# Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1898**

198) Abbildung Z=cos z

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

wandeln. Durch die Abbildung $Z = \lg z$ erhält man dann eine Abbildung auf Parallelstreifen, durch die man die Maxwellsche Fig. 141 erhält, die nach rechts und nach oben und unten durch Symmetrie fortgesetzt gewisse Probleme über begrenzte und unbegrenzte Platten löst.

198) Abbildung $Z = \cos z$.

Auch die Parallelströmung in einem Streifen von der Breite $2\pi$ läfst sich direkt in die elliptisch-hyperbolische übertragen. Setzt man nämlich

$$X + Yi = \cos(x + yi) = \cos x \cos yi - \sin x \sin yi,$$

so folgt

$$X - Yi = \cos(x - yi) = \cos x \cos yi + \sin x \sin yi,$$

durch Addition folgt

1) $$X = \cos x \cos yi,$$

2) $$Y = \frac{\sin x \sin yi}{i}.$$

Aus 1) folgt

$$\cos^2 yi = \frac{X^2}{\cos^2 x}, \quad \text{aus 2)} \quad \sin^2 yi = -\frac{Y^2}{\sin^2 x},$$

da aber

$$\cos^2 yi + \sin^2 yi = 1,$$

so folgt

3) $$\frac{X^2}{\cos^2 x} - \frac{Y^2}{\sin^2 x} = 1,$$

so dafs den Geraden $x = a$ die Kurve

$$\frac{X^2}{\cos^2 a} - \frac{Y^2}{1 - \cos^2 a} = 1,$$

d. h. eine Hyperbel $P - Q = 2 \cos a$ oder $\frac{P - Q}{2} = \cos a$ mit $x = \pm 1$ als Brennpunkten entspricht, wofür man noch schreiben kann

$$\operatorname{arc} \cos \frac{P - Q}{2} = a.$$

Ebenso kann man aus 1) und 2) folgern

$$\cos^2 x = \frac{X^2}{\cos^2 yi}, \quad \sin^2 y = -\frac{Y^2}{\sin^2 yi},$$

so dafs aus $\cos^2 x + \sin^2 y = 1$ folgt

4) $$\frac{X^2}{\cos^2 yi} - \frac{Y^2}{\sin^2 yi} = 1.$$

Nun ist aber

$$\cos yi + i \sin yi = e^{i(yi)} = e^{-y}$$

also

$$\cos yi - i \sin yi = e^{-i(yi)} = e^{y},$$

folglich ist

$$\cos yi = \tfrac{1}{2}(e^{y} + e^{-y}),$$

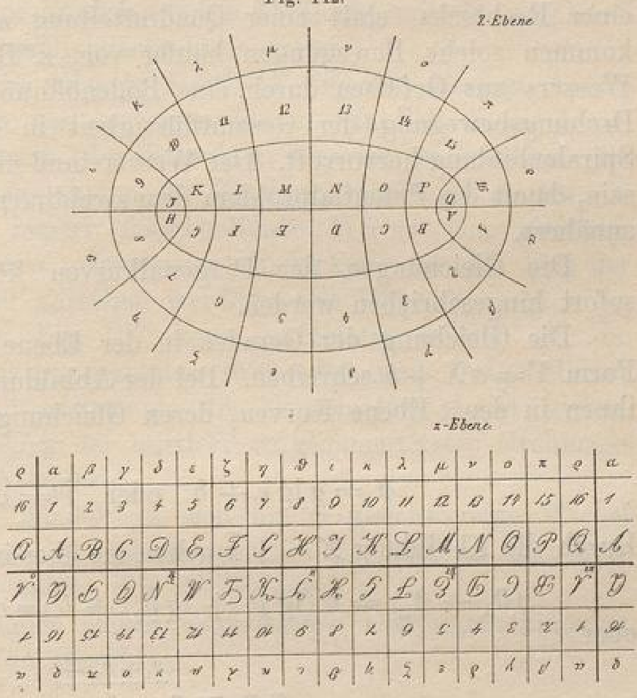
$$\sin yi = -\frac{1}{2i}(e^{y} - e^{-y}) = \frac{i}{2}(e^{y} - e^{-y}),$$

Gleichung 4) läſst sich also schreiben in der Form

$$5)\qquad \frac{X^2}{\left[\frac{1}{2}(e^{y} + e^{-y})\right]^2} + \frac{Y^2}{\left[\frac{1}{2}(e^{y} - e^{-y})\right]^2} = 1,$$

so daſs es sich um die konfokale Ellipsenschar handelt, die den Geraden $y = b$ entspricht. Fig. 142 zeigt, daſs ein unendlicher senkrechter Streifen von der Breite $2\pi$ auf der elliptisch-hyperbolischen Ebene dargestellt ist, woraus sich neue Beziehungen ergeben. Der Periodizität des Streifens entspricht die der elliptischen Strömung und die der abbildenden Funktion $Z = \cos z$.

Fig. 142.




199) **Bemerkungen über Diagonalprobleme und über graphische Addition von Problemen.** Bildet man die Diagonalkurven einer quadratischen isothermischen Einteilung, so werden gewissermaſsen Problem und Vertauschungsproblem in den Gesamtwirkungen graphisch addiert. Man denke sich die Potentialwerte beider Probleme auf den beiderseitigen Niveaulinien als Normalen auf der Ebene errichtet, nach oben, wenn sie positiv, nach unten, wenn sie negativ sind. Die Lote sind algebraisch zu addieren. Da nun die Teilung