



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung**

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1898**

133) Influenz eines geladenen Konduktors auf die abgeleitete Kugel

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

nach dem unendlichen Bereiche gehen, so wird die Kugelfläche in gleichwertige Felder eingeteilt, so daß für sämtliche  $p \cdot F$  konstant ist, wenn  $p$  die Resultante der beiden Kräfte,  $F$  die Fläche eines kleinen Feldes bedeutet. Die Kraftresultanten also verhalten sich umgekehrt, wie die Felderflächen, sie verhalten sich aber nach obigem auch umgekehrt, wie die dritten Potenzen der Entfernungen von  $P_1$  und  $P_2$ , folglich hat man den Satz:

Die gleichnamigen Kraftröhren des Zweipunktproblems teilen die dabei vorkommende Kugelfläche in Felder ein, deren Flächen sich verhalten, wie die dritten Potenzen der Entfernungen von  $P_1$  oder  $P_2$ .

Angenommen nun, auf der Kugelfläche ordnete sich aus irgend welchen Gründen Influenzelektrizität denselben Resultanten entsprechend an, so würde dies nach Poisson mit der Dichtigkeit  $\delta = \frac{p}{4\pi}$  geschehen, d. h. proportional den Kraftresultanten, und daher umgekehrt proportional den dritten Potenzen der Entfernungen von  $P_1$  und  $P_2$  und umgekehrt proportional diesen Felderflächen.

Diese Voraussetzung trifft nun ein bei folgenden Influenzproblemen:

133) **Aufgabe.** Eine leitende Kugel stehe durch einen Draht mit der Erde in Verbindung, in der Entfernung  $e$  vom Mittelpunkte befinde sich im Außenraume ein Punkt mit der elektrischen Ladung  $+E$ . Wie groß ist die Menge der Influenzelektrizität erster Art, und wie ordnet sie sich an?

**Auflösung.** Durch die Verbindung mit der Erde wird erreicht, daß nach vollendeter Scheidung im ganzen Leiter ebenso, wie in der Erde, das Potential Null herrscht. Die gesamte Influenzelektrizität  $-E_1$  erster Art hat sich infolge der gegenseitigen Abstofsungen ihrer Teilchen auf der Kugeloberfläche angeordnet, aber infolge der Anziehung durch die Ladung  $E$  unregelmäßig, d. h. dichter auf der dem Punkte  $E$  zugekehrten, weniger dicht auf der ihm abgewendeten Seite. Die Sätze über die homogene Kugelschale finden also hier keine Anwendung, das Potential der Belegung allein ist also für den Innenraum nicht konstant. Es wird sich aber ein einfaches Gesetz ergeben.

Jedes elektrische Teilchen  $-\varepsilon$  der Influenzelektrizität hat für den Mittelpunkt  $C$  der Kugel das Potential  $\frac{-\varepsilon}{e}$ , die gesamte Influenzelektrizität hat also dort den Potentialwert

$$\sum \frac{-\varepsilon}{e} = \frac{-E_1}{e}.$$

Der Potentialwert der Ladung  $E$  des influenzierenden Punktes ist dort gleich  $\frac{+E}{e}$ , die Summe beider Potentiale ist nach obigem gleich Null, also muß sein

$$\frac{E}{e_1} - \frac{E_1}{e} = 0,$$

woraus folgt

$$E_1 = E \frac{e}{e_1}.$$

Folglich:

Die Menge der Influenzelektrizität erster Art verhält sich zur Ladung des influenzierenden Punktes wie der Kugelradius zur Entfernung des Punktes vom Kugelmittelpunkte; der konstante Potentialwert im ganzen Innern der Kugel ist dabei gleich Null. Die Menge der Influenzelektrizität entspricht genau der des Punktes  $P_2$  im vorigen Problem.

[Es könnte eingewandt werden, daß auch noch auf dem Draht Influenzelektrizität erster Art vorhanden sein könnte. Denkt man sich aber den Draht unendlich dünn im Verhältnis zu den Dimensionen der Schale, so würde die Menge dieser mit wachsender Entfernung schnell abnehmenden Elektrizität verschwindend klein sein gegen die der auf der Kugelfläche angeordneten, ihre Wirkung auf die elektrische Verteilung kann also vernachlässigt werden. Es ändert sich daher auch nichts, wenn man den Draht abschneidet und die Verbindung mit der Erde aufhebt.]

134) Identität dieses Influenzproblems mit dem Zweipunktproblem. Nach Aufhebung der Verbindung denke man sich jetzt das Innere der Kugel entfernt, so daß nur eine dünne Schale bleibt, deren Potential gleich Null ist.

Nur im Außenraume befinden sich die Kraftlinien des Problems, denn im Innern ist das Potential konstant. Sie gehen von  $P_1$  aus teils nach der Kugel, teils nach dem unendlichen Bereiche. Die Kugel aber ist eine Potentialfläche mit dem Potentialwerte Null, sie muß also von den Kraftlinien senkrecht getroffen werden. Ganz dasselbe findet bei dem entsprechenden Zweipunktprobleme statt. In der That handelt es sich um dieses Problem, nur ist die Kugelfläche mit ihrer Belegung als Ersatz für den Punkt  $P_2$  eingetreten und so der Innenteil der Kugel aus dem Problem ausgeschieden worden (vgl. Nr. 97). Die Kraftlinien und die Niveauflächen des Außenteils sind ungeändert geblieben. Die Belegung wirkt nach außen genau so, wie eine gleichstarke Ladung des Punktes  $P_2$ .

Folglich muß die Anordnung der Influenzelektrizität dem oben besprochenen Dichtigkeitsgesetz entsprechen. Die Dichtigkeit ist