UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

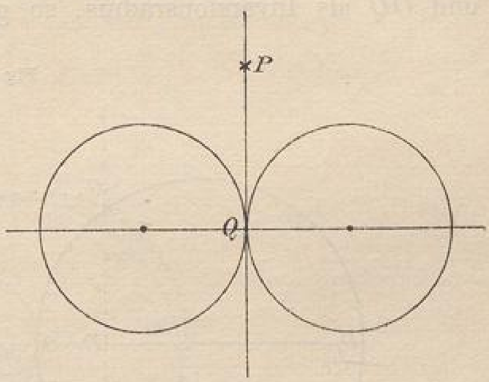
143) Mehrfache Spiegelung bei Berührungskugeln

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

Visual Library

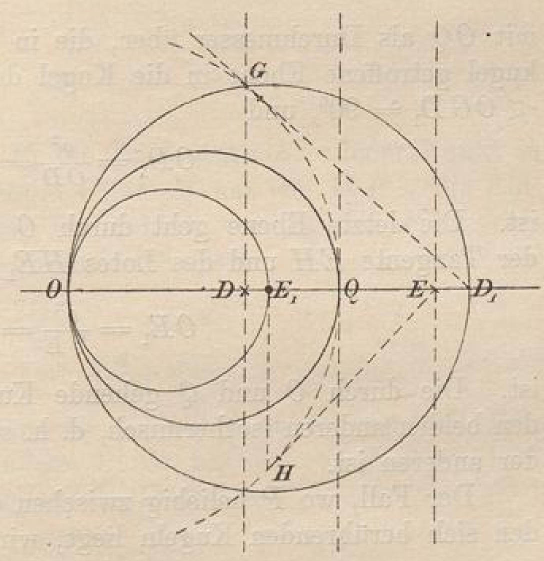
143) Mehrfache Spiegelung bei Berührungskugeln. Bildet man das Problem mit Hilfe irgend einer Kugel ab, so erhält man die Lösung des Problems zweier einander berührender Kugelflächen, bei denen der influenzierende Punkt irgendwo auf einer dritten Kugel liegt, die den Raum zwischen den beiden anderen isothermisch teilt, d. h. so, daſs die eine Kugel in Bezug auf sie zur anderen reciprok ist. Die Berührung kann dabei eine äuſserliche oder eine innerliche sein. Hat die abbildende Kugel ihr Centrum irgendwo auf der den Raum zwischen den beiden Parallelebenen halbierenden Parallelebene, so handelt es sich um den durch Fig. 109 dargestellten Symmetriefall, wo P auf zwei sich berührenden gleich groſsen Kugeln Iufluenz hervorruft. Die Übertragung geschieht nach den oben auseinandergesetzten Grundsätzen.

Fig. 109.



Wählt man als Inversionscentrum einen beliebigen Punkt O im Auſsenraume der Parallelebene, als Inversionsradius die Entfernung $OQ = \varrho$ bis zur Mittelebene, so verwandelt sich diese in eine Kugel mit dem Durchmesser OQ. Die von der Inversionskugel in F und G geschnittene Ebene geht über in eine Kugel durch O, G und F. Der rechte Winkel OGD_1 giebt einen vierten Punkt E_1, und dabei ist von selbst

Fig. 110.



$$OD_1 = \frac{\varrho^2}{OD} = \frac{\varrho^2}{\varrho - l}.$$

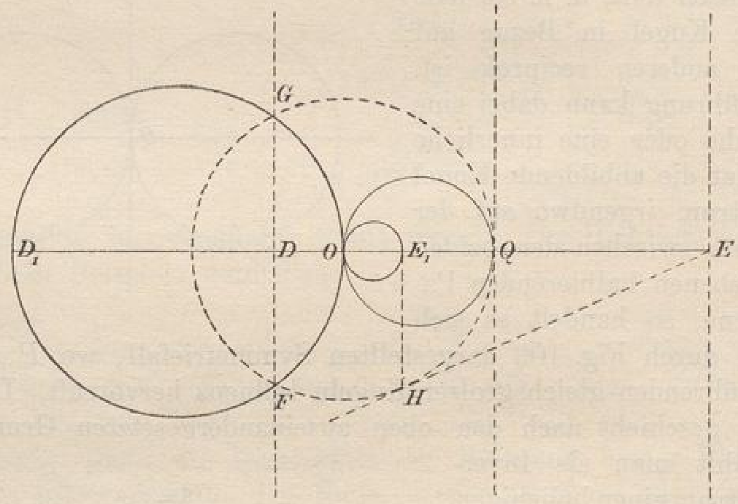
Für die letzte Kugel ergiebt sich der Punkt E_1 mit Hilfe der Tangente EH und des Lotes HE_1, wobei

$$OE_1 - \frac{\varrho^2}{OE} = \frac{\varrho^2}{\varrho - l}$$

ist. Die äufsere Kugel ist das Reciproke des Innern in Bezug auf die mittlere Kugel, was dem Begriffe der isothermischen Teilung entspricht. Auf der letzteren Kugel liegt irgendwo der influenzierende Punkt, der die beiden anderen Kugeln beeinflufst.

Wählt man einen beliebigen Punkt O zwischen den Parallelebenen und OQ als Inversionsradius, so geht die Mittelebene in die Kugel

Fig. 111.



mit OQ als Durchmesser über, die in F und G von der Inversionskugel getroffene Ebene in die Kugel durch O, G, F und D_1, wobei $\sphericalangle\, OGD_1 = 90^0$, und

$$OD_1 = \frac{\varrho^2}{OD} = \frac{\varrho^2}{l - \varrho}$$

ist. Die letzte Ebene geht durch O und E_1, wobei E_1 mit Hilfe der Tangente EH und des Lotes HE_1 gefunden wird und

$$OE_1 = \frac{\varrho^2}{OE} = \frac{\varrho^2}{\varrho + l}$$

ist. Die durch O und Q gehende Kugel teilt den Raum zwischen den beiden anderen isothermisch, d. h. so, dafs die eine die Abbildung der anderen ist.

Der Fall, wo P beliebig zwischen den beiden Parallelebenen oder den sich berührenden Kugeln liegt, wird ganz ähnlich behandelt.

144) **Aufgabe.** Zwei Ebenen E_0 und E_1 mögen sich unter dem Winkel $30^0 = \frac{360^0}{12}$ schneiden. Auf der den Winkel halbierenden Ebene liege ein influenzierender Punkt P_1 mit der Ladung $+ E$. Die Influenzverteilung soll untersucht werden.