Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

224) Berechnung der günstigsten Kombination

Macht man dann bei gleicher Becherzahl die Kombination zu einer anderen, indem man z. B. die Zahl der Säulen n mal so grofs macht, die der Plattenpaare aber auf den n^{ten} Teil reduziert, so wird nach obigem die neue Intensität

$$J_1 = \frac{\frac{D}{n}}{\frac{W_b}{n^2} + W_b} = \frac{D}{\frac{1}{n} W_b + n W_b} = \frac{D}{W_b\left(n + \frac{1}{n}\right)}.$$

Macht man der Reihe nach $n = 2, 3, 4, \ldots$, so wird der Reihe nach J_1 gleich $\frac{D}{W_b\left(2+\frac{1}{2}\right)}, \frac{D}{W_b\left(3+\frac{1}{3}\right)}, \frac{D}{W_b\left(4+\frac{1}{4}\right)}, \ldots$, d. h. bei jeder Vermehrung der Säulenzahl nimmt die Stromstärke ab.

Reduziert man dagegen die Anzahl der Säulen auf den n^{ten} Teil und macht man die der Plattenpaare n mal so grofs, so erhält man

$$J_2 = \frac{D}{W_b\left[\frac{1}{n} + \frac{1}{\left(\frac{1}{n}\right)}\right]} = \frac{D}{W_b\left[\frac{1}{n} + n\right]}.$$

Für n gleich 2, 3, 4, ... also erhält man auch jetzt die entsprechende Schwächung. Folglich:

Für jede Anzahl von Bechern ist diejenige Kombination die günstigste, bei welcher der Widerstand im Schliefsungsbogen gleich dem inneren Widerstande ist.

Die Anzahl der Säulen, die sich daraus berechnen läfst, könnte aber eine gebrochene werden. Also mufs man den Satz dahin beschränken, dafs die Kombination um so günstiger ist, je näher W_b dem inneren Widerstande W_i ist.

224) **Aufgabe.** Gegeben seien m Becher, jeder von der elektromotorischen Kraft D und von einem inneren Widerstande W_i; der äufere Widerstand sei W_b. Welche Kombination ist die günstigste?

Auflösung. Wählt man eine Säule mit m Plattenpaaren, so wird die Intensität

$$\underset{1 \cdot m}{J} = \frac{m D}{m W_i + W_b},$$

wählt man n Säulen mit $n_1 = \frac{m}{n}$ Plattenpaaren, so erhält man

$$\underset{n \cdot n_1}{J} = \frac{\frac{m}{n} D}{\frac{1}{n} \cdot \frac{m}{n} W_i + W_b}.$$

Die höchste Intensität ergiebt sich bei $\frac{m}{n^2} W_i = W_b$, also ergiebt sich die günstigste Anzahl der Säulen aus

$$n = \sqrt{\frac{m W_i}{W_b}},$$

die zugehörige Anzahl der Plattenpaare aus

$$n_1 = \frac{m}{n} = \sqrt{\frac{m W_b}{W_i}}.$$

Die Kenntnis von D ist für die Lösung nicht nötig.

Beispiel. Hat man 8 Becher, jeden von einem inneren Widerstande von 15 Widerstandseinheiten und sind im äufseren Schliefsungsbogen 40 Widerstandseinheiten zu überwinden, so wählt man als Anzahl der Plattenpaare die nächste ganze Zahl zu

$$n_1 = \sqrt{\frac{m W_b}{W_i}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 40}{15}} = 4{,}3,$$

d. h. die Zahl 4, für die Anzahl der Säulen also $\frac{8}{4} = 2$.

Probe: Die Intensität wird

$$J_{2 \cdot 4} = \frac{\frac{8}{2} D}{\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{2} W_i + W_b} = \frac{8 D}{4 W_i + 2 W_b} = \frac{8 D}{4 \cdot 15 + 2 \cdot 40} = \frac{2}{35} D.$$

Eine Säule mit acht Plattenpaaren würde geringere Intensität geben, nämlich

$$J_{1 \cdot 8} = \frac{8 D}{8 W_i + W_b} = \frac{8 D}{8 \cdot 15 + 40} = \frac{1}{20} D.$$

Vier Säulen mit je 2 Plattenpaaren würden geben

$$J_{4 \cdot 2} = \frac{\frac{8}{4} D}{\frac{1}{4} \cdot \frac{8}{4} W_i + W_b} = \frac{8 D}{2 W_i + 4 W_b} = \frac{8 D}{2 \cdot 15 + 4 \cdot 40} = \frac{4}{95} D.$$

was ebenfalls weniger ist. (Es stimmt mit $J_{1 \cdot 8}$ nicht überein, weil $2 \cdot 4$ nur die angenähert günstigste Kombination war.)

225) Graphische Darstellung der Strömung in einer Kette. Der Vorgang in der aus Zink, Kupfer und verdünnter Schwefelsäure gebildeten Kette kann man sich mit Hilfe der in Nr. 217 gegebenen Zahlen Zink | Schwefelsäure $= -115$, Kupfer-Schwefelsäure $= -36$, Zink | Kupfer $= +100$ (also Kupfer-Zink $= -100$) leicht veranschaulichen, sobald man nur den Querschnitt jedes Leiters über-