Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

104) Geladener Konduktor im homogenen Felde

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

Die um A mit dem Radius 15 gelegte Kugel ist also der Ort für das konstante Potential 1*).

Für die um C mit Radius 12 gelegte Kugel handelt es sich um das Potential $\frac{15}{r_1} - \frac{12}{r_2} + 1$. Dabei ist überall $r_1 : r_2 = 15 : 12 = 5 : 4$, also das Potential

$$\frac{15}{r_1} - \frac{12 \cdot 5}{4 \cdot r_1} + 1 = 1.$$

Folglich: Zu den Niveauflächen gehört eine, die von zwei Kugeln um A und C mit den Radien 15 und 20 gebildet wird.

Die Anzahlen der Kraftröhren verhalten sich wie 15 : — 12 : 20, so daſs, wenn diese Zahlen selbst angenommen sind, 35 — 12 = 23 nach dem Unendlichen gehen, während von A und C aus 12 nach B hin ausmünden. (Daſs von den letzteren 7 auf A, 5 auf B kommen, folgt aus der unten zu gebenden Methode der elektrischen Bilder.) Der Schwerpunkt S hat von A die Entfernung $17\frac{1}{23}$. In ihm münden sämtliche Asymptoten.

[Deuten läſst sich die Figur noch folgendermaſsen:

a) die Kugel A sei mit 15 — 12 = + 3 elektrischen Einheiten geladen, eine Ladung von + 20 Einheiten werde nach B gebracht. Die auſserhalb der Kugel A liegenden Niveau- und Kraftflächen sind die der neuen Aufgabe (Influenzproblem).

b) Die Kugel B sei mit 20 — 12 = + 8 Einheiten geladen, nach A werden + 15 Einheiten gebracht (Influenzproblem).

c) Die äuſseren Teile beider Kugeln werden als Oberfläche eines Konduktors gedacht, der mit der Ladung 15 — 12 + 20 = 23 versehen wird. Die Elektrizität ordnet sich so an, daſs die auſsen liegenden Flächen die Niveau- und Kraftflächen des Systems werden.

Die Bedeutung dieser Bemerkungen wird sich erst unten ergeben.]

104) Geladener Konduktor im homogenen Felde. Denkt man sich bei dem symmetrischen Zweipunktsystem ungleichartiger Elektrizitäten die Punkte M_1 und M_2 unendlich fern voneinander, so erhält man in der Umgebung von M ein sogenanntes homogenes Feld, bei dem das Netz der Kraft- und Niveaulinien quadratisch wird. Legt man in die eine Parallelenschar die Kraftlinien des Einpunktproblems, in die andere dessen Niveaulinien, so geben die Diagonalkurven das in Fig. 81 dargestellte Netz, welches ebenfalls dem Maxwellschen Lehrbuch entnommen ist.

*) Bei Maxwell-Weinstein steht irrtümlich Null.

Es handelt sich dabei gewissermafsen um eine räumliche Parallelströmung, von der ein Teil durch A aufgesaugt wird, oder um eine entgegengesetzte Strömung, zu der ein Teil in A hinzutritt.

