



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

128) Bemerkung über Mehrpunktprobleme

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

Im Falle ungleicher Ladungen von M_1 und M_2 hat das Problem nicht die gezeichnete Symmetrieebene, wohl aber gehört nach Nr. 97 eine Kugel dazu. Das Problem der Influenz eines Punktes M_2 auf Ebene oder Kugel kann also an dieser Stelle ohne weiteres gelöst werden. Da dies jedoch von anderen Gesichtspunkten aus gelegentlich der elektrischen Bilder geschehen soll, deren Theorie hier schon vorbereitet ist, kann die Ausführung hier unterbleiben.

128) Bemerkung über Mehrpunktprobleme. Über Mehrpunktprobleme mit lauter positiven Ladungen (oder auch teils positiven, teils negativen) kann man dieselben Betrachtungen anstellen. Das Wichtigste ist, daß man auch hier jede Punktladung durch ein nur sie umschließendes Oval ersetzen kann, bei dem die Belegung mit derselben Masse so geregelt ist, daß auf potentiell gleichwertigen Feldern gleiche Mengen Elektrizität lagern. Umschließt ein Oval mehrere der Punkte, so gilt entsprechendes. Auch Influenzprobleme lassen sich behandeln.

Grundsätzlich gilt das Gesagte auch dann, wenn die Punkte einen kontinuierlichen Körper, oder eine Fläche, oder eine Linie bilden, wobei die Dichtigkeit in den einzelnen Punkten konstant oder veränderlich sein kann. Kennt man also die Niveauflächen und Kraftlinien eines Anziehungsproblems, so kann man das Problem benutzen, aus ihm auf obigem Wege gewisse andere Probleme zu lösen. Auf cylindrische und zweidimensionale Probleme kommen wir noch ausführlicher zurück. Die Betrachtungen des 5. Kapitels bieten dem Leser zahlreiche Übungsbeispiele. Der Kürze halber sei das Gesamtergebn nur für positive Ladungen angegeben.

Ladet man einen Leiter, dessen Gestalt durch die Niveaufläche eines bekannten Anziehungsproblems bestimmt ist, mit Elektrizität, so ordnet sich diese so an, daß die Dichtigkeit der Flächenbelegung proportional den Einheitsresultanten des Anziehungsproblems für jede Stelle der Oberfläche ist, daß also auf den potentiell gleichwertigen Feldern gleich viel elektrische Masse liegt. Die Wirkung der so angeordneten Elektrizität nach Innen ist gleich Null. Die Wirkung nach außen entspricht der der Kernladungen.

Wird der Leiter durch zwei Niveauflächen des Problems begrenzt und giebt man den Kernpunkten ihre Ladung, so ordnen sich die beiden Influenzelektrizitäten auf den Oberflächen nach dem obigen Gesetze an.

Ladet man zwei dünne Schalen, die nach Gestalt und Lage mit zwei Niveauflächen des Anziehungsproblems zusammenfallen, mit gleichartigen oder ungleichartigen Elek-

trizitäten, so ordnet sich jede der beiden so an, als ob die andere gar nicht vorhanden wäre.

Denkt man sich um die geladene Kernmasse eines Anziehungsproblems eine in sich geschlossene dünne Schale, die nicht zu den Niveauflächen des Systems gehört und leitet man sie nach der Erde ab, so ordnet sich die Influenzelektrizität erster Art so an, daß die gesamte Wirkung nach außen gleich Null ist, denn in der Masse des Leiters herrscht das konstante Potential der Erde (Null). Denkt man sich auf der Schale eine ponderable Massenbelegung, deren Dichtigkeit der der Elektrizität entspricht, so wirkt diese Belegung nach außen ebenso, wie die Kernmassen.

So erkennt man die Richtigkeit des folgenden wichtigen Satzes von Green:

Auf jeder beliebigen in sich geschlossenen Fläche, die eine gegebene kontinuierliche oder diskontinuierliche Massenverteilung umschließt, läßt sich ponderable Masse so verteilen, daß die Wirkung nach außen dieselbe ist, wie die der inneren Massen.

So läßt sich z. B. auf der Kugelfläche Masse so verteilen, daß sie nach außen ebenso wirkt, wie beliebig viele Massen m_1, m_2, m_3, \dots in ihrem Innern. Ferner läßt sich auf jeder geschlossenen Niveaufläche eines beliebigen Punktproblems Masse so verteilen, daß sie nach außen wirkt, wie ein beliebiger Punkt im Innern. Für unendliche Entfernung sind die anziehenden Kräfte der einzelnen Teilchen parallel, die Resultante aber ist nach jenem Punkte hin gerichtet. Dieser Punkt ist wegen des Parallelismus der Kräfte der Schwerpunkt der Belegung. Man nennt eine solche Belegung eine centrobarische. Beispiele sollen in einem besonderen Kapitel gegeben werden.

Für den Greenschen Satz ist hier nur eine Art von Anschauungsbeweis gegeben. Der Existenzbeweis für die durch jene Belegung repräsentierte Funktion ist analytisch nur schwierig zu führen. Man kann also die obigen Betrachtungen als eine vorbereitende Einführung in wichtige Fragen der Funktionentheorie betrachten. Die folgenden Kapitel werden noch weiteren Einblick in die Folgerungen der Sätze von Laplace und Poisson geben.

129) Bemerkungen zur Theorie der Kraftlinien und der elektrischen Verschiebung. In Nr. 59 war gezeigt, in welcher Weise eine Ladung $+E$ des Leiters AB nach Faradays Ansicht die Polarisierung der längs der Kraftlinien angeordneten Moleküle hervorbringt. Dieselbe erfolgt schrittweise mit endlicher Geschwindigkeit. Sie setzt sich nach dem unendlichen Bereiche hin fort, wenn