



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

158) Stationäre Strömung eines geradlinigen Flusses von konstantem Querschnitt

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

158) Stationäre Strömung eines geradlinigen Flusses von konstantem Querschnitt. Ist die Neigung einer schiefen Ebene die durch den sogenannten Reibungswinkel bestimmte, so wird ein auf ihr liegender Körper, der einen Stofs nach unten erhalten hat, sich ohne Beschleunigung, und wenn der Luftwiderstand gleich Null ist, auch ohne Verlangsamung, d. h. mit konstanter Geschwindigkeit bewegen. Die Arbeit der Schwerkraft ist dabei gleich ph , wenn p das Gewicht des Körpers, h der Höhenunterschied ist. Das Arbeitsdiagramm ist also ein Rechteck. Die Geschwindigkeit hängt nur von der Stofskraft ab, nicht von der Steilheit der Ebene, die sich bekanntlich aus $\tan \alpha = \mu$ bestimmt, wo μ der Reibungskoeffizient ist.

Man denke sich an Stelle des festen Körpers eine stationär strömende Flüssigkeit, also einen geradlinigen Strom von konstantem rechteckigen Querschnitt. Die schwache Neigung der Ebene, auf der er herabfließt, soll ebenfalls konstant sein. Die kleine Geschwindigkeit ist dann ebenfalls konstant. Dabei soll von den durch Reibung an den Wänden hervorgerufenen Drehungen der Moleküle, die durch Reibung Störungen in den Bewegungen der Nachbarmoleküle hervorrufen, abgesehen werden. Die Bewegung sämtlicher Teilchen soll also geradlinig und mit derselben Geschwindigkeit erfolgen.

Während nun bei dem vorigen Beispiele die Geschwindigkeit durch die Kraft des Anstosses bestimmt war, nicht aber von der Neigung der schiefen Ebene, hängt sie hier wesentlich von der letzteren und von der Beschaffenheit des Flußbettes ab. Die Arbeit der Schwerkraft wird durch die Überwindung der Bewegungshindernisse gerade erschöpft, sonst würde die Bewegung nicht konstant sein. Die Widerstandsverhältnisse geben einen konstanten Widerstandsfaktor κ für die Geschwindigkeit. Für die Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Neigung lassen sich verschiedene Hypothesen aufstellen. Für die hier beabsichtigten Zwecke wird angenommen, die Horizontalprojektion der Geschwindigkeit sei proportional der Tangente der Neigung. Bezeichnet man diese Projektion der Geschwindigkeit mit v , so hat man die Formel $v = \kappa_1 \tan \alpha$. Nun ist aber

$$\tan \alpha = \frac{h_1 - h_2}{w},$$

wo w der Horizontalweg, $h_1 - h_2$ die Höhendifferenz für die Endpunkte ist, demnach ist

$$v = \kappa_1 \frac{h_1 - h_2}{w}.$$

Den Ausdruck für $\tan \alpha$ bezeichnet man allgemein als das Gefälle oder das Gefällverhältnis. Nun ist aber nach obigem die Arbeit der

Schwerkraft proportional der Höhendifferenz, also ist auch das Potential proportional dieser Differenz, z. B. Potentialdifferenz gleich $\kappa_2(h_1 - h_2)$. Demnach ist

$$v = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \frac{\text{Potentialdifferenz}}{w},$$

also, wenn man $\frac{\kappa_1}{\kappa_2} = \kappa$ setzt,

$$v = \kappa \frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{Horizontalweg}}.$$

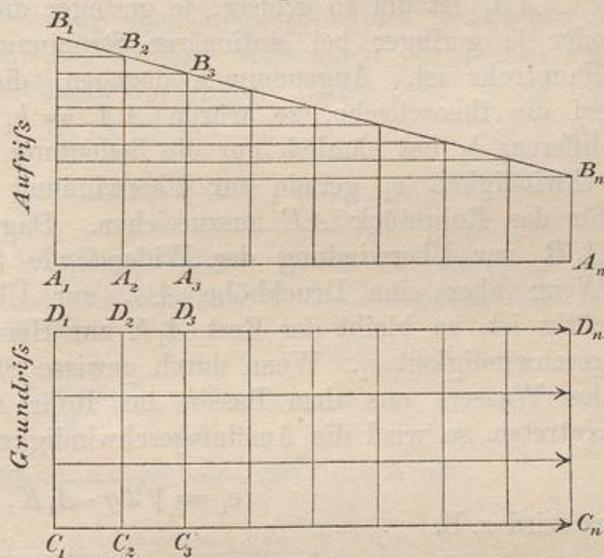
Die sekundlich durch jeden Querschnitt passierende Flüssigkeitsmenge ist also

$$m = vF = \kappa F \frac{V_1 - V_2}{w} = \kappa F \frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{Horizontalweg}}.$$

In Figur 117 sind diese Verhältnisse dargestellt. Man hat so ein Analogon für die Wärmeströmung in einem ebenen Parallelstreifen und für die Elektrizitätsströmung in einem solchen nach dem Ohm'schen Gesetze.

Bei senkrechtem Falle wird das Beispiel illusorisch, da dann $\frac{V_1 - V_2}{w}$ unendlich groß, die Projektion der Geschwindigkeit aber gleich Null wird. Zwar kann der Widerstand so groß gemacht werden, wie die Schwerkraft selbst, so daß die Geschwindigkeit irgend einen konstanten Wert erhält, aber mit der Formel selbst läßt nichts mehr anfangen. Praktisch hat sich also diese Analogie in bestimmten Grenzen zu halten, sie gilt nur für kleine Geschwindigkeiten und geringe Neigungen.

Fig. 117.



159) Druckhöhe in Wasserleitungsröhren von konstantem Querschnitt. Man denke sich ein Wasserbassin, von dessen Grunde ein horizontales Leitungsrohr ausgeht. Bei F ströme das Wasser mit beliebiger Geschwindigkeit v_1 , die kleiner als die theoretische Ausflugs geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ sei, aus.