Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

209) Anwendung auf den Thomsonschen Schutzring

208) Elektrostatische Deutungen für zwei Halbebenen als Kondensatoren. Der eine Molo stellt eine normal zur Zeichnungsebene stehende Platte dar, also eine Halbebene, die im übrigen unbegrenzt ist, der andere eine parallele Halbebene. Ladet man die eine mit positiver Elektrizität, so entsteht auf der anderen nach Ableitung zur Erde dieselbe Menge negativer Influenzelektrizität. (Vgl. Nr. 74 und 75.) Nach den früheren Betrachtungen sind die elektrischen Belegungen derartig angeordnet, daſs auf die an den Kondensator anstoſsenden Quadrate der Zeichnung gleiche Mengen kommen, d. h. die Dichtigkeit der Belegungen ist umgekehrt proportional den Dimensionen der Quadrate.

Daraus geht hervor, daſs nicht nur die Innenseite, sondern auch die Auſsenseite der oberen Kondensatorplatte mit positiver Elektrizität belegt ist. Nach links hin wird die Belegung im Innern sehr bald homogen, im Auſsern nimmt die Dichtigkeit allmählich zu Null ab. In den kritischen Punkten A und B aber wird, wenn die Platte unendlich dünn ist, die Dichte unendlich groſs. Da aber in Wirklichkeit die Platte eine endliche Dicke hat und bei A und B abgerundet sein kann, ist man imstande, die daraus folgenden übergroſsen Spannungen und Büschelentladungen zu vermeiden.

Der Schwerpunkt für je zwei gegenüberliegende elektrische Teilchen beider Platten liegt in unendlicher Entfernung. Dasselbe gilt also überhaupt von den Belegungen jedes Doppelstreifens des Kondensators. Folglich: Die Asymptoten der einen Kurvengruppe schneiden die X-Achse in unendlicher Entfernung. Von denen der beiden logarithmischen Linien ist dies bekannt.

Entfernt man die Platten weit voneinander, wobei sich nur die Ordinaten ihrer Punkte ändern sollen, so erhält man an jeder Platte Kraft- und Niveaulinien, die zwei Scharen konfokaler Parabeln darstellen. Da dieses Symmetrie giebt, ist allmählich die Belegung auf beiden Seiten gleich groſs geworden. Dies giebt einen Einblick in die Influenzbewegungen der Elektrizität beim Nähern oder Entfernen der einen Platte von der ruhenden anderen.

209) Thomsonscher Schutzring. Man bringe die Platten in die alte Lage zurück, denke sich aber in der einen irgendwo links von A eine durchgehende kleine Unterbrechung, wobei jedoch eine leitende Verbindung bestehen bleiben soll, dann tritt nur ein sehr kleines Bündel von Niveaulinien durch die Unterbrechung hindurch, im übrigen aber bleibt alles unverändert, d. h. die quadratische Einteilung bleibt im wesentlichen dieselbe, insbesondere bleibt die Belegung links von der Unterbrechung fast vollständig homogen. So erkennt man die Ein-

wirkung des Thomsonschen Schutzringes zunächst für unendlich grofse Kondensatorplatten bezüglich der Festhaltung der Homogenität des zwischen den Platten liegenden Feldes. Die Deformationen der Geraden nehmen erst in gröfserer Entfernung rechts von der Unterbrechung wahrnehmbare Gröfse an. Vgl. Nr. 76.

210) Die Cylinder der logarithmischen und anderer Linien als Kondensatorplatten. Da nach obigem auf Linienstücke (bezw. Flächenstücke), deren Projektionen auf die X-Achse gleich lang sind, gleiche Belegungen kommen, so ist das entsprechende Problem als vollständig gelöst zu betrachten, sowohl für die beiden logarithmischen Linien, als auch für eine von ihnen und eine der drei Geraden der Figur. Auch das Influenzproblem zwischen Halbebene und ganzer Ebene (X-Achse) ist gelöst. Auch mit den übrigen Kurven kann man entsprechendes leisten.

Auf Wärme-, Elektrizitätsströmungen u. dgl. soll jetzt nicht eingegangen werden, auch nicht auf die nahe liegenden Vertauschungsprobleme bezw. die etwas unbequemer zu behandelnden Diagonalprobleme. Sämtliche Aufgaben bieten instruktives Übungsmaterial.

[211) Beispiel zur Theorie der freien Ausflufsstrahlen von Helmholtz und Kirchhoff. Vorgeschrittenere Leser mögen ihre Kraft an einer ebenfalls elementar zu behandelnden Abbildungsaufgabe versuchen, von der nur die Resultate der Einzelrechnungen angegeben werden sollen. An dieser soll die neuere Theorie der freien Ausflufsstrahlen erläutert werden.

Es sei wiederum $Z = X + Yi$ und $z = x + yi$. Die abbildende Funktion ist

1) $$Z = 1 - e^{-z} - \sqrt{e^{-2z} - 1} + \operatorname{arctan} \sqrt{e^{-2z} - 1}.$$

Es soll untersucht werden, welches Flächengebiet der Z-Ebene einem unbegrenzten horizontalen Parallelstreifen der z-Ebene von der Breite π entspricht, z. B. dem von den Linien $y = o$ und $y = \pi$ begrenzten, und zwar soll der negative (linke) Teil des Streifens zuerst, der positive (rechte) Teil zuletzt betrachtet werden.

Setzt man $y = o$, so geht 1) über in

2) $$X = 1 - e^{-x} - \sqrt{e^{-2x} - 1} + \operatorname{arctan} \sqrt{e^{-2x} - 1}.$$

Von $x = -\infty$ bis $x = o$ bleibt der Ausdruck reell, so dafs der imaginäre Teil von Z für diese Strecke

2*) $$Y = o$$