Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

134) Identität dieses Influenzproblems mit dem Zweipunktproblem

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

Der Potentialwert der Ladung E des influenzierenden Punktes ist dort gleich $\frac{+E}{e}$, die Summe beider Potentiale ist nach obigem gleich Null, also mufs sein

$$\frac{E}{e_1} - \frac{E_1}{\varrho} = 0,$$

woraus folgt

$$E_1 = E\frac{\varrho}{e_1}.$$

Folglich:

Die Menge der Influenzelektrizität erster Art verhält sich zur Ladung des influenzierenden Punktes wie der Kugelradius zur Entfernung des Punktes vom Kugelmittelpunkte; der konstante Potentialwert im ganzen Innern der Kugel ist dabei gleich Null. Die Menge der Influenzelektrizität entspricht genau der des Punktes P_2 im vorigen Problem.

[Es könnte eingewandt werden, dafs auch noch auf dem Draht Influenzelektrizität erster Art vorhanden sein könnte. Denkt man sich aber den Draht unendlich dünn im Verhältnis zu den Dimensionen der Schale, so würde die Menge dieser mit wachsender Entfernung schnell abnehmenden Elektrizität verschwindend klein sein gegen die der auf der Kugelfläche angeordneten, ihre Wirkung auf die elektrische Verteilung kann also vernachlässigt werden. Es ändert sich daher auch nichts, wenn man den Draht abschneidet und die Verbindung mit der Erde aufhebt.]

134) Identität dieses Influenzproblems mit dem Zweipunktproblem. Nach Aufhebung der Verbindung denke man sich jetzt das Innere der Kugel entfernt, so dafs nur eine dünne Schale bleibt, deren Potential gleich Null ist.

Nur im Aufsenraume befinden sich die Kraftlinien des Problems, denn im Innern ist das Potential konstant. Sie gehen von P_1 aus teils nach der Kugel, teils nach dem unendlichen Bereiche. Die Kugel aber ist eine Potentialfläche mit dem Potentialwerte Null, sie mufs also von den Kraftlinien senkrecht getroffen werden. Ganz dasselbe findet bei dem entsprechenden Zweipunktprobleme statt. In der That handelt es sich um dieses Problem, nur ist die Kugelfläche mit ihrer Belegung als Ersatz für den Punkt P_2 eingetreten und so der Innenteil der Kugel aus dem Problem ausgeschieden worden (vgl. Nr. 97). Die Kraftlinien und die Niveauflächen des Aufsenteils sind ungeändert geblieben. Die Belegung wirkt nach aufsen genau so, wie eine gleichstarke Ladung des Punktes P_2.

Folglich mufs die Anordnung der Influenzelektrizität dem oben besprochenen Dichtigkeitsgesetz entsprechen. Die Dichtigkeit ist in jedem Punkte umgekehrt proportional der dritten Potenz der Entfernung von P_1 bezw. P_2; sie ist umgekehrt proportional den Felderflächen, so dafs auf jedes Feld derselbe Betrag kommt; sie ist direkt proportional den an der Oberfläche wirkenden Einheitsresultanten

$$-E\frac{e_1^2-\varrho^2}{\varrho p_1^3}=E_1\frac{\varrho^2-e_2^2}{\varrho p_2^3}.$$

Die Dichte ist an jeder Stelle

$$\delta=-E\frac{e_1^2-\varrho^2}{4\pi\varrho p_1^3}$$

bezw.

$$\delta=E_1\frac{\varrho^2-e_2^2}{4\pi\varrho p_2^3}.$$

135) Folgerungen für die Gravitation. Daraus folgt für die Lehre vom Potential der Schwere folgendes:

Denkt man sich auf einer Kugelfläche ponderable Masse m so verteilt, dafs ihre Dichtigkeit umgekehrt proportional der dritten Potenz der Entfernung von einem äufseren Punkte P_1 und seinem zugeordneten Punkte P_2 (oder von einem inneren Punkte P_2 und seinem zugeordneten Punkte P_1) ist, so wirkt sie nach aufsen genau so, wie dieselbe Masse im inneren Punkte P_2, nach innen ebenso, wie die gröfsere Masse $m\frac{e_1}{\varrho}$ im äufseren Punkte P_1.

Das erstere ist bereits nachgewiesen, das letztere folgt daraus, dafs im ganzen Innern das Potential der Belegung und das der Ladung des Punktes P_1 sich gegenseitig aufheben (Potentialwert gleich Null). Folglich:

Die so auf der Kugelfläche verteilte Masse giebt nach aufsen hin geradlinige Kraftlinien, die von P_2 ausgehen, und sie giebt Niveauflächen, die Kugeln mit P_2 als Centrum sind. Nach innen sind die Kraftlinien Strahlen, die von P_1 ausgehen, und die Niveauflächen sind Kugeln mit P_1 als Centrum. Für die Zelleneinteilung sind die Massen m bezw. $m\frac{e_1}{\varrho}$ zu Grunde zu legen.

Dasselbe Resultat findet man, wenn man P_2 mit der Elektrizität

$$-E_1=-E\frac{\varrho}{e_1}$$