UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

113) Zweidimensionale Mehrpunktprobleme

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

Visual Library

diesen Ausdruck als das Potential zu betrachten. Der Name **logarithmisches Potential** erklärt sich von selbst.

Unter Potential in einem Punkte versteht man also jetzt die Arbeit, die nötig ist, die Masseneinheit aus dem Abstande 1 von der Geraden in den Abstand r jenes Punktes von der Geraden zu versetzen.

Die potentielle Gleichwertigkeit der Zelleneinteilung erhält man dadurch, daſs man den Wert c von $\lg r$ einer arithmetischen Reihe folgen läſst. Da aus $c = \lg r$ folgt $r = e^c$, was einer geometrischen Reihe folgt, wenn c einer arithmetischen folgt, so ergiebt sich, wie selbstverständlich, daſs man lauter ähnliche Kreisringe erhält. Die Radien aber folgen unter demselben Winkel aufeinander, so daſs in $\vartheta = c$ die rechte Seite einer arithmetischen Reihe zu folgen hat.

113) **Zweidimensionale Mehrpunktprobleme.** Während bei dem dreidimensionalen Einpunktproblem $\frac{1}{r} = c$ und $\cos\vartheta = c$ maſsgebend waren, sind hier $\lg r = c$ und $\vartheta = c$ maſsgebend. Für das n-Punktproblem handelte es sich früher bei gleichen Massen um

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \cdots + \frac{1}{r_n} = c$$

und

$$\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2 + \cdots + \cos\vartheta_n = c.$$

An Stelle dieser Gleichungen treten jetzt die folgenden:

1) $$\lg r_1 + \lg r_2 + \cdots + \lg r_n = c$$

2) $$\vartheta_1 + \vartheta_2 + \cdots + \vartheta_n = c$$

Statt der ersteren läſst sich auch schreiben

$$\lg(r_1 r_2 \cdots r_n) = c$$

oder

1)* $$r_1 r_2 \ldots r_n = e^c.$$

Bei ungleichen „Massen" erhält man

3) $$m_1 \lg r_1 + m_2 \lg r_2 + \cdots + m_n \lg r_n = c,$$

4) $$m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2 + \cdots + m_n \vartheta_n = c.$$

Für 3) läſst sich auch schreiben

$$\lg\left(r_1^{m_1} r_2^{m_2} \ldots r_n^{m_n}\right) = c$$

oder

$$r_1^{m_1} r_1^{m_2} \ldots r_n^{m_n} = e^c.$$

Die m können sämtlich positiv oder teilweise negativ sein.

Für die Kurvenscharen 1 und 3 hat Verfasser vor längeren Jahren (Bd. 83 des Crelleschen Journals) für den Fall der regelmäfsigen Anordnung der Punkte auf einem Kreise den Namen „reguläre Lemniskaten n^{ter} Ordnung", für die Kurven 2 und 4 die Namen „reguläre Hyperbeln n^{ter} Ordnung" vorgeschlagen. Für beliebige Anordnungen nannte er sie „irreguläre Lemniskaten bezw. Hyperbeln n^{ter} Ordnung" (Progr. 1880 der Hagener Gewerbeschule). Diese Namen sind in zahlreichen Abhandlungen (z. B. von Biermann, Laurin, Forchheimer, Guébhard, Hildebrand) beibehalten worden. Für den Fall $n = 1$ handelt es sich um koncentrische Kreisschar und Strahlenbüschel, für $n = 2$ unter Voraussetzung positiver gleicher m um konfokale Lemniskaten (Cassinische Kurven) und ein Büschel gleichseitiger Hyperbeln, bei entgegengesetzten m um Kreisschar und Kreisbüschel. Sämtliche gestatten Einteilung der Ebenen in kleine Quadrate. Kap. X, XI, XII in des Verfassers Einführung in die Theorie der isog. Verwandtschaften besprechen diese Kurvenscharen eingehender.

114) Das Problem der unbegrenzten homogenen Ebene und das Planpotential. Die Kraftlinien stehen senkrecht auf der Ebene, die Niveauflächen sind parallele Ebenen, die bei gleichen Potentialdifferenzen in gleichen Abständen aufeinander folgen. Die naturgemäfse Einteilung des Raumes geschieht durch Würfel, so dafs es sich um quadratische Prismen als Kraftröhren handelt. [Nach Nr. 104 könnte man allerdings auch ringförmige Einteilung der Niveauflächen wählen, wie Maxwell sie bisweilen anwendet (vgl. Fig. 81). Dafs auch die Einteilung in gleichseitige Dreiecke, regelmäfsige Sechsecke, in Ringe ähnlicher Polygone erfolgen darf, darauf sei gleichfalls hingewiesen.] Die Strömung der inkompressiblen Flüssigkeit erfolgt in den Röhren mit konstanter Geschwindigkeit. Aus $v = v_1$ folgt nach Nr. 53 $p = p_1$, so dafs die Anziehung der Ebene in allen Entfernungen dieselbe ist. Das Arbeitsdiagramm, ein Rechteck, ändert seinen Inhalt in gleichen Abständen stets um dieselbe Gröfse. Bei Bewegung der angezogenen Masseneinheit auf einer der Kraftlinien wird also das Diagramm der Potentialwerte wie bei dem Ohmschen Gesetze durch eine schräge Gerade begrenzt. Das Newtonsche Potential würde für die Bewegung bis ins Unendliche überall einen unendlich grofsen Wert geben. Es ist also vorzuziehen, den von der Ebene aus gemessenen Rechtecksinhalt als das Potential zu betrachten, und für dieses neue Potential den Namen Planpotential einzuführen. Da nach Nr. 27 bezw. 74 die Anziehung der Ebene bei einer homogenen Belegung von Dichte $\delta = 1$ überall gleich 2π ist, so ist in der Entfernung x das Planpotential gleich $2\pi x$. Selbstverständlich kann dazu noch eine Gravitationskonstante k als Faktor treten. In