Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

175) Das n-Punktproblem für gleichartige Elektrizitäten

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

Die Gleichungen werden

1) $$E_1 \lg r_1 + E_2 \lg r_2 + E_3 \lg r_3 = c,$$

oder

1*) $$r_1^{E_1} r_2^{E_2} r_3^{E_3} = e^c.$$

2) $$E_1 \vartheta_1 + E_2 \vartheta_2 + E_3 \vartheta_3 = c.$$

Die Asymptoten folgen unter gleichen Winkeln aufeinander und gehen durch den Schwerpunkt S der „Massen“ E_1, E_2, E_3. Jedem Punkte kommt ein Bereich der Ebene zu. Der unendlich groſse Kreis wird durch die trennenden Kurven bezw. ihre Asymptoten in Bereiche eingeteilt, die sich verhalten wie $E_1 : E_2 : E_3$. Dies erleichtert die Zeichnung der Kurven. Die Tangenten in M_1, M_2, M_3 bilden regelmäſsige Strahlenbüschel mit nE_1, nE_2, nE_3 Streifen.

174) **Aufgabe.** In M_1 und M_2 werde sekundlich die Strommenge E_1 und E_2 eingeleitet, in M_3 werde der Teil E_3, der Rest im Unendlichen abgeleitet. Das Stromnetz soll untersucht werden.

Auflösung. Konstruktiv beginnt man wie vorher, nur nimmt man jedesmal die andere Gruppe von Diagonalkurven. Die Gleichungen werden

1) $$E_1 \lg r_1 + E_2 \lg r_2 - E_3 \lg r_3 = c,$$

oder

1*) $$r_1^{E_1} r_2^{E_2} r_3^{-E_3} = c.$$

2) $$E_1 \vartheta_1 + E_2 \vartheta_2 - E_3 \vartheta_3 = c.$$

Von den $n(E_1 + E_2)$ Stromlinien, die von M_1 ausgehen, wandern nE_3 nach M_3, der Rest von $n(E_1 + E_2 - E_3)$ geht nach dem unendlichen Bereiche. Die Asymptoten der letzteren folgen unter gleichen Winkeln aufeinander und gehen durch den Schwerpunkt der Massen E_1, E_2 und $-E_3$, der mit Hilfe entsprechender Kräfte leicht konstruiert wird.

Ist $E_1 + E_2 - E_3 = 0$, so flieſst keine Elektrizität ins Unendliche ab, und alle Stromlinien, die von M_1 und M_2 ausgehen, treffen sich in M_3. Die Tangenten der Stromlinien in M_1, M_2, M_3 bilden regelmäſsige Strahlenbüschel mit nE_1, nE_2, nE_3 Streifen.

175) **Aufgabe.** In beliebigen Punkten $M_1, M_2, M_3, \ldots M_n$ der Ebene strömen sekundlich die gleichartigen elektrischen Mengen $E_1, E_2, E_3, \ldots E_n$ ein, um im Unendlichen abgeleitet zu werden. Das Stromnetz ist zu untersuchen.

Auflösung. Die Gleichungen werden nach obigem

1) $$E_1 \lg r_1 + E_2 \lg r_2 + \cdots E_n \lg r_n = c,$$

oder

1*) $$r_1^{E_1} r_2^{E_2} r_3^{E_3} \ldots r_n^{E_n} = e^c,$$

bezw.

2) $$E_1 \vartheta_1 + E_2 \vartheta_2 + \cdots + E_n \vartheta_n = c.$$

Der konstruktive Weg ist umständlich, bietet aber keine Schwierigkeiten. Man konstruiert nach Nr. 173 das Netz für drei Punkte, nimmt das Strahlenbüschel bezw. die koncentrische Kreisschar des vierten, dazu bildet man die Diagonalkurven. Dann wird der fünfte Punkt dazugezogen. Die Asymptoten der Stromlinien gehen durch den Schwerpunkt und folgen unter gleichen Winkeln aufeinander. Von der Streifenzahl gilt dasselbe, wie vorher.

176) **Aufgabe.** In den Punkten $M_1, M_2, M_3 \ldots M_n$ mögen die Strommengen $e_1, e_2, e_3 \ldots e_n$ eingeleitet, in den Punkten $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \ldots \mathfrak{M}_\nu$ die Mengen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_\nu$ abgeleitet werden, der Rest soll ins Unendliche abfliefsen. Das Stromnetz ist zu untersuchen.

Auflösung. Die Gleichungen werden

1) $$e_1 \lg r_1 + e_2 \lg r_2 + \cdots + e_n \lg r_n - [\varepsilon_1 \lg \varrho_1 + \varepsilon_2 \lg \varrho_2 + \cdots \varepsilon_\nu \lg \varrho_\nu] = c.$$

oder

1*) $$\frac{r_1^{e_1} r_2^{e_2} \cdots r_n^{e_n}}{\varrho_1^{\varepsilon_1} \varrho_2^{\varepsilon_2} \cdots \varrho_n^{\varepsilon_n}} = c.$$

Konstruktiv verfährt man wie vorher, nur ist bei Heranziehung der negativen Ströme die andere Diagonalgruppe zu wählen. Die Stromlinien sind

2) $$e_1 \vartheta_1 + e_2 \vartheta_2 + \cdots + e_n \vartheta_n - [\varepsilon_1 \varphi_1 + \varepsilon_2 \varphi_2 + \cdots + \varepsilon_\nu \varphi_\nu] = c.$$

Die Asymptoten der Stromlinien gehen durch den Schwerpunkt der teils positiven, teils negativen Massen und folgen unter gleichen Winkeln aufeinander. Von der Streifenzahl für die einzelnen Punkte gilt dasselbe wie vorher. Ist die Summe der positiven und negativen Strommengen gleich Null, so geht nichts ins Unendliche, also sind unter den Stromlinien im allgemeinen keine asymptotischen. Nur gewisse Grenzkurven sind auszunehmen.

Als allgemeine Form der Niveau- und Stromlinien kann man einfacher schreiben