



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

150) Das Centralellipsoid centrobarischer Körper ist stets eine Kugel

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

beliebigen anderen Punkt ihres Außenraumes, also auch centrobarisch in Bezug auf jede beliebige außen liegende Masse.

Das Attraktionscentrum eines centrobarischen Körpers kann nur in seinem Innern liegen. Wird nämlich die betreffende Fläche von außen her influenziert, so wird bei Ableitung zur Erde zwar das Potential für den Innenraum gleich Null, aber nicht für Punkte des Außenraumes. Es ist nicht ausgeschlossen, daß eine centrobarische Belegung entsteht, wie z. B. bei der Kugelfläche, aber dann ist nicht der äußere, sondern ein innerer Punkt Attraktionscentrum. Sobald ein Körper seinen Schwerpunkt im Außenraume hat, kann er nicht centrobarisch sein. Ringkörper z. B., die durch Rotation entstehen, sind niemals centrobarisch. Auch ein aus getrennten Teilen bestehender Körper kann als Ganzes genommen nicht centrobarisch sein.

150) [Die wichtigste mechanische Eigenschaft centrobarischer Körper ist die, daß ihr Centralellipsoid stets eine Kugel ist, so daß jede Schwerpunktsachse eine Hauptachse der Trägheit ist. Ein vollkommen zwingender elementarer Beweis des Satzes scheint nicht möglich zu sein. Für vorgeschrittene Leser sei des Interesses halber, welches der Satz beansprucht, folgender Beweis gegeben.

Man umgebe den centrobarischen Körper mit einer in sich geschlossenen Fläche. Jede Belegung derselben greife ihn so an, als ob seine Masse nur im Attraktionscentrum befindlich wäre, denn jeder einzelne Punkt greift dort an. Ein Kräftepaar kann also nicht entstehen. Ist die Resultante gleich Null, so sind sämtliche Gleichgewichtsbedingungen, auch die der Kräftepaare, erfüllt. Der Schwerpunkt sei Anfangspunkt der Koordinaten.

Man denke sich jetzt die Belegung der Hilfsfläche derartig, daß das Potential für jeden Punkt x, y, z des Innern den Wert xyz habe. Wird dann die Masseneinheit aus einer Lage x, y, z in eine Lage x_1, y_1, z_1 gebracht, so ist die Arbeit $x_1 y_1 z_1 - xyz$ nötig; ist δ die Dichte, so ist für jede Raumeinheit die Arbeit $\delta(x_1 y_1 z_1 - xyz)$ nötig, geschieht die Bewegung parallel zur X-Achse, so ist die Arbeit $\delta(x_1 - x)yz$ nötig, für sämtliche Punkte des Körpers also die Arbeit

$$\sum \delta(x_1 - x)yz = (x_1 - x) \sum \delta yz.$$

Da nun aber das Attraktionscentrum für den Körper gesetzt werden kann, ist zur Verschiebung von Null bis x_1 längs der X-Achse die Arbeit

$$m(x_1 - 0)y \cdot z = m \cdot x_1 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

nötig, also muß auch

$$(x_1 - x) \sum \delta yz = 0$$

sein, also, da $x_1 - x$ verschieden von Null ist,

$$\sum \delta yz = 0.$$

Dies ist aber der Ausdruck für das Centrifugalmoment, und da dieses gleich Null ist, muß die X -Achse Hauptachse sein. Die X -Achse war aber ganz willkürlich durch den Schwerpunkt gelegt, also ist jede Schwerpunktsachse Hauptachse, des Centralellipsoid also eine Kugel. (Vgl. Ing.-Math. I, Nr. 388.)

Befinden sich also zwei centrobarische Körper im Weltraum und giebt man jedem eine willkürlich fortschreitende und drehende Bewegung, so bleibt, während die beiden sich nach dem Planetengesetz umkreisen, die Drehungsachse eines jeden konstant gerichtet. Keiner der beiden beeinflusst den anderen in seiner Drehung. Es handelt sich also nur um das schon besprochene Problem zweier freien Massenpunkte. Bei dem Problem der drei Körper z. B. ist es gleichgültig, ob man centrobarische Körper oder Massenpunkte nimmt.

Für einfache Fälle, wie die centrobarische Belegung der Kugel-
fläche, läßt sich nach obigem die Gleichheit der Hauptträgheits-
momente auch elementar nachweisen.]

„Eins der überraschendsten Ergebnisse der wundervollen Green-
schen Theorie des Potentials ist der Nachweis der Existenz centro-
barischer Körper, und die Entdeckung derselben ist gewiß eine der
merkwürdigsten und interessantesten von den verschiedenen An-
wendungen dieser Theorie.“ So urteilen Thomson und Tait über
den Gegenstand dieses Abschnitts. Es handelt sich um einen der
Punkte, bei denen die Physik den Mathematiker auf neue Bahnen
geleitet hat. Aus diesem Grunde wurde den betreffenden Körpern
ein besonderes Kapitel gewidmet.