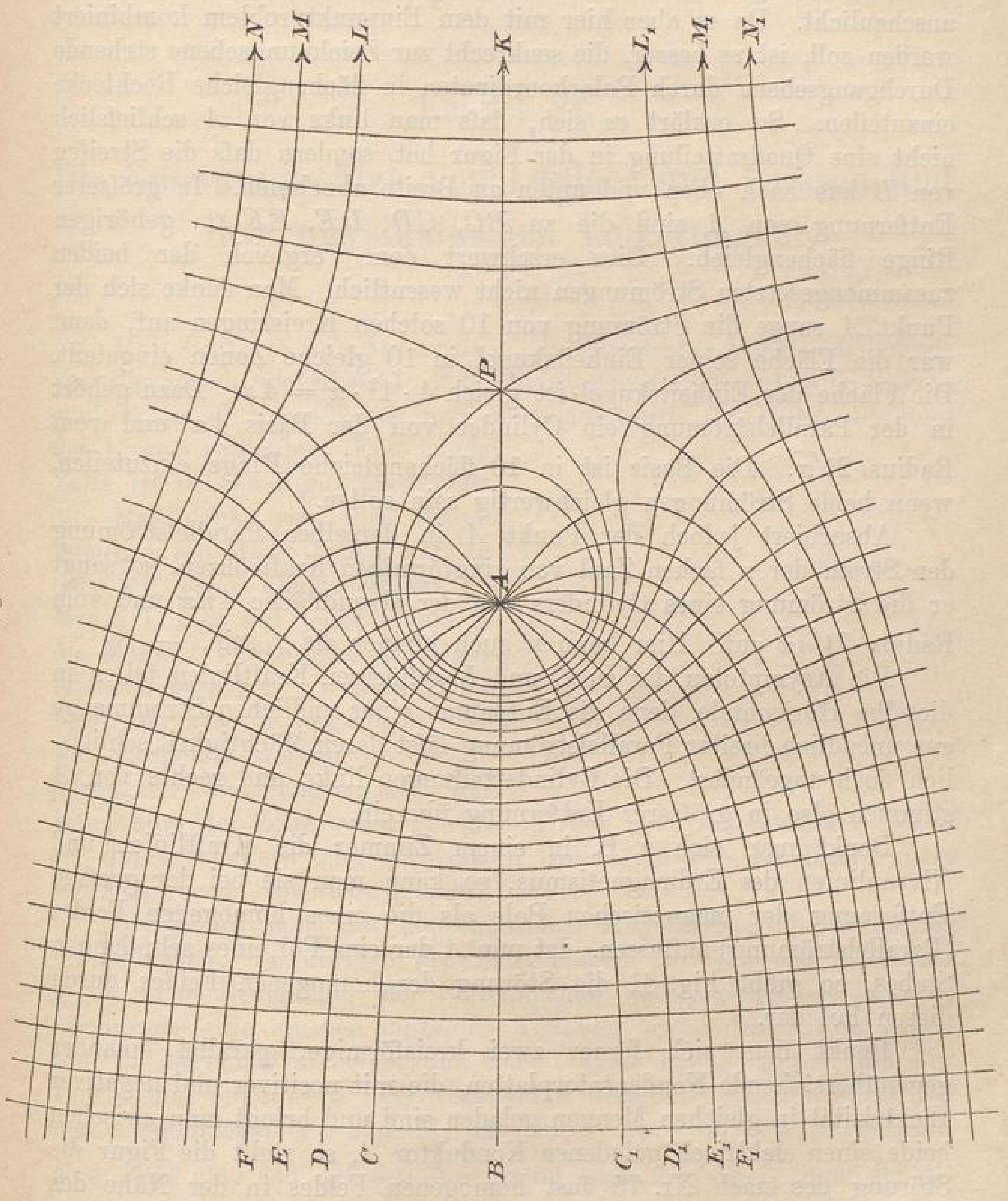

Fig. 81.

Man kann auch von der Störung reden, die innerhalb eines homogenen, positiven elektrischen Feldes durch eine negative Punktladung hervorgebracht wird.

Die beiden unendlich fernen Punkte M_1 und M_2 müssen selbstverständlich unendlich stark geladen sein, und zwar mit gleich grofsen Mengen entgegengesetzter Elektrizitäten.

Das homogene Feld wird in der Regel durch ein Quadratnetz veranschaulicht. Da es aber hier mit dem Einpunktproblem kombiniert werden soll, ist es besser, die senkrecht zur Zeichnungsebene stehende Durchgangsebene durch Polarkoordinaten in flächengleiche Rechtecke einzuteilen. So erklärt es sich, dafs man links von A schliefslich nicht eine Quadratteilung in der Figur hat, sondern dafs die Streifen von B aus nach oben und unten an Breite abnehmen. In gröfserer Entfernung von A sind die zu BC, CD, DE, EF ... gehörigen Ringe flächengleich. Dies erschwert den Vergleich der beiden zusammengesetzten Strömungen nicht wesentlich. Man denke sich der Punkt A sauge die Strömung von 10 solchen Kreisringen auf, dann war die Fläche seiner Einheitskugel in 10 gleiche Zonen eingeteilt. Die Fläche der Einheitskugel ist gleich $4 \cdot 1^2 \cdot \pi = 4\pi$. Dazu gehört in der Parallelströmung ein Cylinder von der Basis 4π und vom Radius $2\sqrt{\pi}$. Die Basis ist in 10 flächengleiche Ringe einzuteilen, wenn beide Strömungen gleichwertig sein sollen.

Absorbiert jedoch der Punkt A in derselben Parallelströmung den Strom der n fachen Zahl von ringförmigen Kraftröhren, so saugt er die Strömung eines Cylinders von der Grundfläche $4n\pi$ und vom Radius $2\sqrt{n\pi}$ auf. Hier kann n auch kleiner als 1 sein. —

Die Asymptoten der zu C und L gehörigen Kraftlinien fallen in dieselbe Horizontale, denn die Entnahme einer endlichen Strommenge aus unendlich breiter Parallelströmung läfst deren Mächtigkeit schliefslich doch ungeändert. Die Cylinderteilungen links und rechts von A stimmen also in gröfserer Entfernung überein.

Denkt man sich z. B. in einem Zimmer die Kraftlinien und Niveaulinien des Erdmagnetismus, so kann man sie bei der grofsen Entfernung der magnetischen Pole als die eines homogenen Feldes (Parallelströmung) auffassen. Ist nun A der eine Pol eines sehr langen Stabes, so giebt Fig. 81 die Störung des homogenen Feldes durch diesen Pol dar.

Denkt man sich ferner zwei kreisförmige, parallel einander gegenüberstehende Kondensatorplatten, die mit positiver und negativer Elektrizität in gleichen Mengen geladen sind und bringt man zwischen beide einen elektrisch geladenen Konduktor A, so stellt die Figur die Störung des nach Nr. 75 fast homogenen Feldes in der Nähe des Konduktors A dar. Das Beispiel ist von besonderer Wichtigkeit, weil bei zahlreichen Experimenten der Einflufs des Erdmagnetismus berücksichtigt werden mufs.