



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

176) Das n-Punktproblem für ungleichartige Elektrizitäten

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

Auflösung. Die Gleichungen werden nach obigem

$$1) \quad E_1 \lg r_1 + E_2 \lg r_2 + \dots + E_n \lg r_n = c,$$

oder

$$1*) \quad r_1^{E_1} r_2^{E_2} r_3^{E_3} \dots r_n^{E_n} = c^c,$$

bezw.

$$2) \quad E_1 \vartheta_1 + E_2 \vartheta_2 + \dots + E_n \vartheta_n = c.$$

Der konstruktive Weg ist umständlich, bietet aber keine Schwierigkeiten. Man konstruiert nach Nr. 173 das Netz für drei Punkte, nimmt das Strahlenbüschel bzw. die konzentrische Kreisschar des vierten, dazu bildet man die Diagonalkurven. Dann wird der fünfte Punkt dazugezogen. Die Asymptoten der Stromlinien gehen durch den Schwerpunkt und folgen unter gleichen Winkeln aufeinander. Von der Streifenanzahl gilt dasselbe, wie vorher.

176) **Aufgabe.** In den Punkten $M_1, M_2, M_3 \dots M_n$ mögen die Strommengen $e_1, e_2, e_3 \dots e_n$ eingeleitet, in den Punkten $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \dots \mathfrak{M}_v$ die Mengen $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots \varepsilon_v$ abgeleitet werden, der Rest soll ins Unendliche abfließen. Das Stromnetz ist zu untersuchen.

Auflösung. Die Gleichungen werden

$$1) \quad e_1 \lg r_1 + e_2 \lg r_2 + \dots + e_n \lg r_n - [\varepsilon_1 \lg \varrho_1 + \varepsilon_2 \lg \varrho_2 + \dots + \varepsilon_v \lg \varrho_v] = c.$$

oder

$$1*) \quad \frac{r_1^{e_1} r_2^{e_2} \dots r_n^{e_n}}{\varrho_1^{\varepsilon_1} \varrho_2^{\varepsilon_2} \dots \varrho_v^{\varepsilon_v}} = c^c.$$

Konstruktiv verfährt man wie vorher, nur ist bei Heranziehung der negativen Ströme die andere Diagonalgruppe zu wählen. Die Stromlinien sind

$$2) \quad e_1 \vartheta_1 + e_2 \vartheta_2 + \dots + e_n \vartheta_n - [\varepsilon_1 \varphi_1 + \varepsilon_2 \varphi_2 + \dots + \varepsilon_v \varphi_v] = c.$$

Die Asymptoten der Stromlinien gehen durch den Schwerpunkt der teils positiven, teils negativen Massen und folgen unter gleichen Winkeln aufeinander. Von der Streifenanzahl für die einzelnen Punkte gilt dasselbe wie vorher. Ist die Summe der positiven und negativen Strommengen gleich Null, so geht nichts ins Unendliche, also sind unter den Stromlinien im allgemeinen keine asymptotischen. Nur gewisse Grenzkurven sind auszunehmen.

Als allgemeine Form der Niveau- und Stromlinien kann man einfacher schreiben

$$\text{I)} \quad r_1^{e_1} r_2^{e_2} \dots r_n^{e_n} = c^c,$$

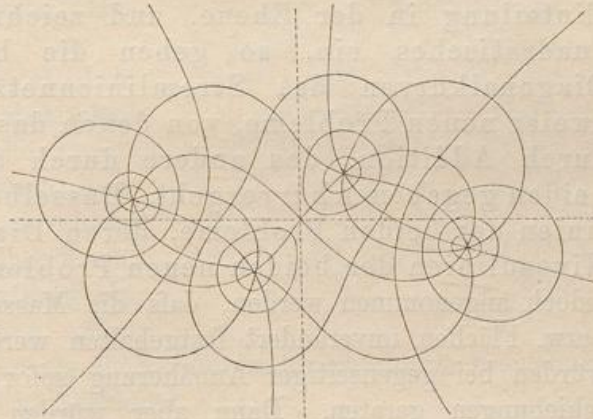
$$\text{II)} \quad e_1 \vartheta_1 + e_2 \vartheta_2 + \dots + e_n \vartheta_n = c,$$

wo die e teils positiv, teils negativ aufzufassen sind.

Damit sind die Punktprobleme für das logarithmische Potential erledigt.

[In Kap. X und XI der Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften ist gezeigt, wie man durch eine einfache Transformation direkt vom Parallelen- oder vom Einpunktproblem zu diesem allgemeinsten Punktproblem übergehen kann.]

Fig. 129.



177) Einige Beispiele. Um einen Begriff von den hier auftretenden Kurvensystemen zu erhalten, vergleiche man die beiden beistehenden Figuren, die der Theorie der isogonalen Verwandtschaften des Verfassers entnommen sind. Bei beiden handelt es sich um gleiche Mengen einströmender und abgeleiteter Elektrizität in vier bzw. sechs Punkten, so daß ein Abströmen ins Unendliche nicht stattfindet. Beide Zeichnungen erläutern sich selbst. An beiden läßt sich auch das Verhalten der durch Erdleitung vermittelten Rückströmungen beim Telegraphieren erläutern. Man nehme an, die drei inneren Büschelpunkte seien Telegraphenstationen, die gleichzeitig nach den drei äußeren telegraphieren. Unter Voraussetzung homogenen Erdreichs stellt dann die Zeichnung die entstehenden Rückströme dar, wobei zu beachten

Fig. 130.

