



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

173) Dreipunktproblem für positive Mengen

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

quadratisch teilenden konzentrischen Kreisen der beiden Büschel, was nach Form und Gleichung auf die Kurven 1) führt. Über die Diagrammfläche, ebenso über die Kurven gleicher Intensität und gleicher Stromrichtung lassen sich dieselben Betrachtungen wie vorher anstellen, nur werden die Resultate weniger einfach. Die Zeichnung für den Fall $E_1 : E_2 = 2 : 1$ erinnert an Fig. 72.

Die Stromlinien haben Asymptoten, die unter gleichen Winkeln aufeinander folgen und durch den Schwerpunkt der „Massen“ E_1 und E_2 gehen. Zwei dieser Asymptoten teilen den Winkel $M_2 M M_1$ im Verhältnis $E_2 : E_1$. Die zugehörigen Stromlinien grenzen die beiden Ausströmungsbereiche voneinander ab. Zu den Niveaulinien gehört ein unendlich großer Kreis um den Schwerpunkt. [Auf die Transformation, welche das Strahlenbüschel und die konzentrische Kreisschar direkt in die vorliegenden Kurvenscharen verwandelt, kann hier nicht eingegangen werden. Dazu vergleiche man Kapitel X der Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften.]

172) **Aufgabe.** In M_1 ströme die Elektrizitätsmenge E_1 ein, der Teil E_2 werde in M_2 abgeleitet, der Rest fließe ins Unendliche ab. Die Niveau- und Stromlinien sind zu untersuchen.

Auflösung. Konstruktiv beginnt man wie vorher, nur nimmt man die andere Diagonalengruppe. Dies und die Potentialüberlegung führt auf die Niveaulinien

$$1) \quad E_1 \lg r_1 - E_2 \lg r_2 = c \quad \text{oder} \quad r_1^{E_1} r_2^{-E_2} = e^c.$$

$$2) \quad E_1 \vartheta_1 - E_2 \vartheta_2 = c.$$

Die Zeichnung für $E_1 : E_2 = 2 : 1$ erinnert an Fig. 76. Die Arme der sich selbst schneidenden Kurven schneiden einander rechtwinklig.

173) **Aufgabe.** In drei beliebig liegenden Punkten der Ebene werde Elektrizität in den sekundlichen Mengen E_1 , E_2 und E_3 eingeführt, im Unendlichen abgeleitet. Das Stromnetz ist zu untersuchen.

Auflösung. Man bilde zunächst die Stromlinien für E_1 und E_2 und zwar soll die Zahl der Streifen für M_1 gleich nE_1 , für M_2 gleich nE_2 sein. Darauf bilde man das regelrechte Strahlenbüschel für M_3 mit nE_3 Streifen. Die eine Gruppe von Diagonalkurven des entstehenden Maschennetzes giebt die gesuchten Stromlinien. Darauf bilde man für M_1 und M_2 die quadratisch einteilenden Niveaulinien, für M_3 die quadratisch einteilenden konzentrischen Kreise und verfare damit ebenso.

Die Gleichungen werden

$$1) \quad E_1 \lg r_1 + E_2 \lg r_2 + E_3 \lg r_3 = c,$$

oder

$$1*) \quad r_1^{E_1} r_2^{E_2} r_3^{E_3} = e^c.$$

$$2) \quad E_1 \vartheta_1 + E_2 \vartheta_2 + E_3 \vartheta_3 = c.$$

Die Asymptoten folgen unter gleichen Winkeln aufeinander und gehen durch den Schwerpunkt S der „Massen“ E_1, E_2, E_3 . Jedem Punkte kommt ein Bereich der Ebene zu. Der unendlich große Kreis wird durch die trennenden Kurven bzw. ihre Asymptoten in Bereiche eingeteilt, die sich verhalten wie $E_1 : E_2 : E_3$. Dies erleichtert die Zeichnung der Kurven. Die Tangenten in M_1, M_2, M_3 bilden regelmäßige Strahlenbüschel mit nE_1, nE_2, nE_3 Streifen.

174) **Aufgabe.** In M_1 und M_2 werde sekundlich die Strommenge E_1 und E_2 eingeleitet, in M_3 werde der Teil E_3 , der Rest im Unendlichen abgeleitet. Das Stromnetz soll untersucht werden.

Auflösung. Konstruktiv beginnt man wie vorher, nur nimmt man jedesmal die andere Gruppe von Diagonalkurven. Die Gleichungen werden

$$1) \quad E_1 \lg r_1 + E_2 \lg r_2 - E_3 \lg r_3 = c,$$

oder

$$1*) \quad r_1^{E_1} r_2^{E_2} r_3^{-E_3} = e^c.$$

$$2) \quad E_1 \vartheta_1 + E_2 \vartheta_2 - E_3 \vartheta_3 = c.$$

Von den $n(E_1 + E_2)$ Stromlinien, die von M_1 ausgehen, wandern nE_3 nach M_3 , der Rest von $n(E_1 + E_2 - E_3)$ geht nach dem unendlichen Bereiche. Die Asymptoten der letzteren folgen unter gleichen Winkeln aufeinander und gehen durch den Schwerpunkt der Massen E_1, E_2 und $-E_3$, der mit Hilfe entsprechender Kräfte leicht konstruiert wird.

Ist $E_1 + E_2 - E_3 = 0$, so fließt keine Elektrizität ins Unendliche ab, und alle Stromlinien, die von M_1 und M_2 ausgehen, treffen sich in M_3 . Die Tangenten der Stromlinien in M_1, M_2, M_3 bilden regelmäßige Strahlenbüschel mit nE_1, nE_2, nE_3 Streifen.

175) **Aufgabe.** In beliebigen Punkten $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ der Ebene strömen sekundlich die gleichartigen elektrischen Mengen $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ ein, um im Unendlichen abgeleitet zu werden. Das Stromnetz ist zu untersuchen.