# Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1898**

159) Druckhöhe in Wasserleitungsröhren von konstantem Querschnitt

Schwerkraft proportional der Höhendifferenz, also ist auch das Potential proportional dieser Differenz, z. B. Potentialdifferenz gleich $\varkappa_2 (h_1 - h_2)$. Demnach ist

$$v = \frac{\varkappa_1}{\varkappa_2} \frac{\text{Potentialdifferenz}}{w},$$

also, wenn man $\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2} = \varkappa$ setzt,

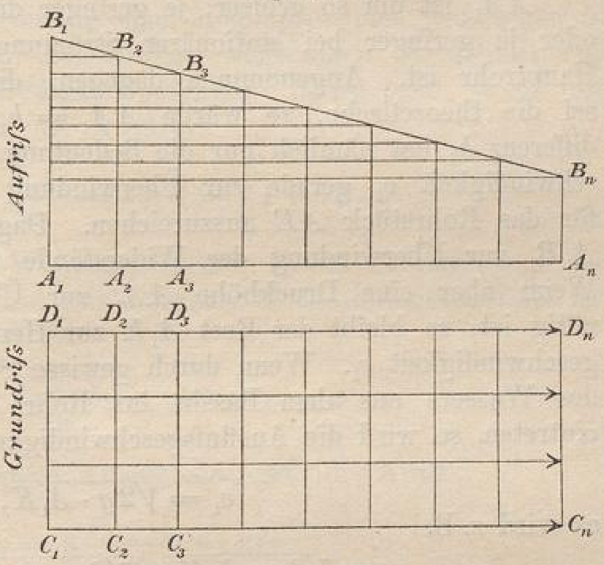
$$v = \varkappa \frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{Horizontalweg}}.$$

Die sekundlich durch jeden Querschnitt passierende Flüssigkeitsmenge ist also

$$m = vF = \varkappa F \frac{V_1 - V_2}{w} = \varkappa F \frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{Horizontalweg}}.$$

In Figur 117 sind diese Verhältnisse dargestellt. Man hat so ein Analogon für die Wärmeströmung in einem ebenen Parallelstreifen und für die Elektrizitätsströmung in einem solchen nach dem Ohmschen Gesetze.

Fig. 117.

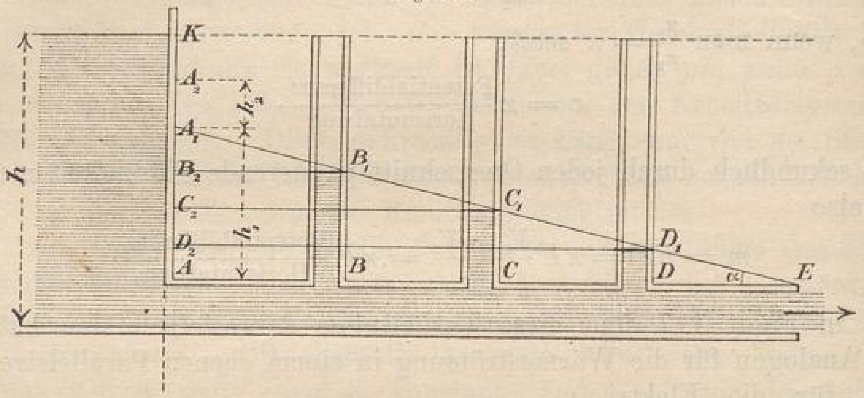



Bei senkrechtem Falle wird das Beispiel illusorisch, da dann $\frac{V_1 - V_2}{w}$ unendlich grofs, die Projektion der Geschwindigkeit aber gleich Null wird. Zwar kann der Widerstand so grofs gemacht werden, wie die Schwerkraft selbst, so dafs die Geschwindigkeit irgend einen konstanten Wert erhält, aber mit der Formel selbst läfst nichts mehr anfangen. Praktisch hat sich also diese Analogie in bestimmten Grenzen zu halten, sie gilt nur für kleine Geschwindigkeiten und geringe Neigungen.

159) Druckhöhe in Wasserleitungsröhren von konstantem Querschnitt. Man denke sich ein Wasserbassin, von dessen Grunde ein horizontales Leitungsrohr ausgeht. Bei $F$ ströme das Wasser mit beliebiger Geschwindigkeit $v_1$, die kleiner als die theoretische Ausflufsgeschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ sei, aus.

Bringt man zur Messung des Druckes, unter dem das Rohr an verschiedenen Stellen steht, senkrechte offene Röhren an, so zeigt sich, dafs die Wasserstände nach einer geraden Linie $A_1 E$ abnehmen.

Fig. 118.




