



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

125) Influenz auf den Niveauflächen des symmetrischen
Zweipunktproblems

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

Kräfte wirken, während Ruhe vorausgesetzt ist. In diesem Falle also wird

$$\delta = \frac{p_1}{4\pi}$$

Jetzt also gilt der Satz:

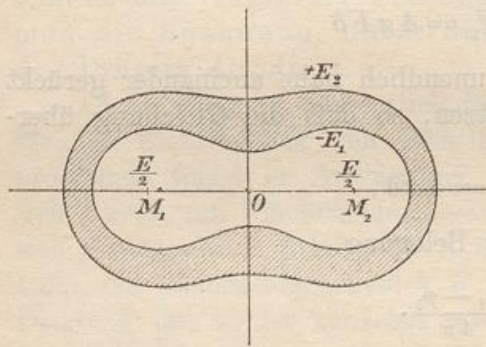
Bei Influenzproblemen ist die Dichtigkeit der elektrischen Belegung des Konduktors an jeder Stelle gleich dem Quotienten aus der dort auf die Einheit wirkenden Resultante des Gesamtproblems und der Größe 4π .

Folglich: Bei Influenzproblemen ist die Dichtigkeit der Influenzelektrizität proportional der Einheitsresultante des Gesamtproblems.

An der Kugel war die Richtigkeit des Gesetzes $\delta = \frac{p_1}{4\pi}$ bereits nachgewiesen. Das symmetrische Zweipunktproblem wird die Sache noch klarer erläutern.

125) Influenz auf den Niveauflächen des symmetrischen Zweipunktproblems. Ein metallischer Hohlkörper werde von zwei Niveauflächen des symmetrischen Zweipunktproblems begrenzt, also von zwei durch $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = c$ charakterisierten Flächen. Man denke sich in den Punkten M_1 und M_2 die elektrische Masse $+E$ zu

Fig. 95.



gleichenden Teilen angebracht. Durch elektrische Scheidung sammelt sich an der Innenwand Influenzelektrizität $-E_1$, an der Außenwand $+E_2$ an. Wird der Leiter mit der Erde verbunden, so entflieht die letztere nach der Erde. Ist Gleichgewicht eingetreten, so herrscht innerhalb der Metallmasse die elektrische Scheidungskraft Null, d. h. das Potential ist konstant und zwar gleich dem der Erde,

welches nach Nr. 60 als Null aufzufassen ist. Die $-E_1$ ordnet sich also an der Innenwand so an, daß die gesamte Wirkung von $+E$ und $-E_1$ nach außen hin gleich Null ist.

Daraus folgt zunächst, daß die Mengen $+E$ und $-E_1$ gleich groß sind. Wären nämlich die Mengen verschieden, so würde bei größerer Entfernung von einem gegenseitigen Aufheben der Wirkungen nicht die Rede sein, da für größere Entfernungen die Wirkung doch

so ist, als ob $+E$ und $-E_1$ im Schwerpunkt S , d. h. in O angebracht wären. Es ist also, abgesehen vom Vorzeichen, $E = E_1 = E_2$.

Zweitens folgt daraus, daß, wenn die Elektrizität $-E_1$ in derselben Anordnung festgehalten würde, die sie jetzt hat, z. B. in Form einer ponderablen Masse von derselben Dichtigkeitsverteilung, und wenn sie allein wirkte, ihre Wirkung nach aufsen genau so sein müßte, als ob sie zu gleichen Teilen in M_1 und M_2 angebracht wäre, denn sonst würde das gegenseitige Aufheben der Wirkungen unmöglich sein. Dieses Resultat ist von besonderer Wichtigkeit für die Newtonschen Anziehungsprobleme.

Drittens ist folgendes zu bemerken: da Gleichgewicht herrscht, muß jedes elektrische Teilchen der Innenfläche von sämtlichen Teilchen der Oberflächenelektrizität und den in M_1 und M_2 befindlichen Ladungen so abgestoßen bzw. angezogen werden, daß die Resultante senkrecht gegen die Innenwand gerichtet ist, da sonst Ruhe nicht eintreten würde. Nun ist aber die von M_1 und M_2 herrührende Teilresultante, da es sich um die Niveaufläche des Zweipunktproblems handelt, senkrecht gegen die Innenwand gerichtet, folglich muß die Resultante der Wirkungen, die von den Oberflächenteilchen der Elektrizität E_1 herrühren, ebenfalls senkrecht gegen die Innenwand gerichtet sein.

Die auf jedes Teilchen wirkende Gesamtresultante ist am stärksten für die an der Innenwand selbst liegenden Teilchen, sie nimmt aber nach aufsen hin schnell bis zur Null ab, denn an der äußersten Schicht der Innenbelegung heben die Gesamtwirkungen einander auf.

Würde man die Ladungen M_1 und M_2 entfernen, so würde die Oberflächenelektrizität keine seitlichen Verschiebungen erleiden, sondern überall in der Normalen der Niveaufläche nach aufsen eilen. Wäre also die Schale unendlich dünn (jedoch von zwei Niveauflächen der besprochenen Art begrenzt), so würde sich die Elektrizität statt an der Innenwand, an der Aufsenwand ansammeln und im übrigen an jeder Stelle dieselbe mittlere Dichte behalten haben, wie vorher, denn seitliche Verschiebungen konnten nicht stattfinden.

Dieser Zustand würde auch bestehen bleiben, wenn man jetzt den ganzen Hohlraum kontinuierlich mit leitender Masse anfüllen könnte. Folglich ist die Wirkung der an der Aufsenwand im Gleichgewicht befindlichen Elektrizität auf die Punkte des Innenraums gleich Null, das Potential also dort überall konstant. In der That würden Scheidungskräfte auftreten, wenn es anders wäre.

