Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

135) Folgerungen für die Gravitation

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

in jedem Punkte umgekehrt proportional der dritten Potenz der Entfernung von P_1 bezw. P_2; sie ist umgekehrt proportional den Felderflächen, so dafs auf jedes Feld derselbe Betrag kommt; sie ist direkt proportional den an der Oberfläche wirkenden Einheitsresultanten

$$-E\frac{e_1^2-\varrho^2}{\varrho p_1^3}=E_1\frac{\varrho^2-e_2^2}{\varrho p_2^3}.$$

Die Dichte ist an jeder Stelle

$$\delta=-E\frac{e_1^2-\varrho^2}{4\pi\varrho p_1^3}$$

bezw.

$$\delta=E_1\frac{\varrho^2-e_2^2}{4\pi\varrho p_2^3}.$$

135) Folgerungen für die Gravitation. Daraus folgt für die Lehre vom Potential der Schwere folgendes:

Denkt man sich auf einer Kugelfläche ponderable Masse m so verteilt, dafs ihre Dichtigkeit umgekehrt proportional der dritten Potenz der Entfernung von einem äufseren Punkte P_1 und seinem zugeordneten Punkte P_2 (oder von einem inneren Punkte P_2 und seinem zugeordneten Punkte P_1) ist, so wirkt sie nach aufsen genau so, wie dieselbe Masse im inneren Punkte P_2, nach innen ebenso, wie die gröfsere Masse $m\frac{e_1}{\varrho}$ im äufseren Punkte P_1.

Das erstere ist bereits nachgewiesen, das letztere folgt daraus, dafs im ganzen Innern das Potential der Belegung und das der Ladung des Punktes P_1 sich gegenseitig aufheben (Potentialwert gleich Null). Folglich:

Die so auf der Kugelfläche verteilte Masse giebt nach aufsen hin geradlinige Kraftlinien, die von P_2 ausgehen, und sie giebt Niveauflächen, die Kugeln mit P_2 als Centrum sind. Nach innen sind die Kraftlinien Strahlen, die von P_1 ausgehen, und die Niveauflächen sind Kugeln mit P_1 als Centrum. Für die Zelleneinteilung sind die Massen m bezw. $m\frac{e_1}{\varrho}$ zu Grunde zu legen.

Dasselbe Resultat findet man, wenn man P_2 mit der Elektrizität

$$-E_1=-E\frac{\varrho}{e_1}$$

ladet und die Kugelschale mit der Erde in Berührung setzt, nur sammelt sich dann die Influenzelektrizität nicht auf der Aufsenseite der Schale, sondern auf der Innenseite an. Der Gang der Betrachtung ist derselbe. Das Potential nach aufsen wird gleich Null, so dafs die Wirkungen von E_2 und der Belegung einander aufheben. Für gröfsere Entfernungen ist die Anordnung gleichgültig (Schwerpunkt), da aber die Wirkung gleich Null ist, mufs es sich um gleiche Mengen entgegengesetzter Elektrizitäten handeln. Dies stimmt mit der vorigen Betrachtung überein. Es handelt sich also gewissermafsen um den Innenteil des Zweipunktproblems.

136) Centrobarischer Charakter der Belegung. Haben nun die Kraftlinien irgend einer Masse Asymptoten, so gehen diese nach Nr. 95 durch den Schwerpunkt der Masse. Hier sind die geraden Linien ihre eigenen Asymptoten, folglich ist P_2 der Schwerpunkt der so verteilten Masse (vgl. Nr. 131). Daraus ergiebt sich für die Mechanik folgendes bemerkenswerte Resultat:

Ordnet man auf einer Kugelfläche Masse so an, dafs ihre Dichtigkeit umgekehrt proportional zur Entfernung von einem inneren Punkte P_2 (oder seinem zugeordneten äufseren Punkte P_1) wird, so ist P_2 der Schwerpunkt der Masse. Attraktionscentrum und Schwerpunkt fallen also zusammen. Die Belegung ist centrobarisch.

Ein äufserer Punkt wird also so angezogen, dafs er frei fallend sich geradlinig nach P_2 hinbewegt. Wie in Nr. 11 bezw. 18 wird das Arbeitsdiagramm durch die Gravitationskurve, das Potentialdiagramm durch die gleichseitige Hyperbel dargestellt. Wird der Punkt nach irgend welcher Richtung hin geworfen, so tritt dieselbe Erscheinung ein, wie bei den Planetenbewegungen um die Sonne P_2, d. h. er bewegt sich auf einem Kegelschnitte, dessen einer Brennpunkt nach P_2 fällt.

Ein innerer Punkt verhält sich ebenso, nur ist für ihn P_1 der mafsgebende Anziehungspunkt.

Man kann sich nun unendlich viele Kugeln denken, die in Bezug auf P_1 und P_2 das Gesetz $\frac{p_1}{p_2} = c$ befolgen, so dafs man den ganzen Innenraum der ersten Kugel ausfüllt. Ist auf jeder Fläche die Massenbelegung proportional dem Werte $\frac{1}{p_2^3}$, so ist die Sache dieselbe. Nur mufs man jetzt, da die excentrischen Kugeln auf der P_1 zugewandten Seite dichter aneinander liegen, als auf der andern, den Fehler vermeiden, von der Dichte der Flächenbelegung auf die der räumlichen