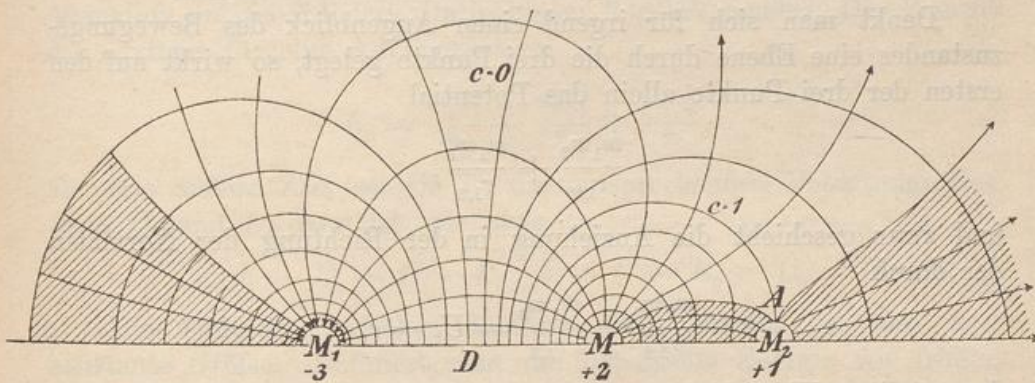
$$-3 \cos \vartheta_1 + 2 \cos \vartheta_2 + \cos \vartheta_3 = c_1.$$

In Fig. 78 ist das Feld in seiner Gestaltung skizziert. Man verfolge den Gang der Pfeile und der Niveauflächen. Die Schraffierung

zeigt an, daß ein Teil der von M_2 ausgehenden Stromlinien nicht unmittelbar nach M_1 gelangen kann, sondern nach M_3 geht, daß dagegen von M_3 aus auf sehr großem Wege der Übergang nach M_1 erfolgt. Mit Ausnahme der X -Achse und einer Niveaulinie DE zwischen M_1 und M_3 gelangt keine der Kurven in den unendlichen Bereich.

Entsprechendes geschieht bei beliebig vielen Punkten auf gerader Linie. Dreht man um die X -Achse und führt Meridianschnitte, so erhält man die Zelleneinteilung des elektrostatischen Feldes für jeden der einzelnen Fälle.

Fig. 78.



Die Hauptsache ist, daß die Anzahl der Kraftlinien für die einzelnen Punkte proportional den elektrischen Massen ist, daß, wenn die Summe der elektrischen Massen verschieden von Null ist, der Überschuss der Kraftlinien nach dem unendlichen Bereiche geht, daß dann Asymptoten vorhanden sind, die durch den Schwerpunkt S gehen, und daß diese die unendliche Kugel um S in gleiche Zonen einteilen, so daß die Cosinus ihrer Neigungswinkel eine arithmetische Reihe bilden, die von 0 bis ± 1 geht.

101) Anordnung in der Ebene. Liegen die sämtlichen Punkte in einer Ebene beliebig zerstreut, so gilt Gleichung 1 wie vorher ganz allgemein, Gleichung 2 aber nur für die Ebene, nicht für den Raum, da die Flächen nicht mehr Drehungsflächen sind. Sind sämtliche Massen positiv, so gelingt mit Hilfe der um den Schwerpunkt gelegten unendlichen Kugel die Einteilung ohne Schwierigkeiten. Hier läßt sich Einblick in ein wichtiges Problem der Mechanik nehmen.

102) Vom Problem der drei Körper und seiner Verallgemeinerung. Die vorhergehenden Betrachtungen geben einigen Einblick in das noch nicht vollständig gelöste Problem der drei Körper. Es wird angenommen, diese befänden sich allein im Welt-