$AA_1$ ist um so gröfser, je geringer die Ausflufsgeschwindigkeit, oder je geringer bei stationärer Strömung die Geschwindigkeit im Hauptrohr ist. Angenommen dagegen, die Ausflufsgeschwindigkeit sei die theoretische, so würde $AA_1 = h_1 = 0$ sein. Die Druckdifferenz $h_1$ hat nämlich nur die Bedeutung, bei der vorliegenden Geschwindigkeit $v_1$ gerade zur Überwindung der Reibungswiderstände für das Rohrstück $AE$ auszureichen. Dagegen reicht die Differenz $A_1 B_2$ zur Überwindung der Widerstände für die Strecke $AB$ aus. Wenn aber eine Druckhöhe $AA_1$ zur Überwindung der Reibung nötig ist, so bleibt der Rest $A_1 K$ zur Hervorbringung der Ausflufsgeschwindigkeit $v_1$. Wenn durch gewisse Störungen beim Übergange des Wassers aus dem Bassin ins Rohr noch besondere Verluste eintreten, so wird die Ausflufsgeschwindigkeit noch kleiner als

$$v_1 = \sqrt{2g \cdot A_1 K},$$

es wird z. B.

$$v_1 = \sqrt{2g \cdot A_2 K} = \sqrt{2g \cdot (h - h_1 - h_2)}.$$

[Die Gleichung der Geraden $A_1 F$ ist von der Form

$$\frac{x}{l} + \frac{y}{h_1} = 1$$

oder

$$y = h_1 - x\frac{h_1}{l} = h_1 - x \tan \alpha$$

Hier ist nach der letzten Formel (für $v_1$)

$$h_1 = h - h_2 - \frac{v_1^2}{2g}$$

zu setzen. Man findet übrigens $v_1$ und $h_1$ durch Beobachtung, $A_2K$ durch Berechnung aus $v_1 = \sqrt{2gA_2K}$, so daſs $h_2$ durch eine Subtraktion gefunden wird. Vgl. dazu Weisbach Ing. Mechanik u. s. w.]

Für unsere Zwecke reicht es aus, sich mit dem Diagramm $AFA_1$ zu beschäftigen. Die Druckdifferenzen entsprechen bestimmten Widerstandsarbeiten, sie veranschaulichen also Potentialdifferenzen.

Ganz ebenso sieht das Diagramm für die Potentialdifferenzen bei der elektrischen Strömung in einem homogenen Drahte aus, die bekanntlich dem Ohmschen Gesetze gehorcht. Auch dort werden die Potentialdifferenzen nur dazu verwandt, die Widerstände zu überwinden. Die Geschwindigkeiten werden dadurch nicht beeinfluſst. Man vgl. dazu das in Nr. 54 Gesagte. Die Potentialdifferenzen sind hier proportional den Weglängen.

Ebenso ist es mit der Fortbewegung der Wärme in einer dünnen Platte von der Gestalt eines Parallelstreifens, dessen eines Ende auf der konstanten Temperatur $t_1$ gehalten wird, während das andere auf der niedrigeren $t_n$ steht. Die Lote entsprechen den Temperaturen. Dasselbe gilt von der Strömung einer inkompressiblen Flüssigkeit in einem Kanale von überall konstantem rechteckigen Querschnitt und dem zugehörigen Geschwindigkeitspotential. Maſsgebend ist für die passierende Menge überall der Ausdruck

$$\lambda F \frac{V_2 - V_1}{w} = \lambda F G = \lambda F \tan\alpha,$$

wo $\lambda$ der Leitungs- oder Widerstandsfaktor, $F$ der Querschnitt, $w$ die Weglänge, $V_2 - V_1$ die Potentialdifferenz, $G$ das Potentialgefälle ist. Die Geschwindigkeit selbst ist

$$v = \lambda \frac{V_2 - V_1}{w} = \lambda G = \lambda \tan\alpha,$$

während beim Newtonschen Anziehungsgesetz die Kraft

$$p = \varkappa \frac{V_2 - V_1}{w} = \varkappa G$$

war.

160) Ausdehnung der Analogien auf die Radialströmung in ebenen Platten.

Die Strömung erfolge jetzt in einer dünnen, überall gleich starken ebenen Platte, entweder von $O$ aus nach allen Seiten hin, oder innerhalb eines Sektors $OB_5C_5$. Soll die Strömung stationär sein, so muſs durch die Bogen $B_1C_1$, $B_2C_2$, $B_3C_3, \ldots$ u. s. w. dieselbe Menge passieren, d. h. die Geschwindigkeit muſs umgekehrt proportional dem Radius $r$ sein, d. h. es ist