



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

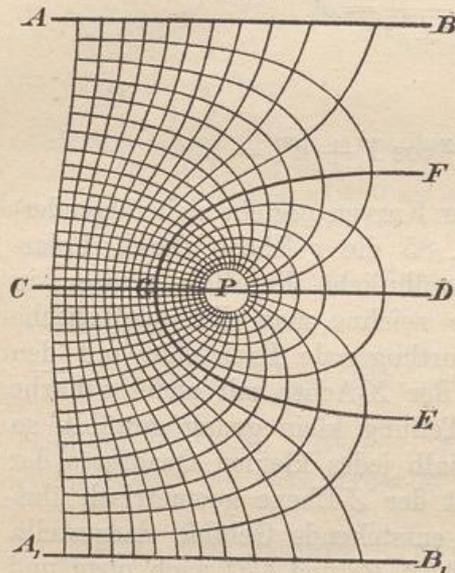
Leipzig, 1898

184) Eine Modifikation des Beispiels

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

gegeben ist. Bei P werde der gesamte Grundwasserstrom durch eine Pumpe entfernt. Die Niveaulinien sind Linien gleichen Grundwasserstandes, bezogen auf die Neigungsebene des Thales, die anderen Linien sind Stromlinien des Grundwassers.

Fig. 184.



d) Man setze die Figur nach oben und unten durch Symmetrie periodisch fort, so dass man beliebig viele Parallelstreifen erhält. Die kleinen Kreise bei den Punkten P sollen die Normalschnitte von sehr langen parallelen Drähten sein. Von links her nahe sich eine Induktionswirkung, die in idealer Weise von dem „Drahtgitter“ vollkommen aufgesaugt werde. In dem Raume rechts von P werden die Dimensionen der „Quadrate“ allmählich unendlich groß gegen die der links davon liegenden. Die Influenzwirkungen werden also nach rechts hin allmählich unendlich schwach.

So erhält man eine Vorstellung von den Wirkungen der Schutzgitter, die folgende Bedeutung haben. Soll ein Körper, z. B. eine Magnetnadel, gegen Influenzwirkungen geschützt werden, so umschließt man ihn mit einem Metallgefäße, mit dem er leitend verbunden ist. Beide haben dann gleiches Potential, z. B. durch Verbindung mit der Erde das Potential Null. Um jedoch die Nadel beobachten zu können, muß man dem Gefäß eine Öffnung geben. Diese Öffnung hat man jedoch mit einem Parallelgitter von Drähten zu versehen, welches die Induktionswirkungen in der oben beschriebenen Weise abhält.

184) Eine Modifikation des Beispiels. Man denke sich in der z -Ebene das Zweipunktproblem mit elektrischer Ein- und Ausströmung in denselben Punkten ($x=0$ und $x=a$), jedoch soll in $x=0$ doppelt soviel einströmen, als in $x=a$ abgeleitet wird, so dass der Rest ins Unendliche abfließen muß. Die Strom- und Niveaulinien des Problems sollen in die Z -Ebene übertragen werden.

Auflösung. Es handelt sich um die Niveaulinien

$$2 \lg r - \lg r_1 = c \quad \text{oder} \quad \frac{r^2}{r_1} = e^c \quad \text{oder} \quad \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} = e^c$$

und um die Stromlinien

$$2\vartheta - \vartheta_1 = c \quad \text{oder} \quad 2 \arctan \frac{y}{x} - \arctan \frac{y}{x-a} = c.$$

Die entsprechenden Kurven erhalten die Gleichungen

$$\frac{e^{2X}}{\sqrt{e^{2X} - 2ae^X \cos Y + a^2}} = e^c,$$

was rechts und links logarithmiert werden kann, und

$$2 \arctan \frac{e^X \sin Y}{e^X \cos Y} - \arctan \frac{e^X \sin Y}{e^X \cos Y - a} = c,$$

oder

$$2Y - \arctan \frac{e^X \sin Y}{e^X \cos Y - a} = c.$$

Die Zeichnung in der z -Ebene ist nach der in Nr. 182 angegebenen Methode anzufertigen und in die Z -Ebene wie dort zu übertragen. Man erhält die Strömung in einem Parallelstreifen, die bei P zur Hälfte aufgesaugt wird und zur anderen Hälfte weiter fließt, oder die eines Schutzgitters, welches die Influenzwirkungen nur zur Hälfte aufhebt.

An Stelle des Faktors 2 kann selbstverständlich jeder andere treten, so daß auch das allgemeinere Problem gelöst ist. Auch jedes andere Mehrpunktproblem der z -Ebene kann in die Z -Ebene übertragen werden.

Eine andere Behandlungsweise der Theorie der Schutzgitter sehe man bei Maxwell-Weinstein I Seite 323 bis 329 nach.

185) **Bemerkungen.** Kartographische Bedeutung hat diese Übertragungsweise noch dadurch, daß man sofort die Gleichungen der Kurven aufstellen kann, die irgend welchen auf der Polarkarte oder der Kugeloberfläche gegebenen auf der Mercatorkarte entsprechen. Auch könnte man Mercatorkarten anfertigen, bei denen nicht die Pole, sondern irgend ein Punkt des Globus nebst Gegenpunkt in unendliche Entfernung fällt, so daß z. B. ein Kontinent, wie Amerika, mit geringeren Verzerrungen dargestellt werden könnte.

Eine andere Deutung von Fig. 134 erhält man durch folgendes Vertauschungsproblem: Längs AB ströme Elektrizität ein, längs A_1B_1 aus, durch einen bis ins Unendliche fortgesetzten Schnitt längs der Kurven von F über G nach E werde sie gezwungen, sich in entsprechenden Bogen zu bewegen. Die Lösung liegt vor. Auch das Problem Einströmung in PD , Ausströmung in PG ist für den Ausschnitt \widehat{FGE} gelöst.