



UNIVERSITÄTS-  
BIBLIOTHEK  
PADERBORN

## **Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung**

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizität, der Wärme und der Hydrodynamik

**Holzmüller, Gustav**

**Leipzig, 1898**

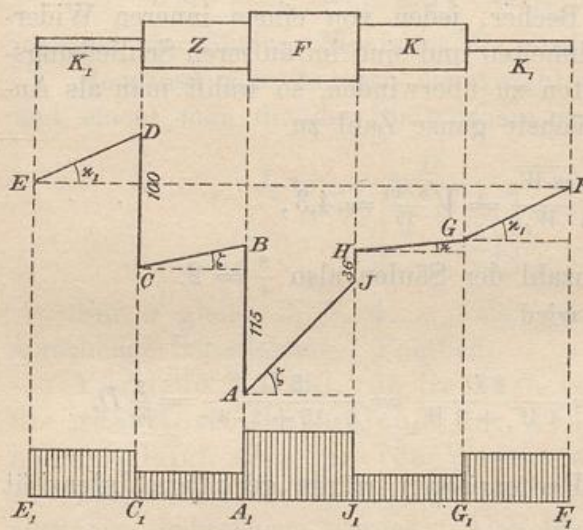
226) Verallgemeinertes Ohmsches Gesetz

---

[urn:nbn:de:hbz:466:1-77934](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:hbz:466:1-77934)

all als konstant annimmt, so daß das Potentialdiagramm für jeden durch eine schräge Gerade begrenzt wird, aus der sich das Gefälle als Tangente des Neigungswinkels ergibt. So bedeutet z. B. die Neigung von  $ED$  das Potentialgefälle im Kupferdraht,  $DC = -100$  den durch die Berührung Kupfer-Zink entstehenden Potentialabsturz 100, die Neigung von  $CB$  das Potentialgefälle im Zink,  $BA$  den durch die Berührung Zink-Schwefelsäure entstehenden Potentialabsturz 115, die Neigung von  $AJ$  das Potentialgefälle in der verdünnten Schwefelsäure,  $JH$  den plötzlichen Potentialanstieg durch die Berührung

Fig. 158.



Schwefelsäure-Kupfer, die Neigung von  $HG$  das Potentialgefälle in der Kupferplatte, die von  $GF$  das stärkere Gefälle in dem größeren Widerstand leistenden Drahte

Um die Wanderung der negativen Elektrizität zu veranschaulichen, denke man sich die Schräglinien des Potentialdiagramms als schiefe Ebenen, deren Reibung so groß gemacht wird, daß ein herabgleitender Körper auf jeder mit einer konstanten Geschwindigkeit

herabgleiten kann, deren Projektion auf die Horizontale der Geschwindigkeit in der Mittellinie jedes Teils der oberen Figur entspricht. Der Körper wird z. B. von  $A$  nach  $B$  gehoben, gleitet abwärts nach  $C$ , wird gehoben von  $C$  nach  $D$ , gleitet von  $D$  nach  $E$  und von dem sich anschließenden  $F$  nach  $G$ , sodann von  $G$  nach  $H$  und trotz des Potentialsturzes von  $H$  nach  $J$  gleitet er nach  $A$  zurück, um dann die Wanderung zu wiederholen. Betrachtet man die Figur von oben her, so kann man ebenso die Wanderung der positiven Elektrizität veranschaulichen. Der unterste Teil der Figur veranschaulicht durch die Rechtecke die geleisteten Arbeiten, die im Überwinden der Widerstände beruhen, die in den verschiedenen Teilen die durch die Rechteckshöhen veranschaulichte Größe haben.

226) Verallgemeinertes Ohmsches Gesetz. Durch Rechnung ergibt sich, wenn  $V_a$  und  $V'_a$  die Potentialwerte an den Enden des Kupferdrahtes,  $V_z$  und  $V'_z$  die an den Enden des Zinks,  $V_\varphi$  und  $V'_\varphi$



die an den Enden der Flüssigkeit,  $V_z$  und  $V'_z$  die an den Enden der Kupferplatte geltenden Potentialwerte bedeuten, von links nach rechts hin eine Reihe von Gleichungen, wie z. B.  $G_d = \frac{V'_d - V_d}{l}$ , d. h. Potentialgefälle im Zink gleich Potentialdifferenz durch Plattenlänge. Da ferner die Strommenge in allen Querschnitten  $F$  dieselbe ist, so folgt, wenn die  $\kappa$  die Leitungsfähigkeiten bezeichnen

$$\kappa_d F_d G_d = \kappa_\zeta F_\zeta G_\zeta = \kappa_\varphi F_\varphi G_\varphi = \kappa_z F_z G'_z.$$

Endlich sind noch Gleichungen wie  $V'_d - V_\zeta = K | Z$  vorhanden. Die Gleichungen sind:

- 1)  $V_d + l_d G_d = V'_d$
- 2)  $V'_d - V_\zeta = K | Z$
- 3)  $V_\zeta + l_\zeta \frac{\kappa_d F_d}{\kappa_\zeta F_\zeta} G_d = V'_\zeta$ . Hier ist der zweite Posten aus  $l_\zeta G_\zeta$  entstanden, und zwar mit Hilfe der Gleichung  $\kappa_d F_d G_d = \kappa_\zeta F_\zeta G_\zeta$ .
- 4)  $V'_\zeta - V_\varphi = Z | F$
- 5)  $V_\varphi + l_\varphi \frac{\kappa_d F_d}{\kappa_\varphi F_\varphi} G_d = V'_\varphi$ . Hier ist der zweite Posten ebenso, wie in 3) entstanden.
- 6)  $V'_\varphi - V_z = F | K$
- 7)  $V_z + l_z \frac{\kappa_d F_d}{\kappa_z F_z} G_d = V'_z$ . Vgl. Nr. 3.
- 8)  $V'_z - V_z = 0$ . Zwischen Kupfer und Kupfer ist die Potentialdifferenz gleich Null.

