



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

166) Linien gleicher Stromstärke und Stromrichtung für das Problem

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{\frac{1}{r_1} \sin \vartheta_1 + \frac{1}{r_2} \sin \vartheta_2}{\frac{1}{r_1} \cos \vartheta_1 + \frac{1}{r_2} \cos \vartheta_2} = \frac{\frac{r_1 \sin \vartheta_1}{r_1^2} + \frac{r_2 \sin \vartheta_2}{r_2^2}}{\frac{r_1 \cos \vartheta_1}{r_1^2} + \frac{r_2 \cos \vartheta_2}{r_2^2}} = \frac{\frac{y}{r_1^2} + \frac{y}{r_2^2}}{\frac{x+1}{r_1^2} + \frac{x-1}{r_2^2}} \\ &= \frac{y(r_2^2 + r_1^2)}{x(r_2^2 + r_1^2) + (r_2^2 - r_1^2)}, \end{aligned}$$

oder, wenn man für r_2^2 und r_1^2 die Werte $(x-1)^2 + y^2$ bzw. $(x+1)^2 + y^2$ einsetzt,

$$4) \quad \tan \alpha = \frac{y(x^2 + y^2 + 1)}{x(x^2 + y^2 + 1) - 2xy}.$$

166) Linien gleicher Stromdichte und gleicher Stromrichtung für dieses Problem. Setzt man die Ausdrücke für p und $\tan \alpha$ gleich konstanten Größen, so erhält man in

$$5) \quad \frac{2r}{r_1 r_2} = c$$

und

$$6) \quad \frac{y(x^2 + y^2 + 1)}{x(x^2 + y^2 + 1) - 2xy} = c$$

die gesuchten Kurven.

Die Kurven 5) geben die Stellen gleichen Potentialgefälles und gleicher Intensität für das Anziehungsproblem, gleicher Geschwindigkeit für das Strömungsproblem einer inkompressiblen Flüssigkeit in den hyperbolischen Streifen, gleicher Stromdichte für die stationäre Elektrizitäts- bzw. Wärmeströmung. Sie passieren Quadrate von gleicher Größe in der quadratischen Einteilung.

Die Kurven 6) verbinden die Punkte gleicher Stromrichtung bzw. gleicher Anziehungsrichtung miteinander. [Beiläufig sei bemerkt, daß ihre Gleichung sich auf $\vartheta - (\vartheta_1 + \vartheta_2) = c$ zurückführen läßt, wo ϑ die Neigung des Vektors OP ist, und daß sie die Orthogonalschar zu den Kurven 5) geben.] Sie werden konstruiert, indem man in das System der Lemniskaten oder Hyperbeln eine Parallelschar legt und die Berührungspunkte verbindet.

167) Die Diagrammfläche des Problems. Denkt man sich auf der Ebene der Lemniskaten und Hyperbeln in jedem Punkte das Lot $z = \lg(r_1 r_2) = \lg r_1 + \lg r_2$ errichtet, so erhält man die Diagrammfläche des Potentials. Die Projektionen der Niveaulinien und Steilungslinien sind die der Lemniskaten und Hyperbeln; die der Linien gleicher Steilheit (gleichen Gefälles) sind die Kurven 5), die der gleichen