Daraus folgt, daß die vorliegende Anordnung der Elektrizität ein stabiles Gleichgewicht giebt. Also:

Wird ein Konduktor, dessen Oberfläche eine Niveau-

fläche des symmetrischen Zweipunktproblems ist, mit Elektrizität geladen, so ordnet sie sich ganz von selbst so an, daß im Gleichgewichtszustande die Wirkung nach außen genau so ist, als ob die Ladung zu gleichen Teilen in M_1 und M_2 angebracht wäre. Die Wirkung auf innere Punkte dagegen ist gleich Null.

Weil die Wirkung der so angeordneten Oberflächenladung nach innen gleich Null ist, war dies auch bei dem Anfangsproblem, wo $+E$ in M_1 und M_2 und $-E_1$ auf der inneren Fläche angesammelt war, der Fall. Jedes Teilchen an der eigentlichen Innenwand wird also nur von M_1 und M_2 angezogen, denn die Wirkung der Oberflächenteilchen nach innen ist Null. Die Resultante, die an den innersten Teilchen wirkt, ist also für die Einheit gleich der Resultante der anziehenden Elektrizitäten in M_1 und M_2 , also gleich der Resultante der in den Radien r_1 und r_2 wirkenden Kräfte $\frac{1}{2} \frac{E}{r_1^2}$ und $\frac{1}{2} \frac{E}{r_2^2}$. An den äußersten Teilchen der Schicht hingegen ist die Gesamresultante gleich Null.

Hier ist die Verteilung als eine schichtenweis erfolgte, d. h. als eine räumliche, betrachtet. Sieht man davon ab, d. h. faßt man sie als eine absolute Flächenbelegung (von unendlich geringer Höhe) auf, so ist nach Nr. 124 die Dichte der Belegung $\delta = \frac{p_1 - p_2}{4\pi}$, oder, da im Innenraume die Resultante p_2 des Gesamtproblems gleich Null ist, $\delta = \frac{p_1}{4\pi}$. Folglich:

Die Influenzladung $-E_1$ sammelt sich an der Innenwand so an, daß ihre Dichtigkeit an jeder Stelle proportional der von M_1 und M_2 ausgeübten Anziehungskraft ist. Es ist also $\delta : \delta_1 = p : p_1$, d. h. $\frac{\delta}{p}$ ist eine konstante Größe c_1 .

Hat man nun für das vorliegende Problem den Raum in potentiell gleichwertige Kraftröhren eingeteilt, und teilen diese die untersuchte Niveaufläche in zahlreiche Felder von variabler Größe ein, so sind die Flächen F umgekehrt proportional den Kräften, d. h. es ist $pF = c_2$, wo c_2 eine konstante Größe ist.

Aus $\frac{\delta}{p} = c_1$ und $pF = c_2$ folgt durch Multiplikation $\delta F = c_1 c_2 = c$, wo c eine neue Konstante ist. Hier bedeutet aber δF die auf jedem Felde aufgespeicherte Elektrizitätsmenge, und diese ist für alle Felder dieselbe Menge c . Folglich:

Die Influenzladung ordnet sich auf den potentiell gleichwertigen Feldern so an, daß auf jedem Felde dieselbe Menge liegt.

Für ponderable Massen gilt also folgender Schlufs:

Belegt man eine Niveaufläche des symmetrischen Zweipunktsystems so mit ponderabler Masse, dafs auf allen potentiell gleichwertigen Feldern des Problems gleich viel liegt, so wirkt — sehr grofse Zahl der Felder vorausgesetzt — die Belegung nach innen mit der Stärke Null, nach aufsen dagegen ebenso, als ob die Masse zu gleichen Teilen in den Punkten M_1 und M_2 angebracht wäre.

Dagegen würde die homogene Belegung einer solchen Niveaufläche nach aufsen und innen ganz anders wirken. (Nur bei der Kugelfläche ist die homogene Belegung in der Wirkung identisch mit der Mittelpunktsladung. Sie ist also ungeeignet zur Erläuterung der betreffenden Erscheinungen und Sätze.)

Angenommen nun, man hätte M_1 und M_2 ebenso wie vorher geladen, den Konduktor aber nicht abgeleitet, so würde die Influenzerscheinung sich folgendermassen entwickeln: Die in M_1 und M_2 gleichmäfsig verteilte Elektrizität $+E$ ruft auf der Innenfläche eine gleich grofse Menge von Influenzelektrizität $-E_1$ durch Scheidung hervor, eine ebenso grofse Menge $+E_2$ sammelt sich auf der Aufsenfläche an. Die Scheidung dauert so lange an, bis die Wirkungen der Ladungen in M_1 und M_2 einerseits und der Elektrizität $-E_1$ andererseits nach aufsen einander aufheben. Dies geschieht nur bei der früheren Anordnung. Demnach ordnet sich die Elektrizität $+E_2$ auf der Aufsenfläche so an, als ob die beiden andern gar nicht da wären, d. h. ebenfalls nach dem vorigen Gesetze. Die Wirkung nach aufsen ist so, als ob nur die Ladungen E oder nur die Belegung $+E_2$ vorhanden wäre. In der Masse des Konduktors ist die Wirkung gleich Null. Im Hohlraum wirken nur die Ladungen $+E$ in der gebräuchlichen Weise, die jede der beiden andern dort die Wirkung Null giebt.

126) Modifizierte Beispiele. Die Verhältnisse ändern sich, wenn die äufser Fläche einer andern Schar von Niveauflächen angehört, als die innere.

Beispiel a) Die Innenfläche des Konduktors sei eine Kugelfläche, die Aufsenfläche gehöre dem symmetrischen Zweipunktproblem an. Im gemeinschaftlichen Mittelpunkte O befinde sich die Ladung $+E$.

Fig. 96.

