



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

183) Deutungen der Figur

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

oder endlich

$$\frac{r}{\sqrt{r^2 - 2ar \cos \vartheta + a^2}} = e^c.$$

Sie geht über in

$$2) \quad \frac{e^X}{\sqrt{e^{2X} - 2ae^X \cos Y + a^2}} = e^c$$

oder durch Logarithmierung in

$$2^*) \quad \lg e^X - \frac{1}{2} \lg [e^{2X} - 2ae^X \cos Y + a^2] = c.$$

Eine beliebig genaue Konstruktion der Kurven ergibt sich folgendermaßen. Man denke sich nach Fig. 85 die z -Ebene durch Polarkoordinaten, die Z -Ebene durch gewöhnliche Parallelscharen in Quadrate eingeteilt. In der z -Ebene zeichne man die quadratische Einteilung durch Kreisbüschel und orthogonale Kreisschar mit den Grundpunkten $x = 0$ und $x = +a$ der X -Achse mit anderer Farbe z. B. rot ein. Ist die ursprüngliche Teilung klein genug gewählt, so kann man die rote Zeichnung innerhalb jedes kleinen Quadrates der z -Ebene in das entsprechende Quadrat der Z -Ebene geometrisch ähnlich eintragen. In Fig. 134 ist das entstehende Gebilde dargestellt. Die Figur ist symmetrisch gegen AB , A_1B_1 und CD nach oben und unten fortzusetzen, so daß unendlich viele Parallelstreifen entstehen. Die durch E und F gehenden Niveaulinien haben Asymptoten, die aus Gründen potentieller Gleichwertigkeit die beiden Halbstreifen halbieren. Die nach links fortgesetzte Figur geht allmählich in eine wirkliche Quadratteilung durch gerade Linien über.

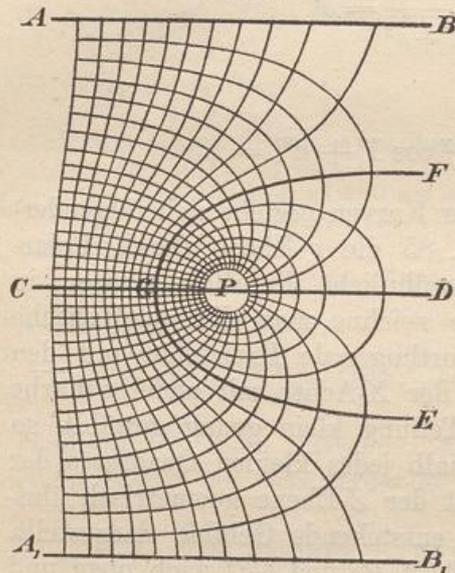
183) Deutungen der Figur. a) Man denke sich einen unbegrenzt langen Parallelstreifen von Metall, in den von links her Elektrizität einströme. Im Punkte P werde die gesamte Elektrizität abgeleitet. Die Figur stellt die Strom- und Niveaulinien des Problems und die entsprechende quadratische Einteilung dar. Die entsprechende Wärmeströmung ist mit denselben Worten darzustellen.

b) In einem flachen Kanale ströme von links her regelmäsig Wasser heran, welches durch eine Pumpe bei P entfernt wird oder dort durch eine Bodenöffnung nach unten versinkt. Die Stromlinien und die Linien gleichen Geschwindigkeitspotentials sind dargestellt. Die Geschwindigkeiten sind umgekehrt proportional den Dimensionen der Quadrate. Nach rechts hin befindet sich die Flüssigkeit in angenähertem, in sehr großer Entfernung in absolutem Ruhezustande.

c) Der Streifen stelle nach der noch zu besprechenden Forchheimerschen Grundwassertheorie eine Grundwasser führende Sandschicht in einem Thale dar, dessen Begrenzung durch die Geraden

gegeben ist. Bei P werde der gesamte Grundwasserstrom durch eine Pumpe entfernt. Die Niveaulinien sind Linien gleichen Grundwasserstandes, bezogen auf die Neigungsebene des Thales, die anderen Linien sind Stromlinien des Grundwassers.

Fig. 184.



d) Man setze die Figur nach oben und unten durch Symmetrie periodisch fort, so dass man beliebig viele Parallelstreifen erhält. Die kleinen Kreise bei den Punkten P sollen die Normalschnitte von sehr langen parallelen Drähten sein. Von links her nahe sich eine Induktionswirkung, die in idealer Weise von dem „Drahtgitter“ vollkommen aufgesaugt werde. In dem Raume rechts von P werden die Dimensionen der „Quadrate“ allmählich unendlich groß gegen die der links davon liegenden. Die Influenzwirkungen werden also nach rechts hin allmählich unendlich schwach.

So erhält man eine Vorstellung von den Wirkungen der Schutzgitter, die folgende Bedeutung haben. Soll ein Körper, z. B. eine Magnetnadel, gegen Influenzwirkungen geschützt werden, so umschließt man ihn mit einem Metallgefäße, mit dem er leitend verbunden ist. Beide haben dann gleiches Potential, z. B. durch Verbindung mit der Erde das Potential Null. Um jedoch die Nadel beobachten zu können, muß man dem Gefäße eine Öffnung geben. Diese Öffnung hat man jedoch mit einem Parallelgitter von Drähten zu versehen, welches die Induktionswirkungen in der oben beschriebenen Weise abhält.

184) Eine Modifikation des Beispiels. Man denke sich in der z -Ebene das Zweipunktproblem mit elektrischer Ein- und Ausströmung in denselben Punkten ($x=0$ und $x=a$), jedoch soll in $x=0$ doppelt soviel einströmen, als in $x=a$ abgeleitet wird, so dass der Rest ins Unendliche abfließen muß. Die Strom- und Niveaulinien des Problems sollen in die Z -Ebene übertragen werden.

Auflösung. Es handelt sich um die Niveaulinien

$$2 \lg r - \lg r_1 = c \quad \text{oder} \quad \frac{r^2}{r_1} = e^c \quad \text{oder} \quad \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} = e^c$$