



UNIVERSITÄTS-
BIBLIOTHEK
PADERBORN

Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

188) Inversionsbeziehungen und elektrische Bilder

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

Auch hierbei geht die quadratische Einteilung wieder in eine solche über. [Ein näheres Eingehen auf diesen Gegenstand würde Kenntnisse aus der höheren Analysis, besonders solche über Differentialquotienten und Integrale der Funktionen komplexen Arguments beanspruchen. In des Verfassers „Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften“ ist der Gegenstand möglichst elementar behandelt worden. Dort zeigt sich, daß durch Transformation mittels der Funktionen komplexen Arguments jedes Strömungsnetz wieder in ein solches übergeht.]

Man kann aus solchen Beziehungen mancherlei Schlüsse ziehen. Liegen z. B. alle Einströmungs- bzw. Ableitungsstellen auf einer Geraden, so gehört offenbar die Gerade, gegen die Symmetrie stattfindet, zu den Stromlinien. Durch die Abbildung $Z = \frac{1}{z}$ geht die Gerade in einen Kreis über. Folglich: Liegen drei oder mehr Einströmungs- und auch Ausströmungspunkte auf einem Kreise (sind aber außerdem keine vorhanden), so gehört der Kreis zu den Stromlinien. Der Symmetrie gegen die Gerade entspricht Reciprozität gegen den Kreis. Durch drei Punkte läßt sich stets ein Kreis legen, folglich gehört zu jedem Dreipunktproblem ein Kreis und gegen diesen findet Reciprozität statt, so daß man sich nur um das Innere des Kreises zu kümmern braucht.

Liegen die Ausströmungspunkte symmetrisch gegen die Einströmungspunkte und entsprechen auch die Elektrizitätsmengen dieser Symmetrie, so gehört die Symmetrieachse zu den Niveaulinien. Liegen sie reciprok gegen jene, so gehört der Inversionskreis zu den Niveaulinien, und gegen diesen findet überhaupt Reciprozität statt. Vorausgesetzt wird dabei, daß je zwei reciproke Punkte gleiche Mengen ein- bzw. ableiten.

188) Inversionsbeziehungen und elektrische Bilder in der Ebene. Die geometrischen und physikalischen Beziehungen sind bei den zweidimensionalen Problemen zum Teil andere, als bei den dreidimensionalen, wie sie in Kap. VII entwickelt wurden.

Jedes Bogenelement s geht nach Nr. 139 und Fig. 105 durch Inversion wieder über in

$$s_1 = s \cdot \frac{OB}{OA_1} = s \frac{OA}{OB_1}$$

oder

$$1) \quad s_1 = s \frac{q^2}{OA^2} = s \frac{OA_1^2}{q^2}.$$

Denkt man sich über der Zeichnung Cylinder von unbegrenzter Höhe errichtet, so gilt diese Beziehung auch von gleich hohen Cylinderflächen, so daß

$$1^*) \quad F_1 = F \cdot \frac{e^2}{OA^2} = F \frac{OA_1^2}{e^2}$$

ist.

Kleine „Quadrate“ der Ebene gehen wieder in solche über, für sie ist aber

$$2) \quad F_1 = F \frac{e^4}{OA^4} = F \frac{OA_1^4}{e^4},$$

ebenso für die darüber stehenden Körper gleicher Höhe

$$2^*) \quad J_1 = J \frac{e^4}{OA^4} = J \frac{OA_1^4}{e^4}.$$

Will man durch die Elektrizitätsbelegung E der zur Cylinderachse parallelen Geraden und die der zugeordneten Geraden E_1 den Kreis als Kurve konstanten Potentials erhalten, so muß es sich um das symmetrische Zweipunktproblem handeln. Die beiden elektrischen Mengen sind also gleich groß zu wählen. Folglich: Das Bild einer elektrischen Belegung ist hier eine gleich große Menge Elektrizität. Also

$$3) \quad E_1 = E.$$

Aus

$$E_1 = E$$

und

$$s_1 = s \frac{e^2}{OA^2} = s \frac{OA_1^2}{e^2}$$

folgt durch Division

$$\frac{E_1}{s_1} = \frac{E}{s} \cdot \frac{OA^2}{e^2} = \frac{E}{s} \frac{e^2}{OA_1^2},$$

folglich wird das Bild einer Dichte $\delta = \frac{E}{s}$

$$4) \quad \delta_1 = \delta \frac{OA^2}{e^2} = \delta \frac{e^2}{OA_1^2}.$$

Dasselbe gilt von der Dichte der Flächenbelegung eines Cylinderelements.

Dagegen wird für die Dichte der Belegung eines Flächenelements der Ebene oder eines zugehörigen Körperelements

$$5) \quad \delta_1 = \delta \frac{OA^4}{e^4} = \delta \frac{e^4}{OA_1^4}.$$