Durch Addition, bei der sich vieles weghebt, erhält man daraus die Gleichung

$$l_d G_d + l_\zeta \frac{\kappa_d F_d}{\kappa_\zeta F_\zeta} G_d + l_\varphi \frac{\kappa_d F_d}{\kappa_\varphi F_\varphi} G_d + l_z \frac{\kappa_d F_d}{\kappa_z F_z} G_d = K | Z + Z | F + F | K,$$

oder

$$\kappa_d F_d G_d \left[ \frac{l_d}{\kappa_d F_d} + \frac{l_\zeta}{\kappa_\zeta F_\zeta} + \frac{l_\varphi}{\kappa_\varphi F_\varphi} + \frac{l_z}{\kappa_z F_z} \right] = K | Z + Z | F + F | K.$$

Hier ist  $\kappa_d F_d G_d$  die Stromstärke im Kupferdraht oder die Stromstärke  $J$  der Kette überhaupt. Nach dem Ohmschen Gesetze ist ferner der Widerstand im Kupferdraht proportional der Länge  $l_d$ , umgekehrt proportional dem Querschnitte  $F_d$  und umgekehrt proportional dem Faktor  $\kappa_d$  der Leitungsfähigkeit, d. h. es ist der Widerstand  $W_d = \frac{l_d}{\kappa_d F_d}$ ,

ebenso  $W_\zeta = \frac{l_\zeta}{\kappa_\zeta F_\zeta}$  u. s. w. Also hat man



$$J[W_a + W_\zeta + W_\varphi + W_z] = K | Z + Z | F + F | K,$$

folglich ist

$$9) \quad J = \frac{K | Z + Z | F + F | K}{W_a + W_\zeta + W_\varphi + W_z} = \frac{\text{Summe der elektromotorischen Kräfte}}{\text{Summe der Widerstände}},$$

oder

$$\text{Stromstärke} = \frac{\text{Summe der Potentialunterschiede an den Berührungsstellen}}{\text{Summe der Widerstände}}.$$

Die Gleichung 9) ist weiter nichts, als das auf die gesamte Kette ausgedehnte Ohmsche Gesetz.

Eine der Potentialgrößen in den addierten Gleichungen, z. B.  $V_a$  oder  $V'_a$ , kann man beliebig annehmen, da es gleichgültig ist, von wo aus man das Potential zählen will (die Gleichgültigkeit des Nullpunktes bei Thermometern, z. B. bei Celsius und Fahrenheit, ist etwas Entsprechendes). Mit Hilfe der Gleichungen 1) bis 8) ergeben sich dann die Potentialwerte für die Grenzstellen, ebenso sind sie für die zwischenliegenden Stellen mittels Gleichungen ersten Grades leicht zu berechnen.

Die Potentialdifferenz zwischen zwei beliebigen Stellen der Kette ist gleich der Differenz der zwischen beiden Punkten geleisteten Arbeiten und der etwa zwischen beiden liegenden „Potentialstürze“ an den Berührungsstellen.

In Fig. 158 hat man von  $C_1$  bis  $G_1$  die Arbeit zur Überwindung des wesentlichen oder inneren Widerstandes, außerhalb dieser Strecke die Arbeit zur Überwindung des äußeren Widerstandes.

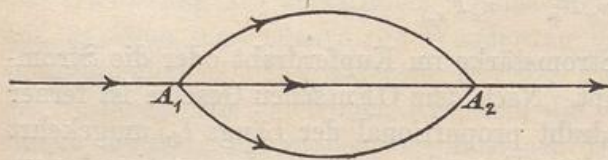
Im Beispiele ist der Wert des Zählers in Gleichung 9)

$$K | Z + Z | F + F | K = -100 - 115 + 36 = -179,$$

wenn  $Z | K = 100$  Potentialeinheiten gesetzt wird.

227) Stromverzweigung. Der Schließungsbogen einer galva-

Fig. 159.



nischen Kette spalte sich bei  $A_1$  in mehrere Teile, die sich bei  $A_2$  wieder vereinigen. Es fragt sich, welche Stromstärke in den einzelnen Drähten herrscht. Ist die Potentialdifferenz

zwischen den Stellen  $A_1$  und  $A_2$  gleich  $V_2 - V_1$ , so herrscht in den einzelnen Drähten das Potentialgefälle  $\frac{V_2 - V_1}{l_1}$ ,  $\frac{V_2 - V_1}{l_2}$ ,  $\frac{V_2 - V_1}{l_3}$ , also sind die Strommengen