



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

121) Bemerkung

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

$$\sum \frac{s \cos \vartheta}{l} = 2\pi,$$

die Gesamtwirkung also gleich

$$\frac{r}{e} 2\pi = \frac{m}{e}$$

ist, wo m die Belegung des Umfangs ist. Folglich:

Die Anziehung des homogenen Kreisumfangs auf einen äußeren Punkt nach dem Gesetze des logarithmischen Potentials ist so groß, als ob die Gesamtbelegung im Centrum M vereinigt wäre.

Von hier aus führen wörtlich dieselben Schlüsse zu einem Satze über den Kreis, der dem Kugelsatze ganz analog ist. Werden z. B. die Punkte eines Kreises auf konstanten Temperaturen gehalten, so ist für den stationären Zustand der dünnen Kreisplatte das System der Strom- und Niveaulinien bestimmbar, ebenso die Temperatur jedes Punktes. Die des Mittelpunktes ist das arithmetische Mittel der Randtemperaturen.

Beispiele darüber sollen später gegeben werden.

121) **Bemerkung.** Befindet sich der angezogene Punkt in Q , so entspricht jedem kleinen Bogen s_1 ein gegenüberliegender s_2 . Die kleinen Dreiecke $A_1 B_1 Q$ und $A_2 B_2 Q$ sind nach dem bekannten Sehnensatze ähnlich. Demnach gilt für die Mittellinien l_1 und l_2 , daß $\frac{s_1}{l_1} = \frac{s_2}{l_2}$ ist. Ziehen sich also die Massen nach dem Gesetze des logarithmischen Potentials an, so ist der Punkt Q unter dem Einflusse von l_1 und l_2 in Ruhe.

Aus

$$\frac{s_1}{e_1} \cos \vartheta = \frac{r s_1}{l_1 e} \cos \vartheta$$

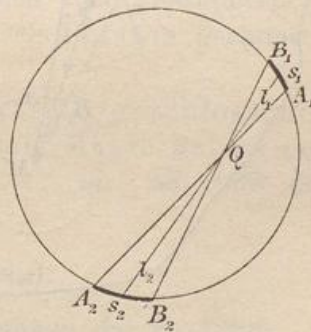
und

$$\frac{s_2}{e_2} \cos \vartheta = \frac{r s_2}{l_2 e} \cos \vartheta$$

folgt für die Anziehung von P auf einem Bogen $A_1 B_1$ und seinem Gegenbogen $A_2 B_2$ in Bezug auf den reciproken Punkt Q , daß beide Anziehungen gleich stark sind. (Vgl. Nr. 25.)

Über homogene Kreisscheiben und Kreisringe lassen sich also ganz analoge Schlüsse ziehen, wie früher über homogene Voll- und Hohlkugeln.

Fig. 91.



Die zweidimensionalen Probleme gelten auch für das Newtonsche Potential, sobald man annimmt, es handle sich nur um den Normalschnitt unbegrenzter Cylinder und von Systemen unbegrenzter paralleler Geraden.

122) Der Spannungssatz von Poisson.

Im Mittelpunkte einer Kugel befinde sich die Masse 1. Ihre Oberfläche habe eine Massenbelegung von der Dichte 1. Jedes Flächenteilchen F wird von der Kraft $\frac{F}{r^2}$ nach innen gezogen. (Die Gravitationskonstante k ist gleich 1 gesetzt.) Ist z. B. $r = 1$, so ist seine Anziehung gleich F . Im allgemeinen ist die Massenbelegung gleich $4r^2\pi$. Angenommen, die Einzelkräfte ließen sich algebraisch summieren, was nicht der Fall ist, so würde die Anziehung gleich $\frac{4r^2\pi}{r^2} = 4\pi$ sein.

Man hat sich trotz der Unzulässigkeit dieser Addition zu der Ausdrucksweise geeinigt, der Innenraum stände unter der Spannung 4π . Faraday drückt sich so aus, daß er sagt, der Kraftfluß des Problems sei gleich 4π . Ist dagegen im Mittelpunkte die Masse m vereinigt, so handelt es sich um die Spannung bzw. den Kraftfluß $4\pi m$.

Lag der anziehende Punkt außerhalb der Kugel, so war in jeder Zelle der Kraftfluß gleich Null, jene Addition machte also keine Bedenken. Das Bedenken schwindet auch hier, wenn man den Vergleich mit der inkompressiblen Flüssigkeit heranzieht. Durch jeden Normalschnitt der einzelnen Kraftrohre strömt sekundlich (abgesehen

von der Konstante k) die Flüssigkeitsmenge $Fv = \frac{F}{r^2}$, durch die ganze Oberfläche also die Menge $\frac{4r^2\pi}{r^2} = 4\pi$. Dadurch ist dem hier etwas fremdartig klingenden Spannungsbegriffe wenigstens eine annehmbare physikalische Bedeutung gegeben. Seine Brauchbarkeit wird sich in den folgenden Beispielen ergeben.

Ist die Fläche in sich geschlossen, der Innenraum einfach zusammenhängend (d. h. so beschaffen, daß jeder ebene Schnitt den Zusammenhang aufhebt, nicht, wie bei einer Ringfläche, ihn bestehen läßt), so ist die von der Einheit in M auf jede Fläche AB ausgeübte Kraft $pF = \frac{F}{r^2}$. Sie zerlegt

Fig. 92.

