Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

234) Temperatur des Schliessungsbogens

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

Hier sind W_i und E gegebene Gröfsen. Es fragt sich, wann (theoretisch genommen) der Nutzeffekt seinen Höchstwert erhält. Man setze das veränderliche $E_b = x$, so dafs es sich im Zähler um $x(E-x)$ handelt. Setzt man dies gleich irgend einer Gröfse a, so hat man in $x(E-x) = a$ die Gleichung, durch deren Lösung man erfährt, welches x auf diesen Wert a führt. Aus $x^2 - Ex = -a$ folgt aber $x = \frac{E}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{E}{2}\right)^2 - a}$. Die Lösung wird imaginär, wenn $a > \left(\frac{E}{2}\right)^2$ ist. Der höchste mögliche Wert von a ist also $a = \left(\frac{E}{2}\right)^2$, und dieser wird erreicht bei $x = \frac{E}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{E}{2}\right)^2 - \left(\frac{E}{2}\right)^2} = \frac{E}{2}$.

Man erhält demnach den theoretischen Maximaleffekt, wenn $E_b = \frac{1}{2}E$ ist, d. h. wenn der äufsere Widerstand der Kette gleich dem inneren Widerstande ist, oder wenn die Klemmspannung gleich der Hälfte der gesamten elektromotorischen Kraft ist.

Ob freilich mit diesem theoretischen Maximaleffekte auch ökonomisch der höchste Nutzeffekt erzielt wird, das ist eine andere Frage. Man vergleiche dazu das über die Becherkombination in Nr. 223 Gesagte, wo derselbe Satz auftrat.

234) Temperatur des Schliefsungsbogens. In jedem Teile des Schliefsungsbogens wird eine Sekundenleistung $L = J \cdot E_1 = J^2 \cdot W_1$ geliefert, wobei J die Intensität, E_1 die Potentialdifferenz des Stückes, W_1 sein Widerstand ist. Bei Drähten von gleicher Länge ist der Widerstand umgekehrt proportional den Querschnitten oder den Quadraten der Durchmesser. Dasselbe gilt also auch von der Leistung und der gelieferten Wärmemenge in ihnen, d. h.

$$Q_1 : Q_2 = d_2^2 : d_1^2.$$

Ihre Massen aber verhalten sich wie die Quadrate der Durchmesser, gleiche Wärmemengen geben also Temperaturerhöhungen, die sich wiederum umgekehrt wie die Quadrate der Durchmesser verhalten. Wärmemengen also, die sich umgekehrt wie die Quadrate der Durchmesser verhalten, geben Temperaturerhöhungen, die sich umgekehrt wie die vierten Potenzen der Durchmesser verhalten. Demnach ist

$$t_1 : t_2 = d_2^4 : d_1^4.$$

Die Erwärmung dauert so lange fort, bis die Ausstrahlung im stande ist, die weitere Temperaturerhöhung zu verhindern. Die Ausstrahlung ist proportional der Oberfläche, also proportional dem Durchmesser. Daher gilt für die Schlufstemperatur der Satz:

$$t_1 : t_2 = d_2^3 : d_1^3.$$

Man könnte also, wenn man von der Ausstrahlung absieht, sich dahin ausdrücken, die Erwärmung sei umgekehrt proportional dem ganzen Trägheitsmomente $\left(\frac{\pi d^4}{32}\right)$ des Drahtquerschnitts, unter Einrechnung der Ausstrahlung dagegen, sie sei umgekehrt proportional dem polaren Querschnittsmodul oder Widerstandsmomente $\left(\frac{\pi d^3}{16}\right)$ des Drahtquerschnitts bezüglich der Festigkeit. Vgl. Ingen.-Math. I.

Wo Erwärmung des Drahtes nicht erwünscht ist, bedeutet sie einen Effektverlust, der ebenfalls vom Querschnitte des Drahtes abhängig ist, und zwar umgekehrt proportional dem Quadrate des Durchmessers. Dabei ist allerdings angenommen, dafs die Ausstrahlung proportional dem Temperaturüberschufs sei, eine Annahme, die höchstens annäherungsweise auf Gültigkeit Anspruch erheben kann.

Jedenfalls aber erkennt man, dafs dünne Drähte leicht zum Glühen, sogar zum Schmelzen gebracht werden können, während solche gröfseren Durchmessers bei demselben Strome verhältnismäfsig kalt bleiben.

Dasselbe Resultat ergiebt sich folgendermafsen. Die im Schliefsungsbogen sekundlich gelieferte Wärmemenge ist

$$Q = C W_1 J^2,$$

wo W_1 der Widerstand des Schliefsungsbogens, also z. B. $W_1 = \frac{l}{\frac{d^2}{4}\pi} c$ ist, wo l die Länge, d der Durchmesser, c eine Widerstands- oder Leitungskonstante ist. Die Gleichung geht also über in

$$Q = \frac{4\, C J^2 l c}{d^2 \pi}.$$

Bei dem Temperaturüberschufs t über die Umgebung ist nach obiger Annahme für den stationären Zustand das Ausstrahlungs- oder Emissionsvermögen des Drahtes proportional der Gröfse t und der Oberfläche, also die ausgestrahlte Menge

$$Q_1 = d\pi l \varepsilon t,$$

wo ε eine vom Material des Drahtes und seiner Umgebung abhängige Konstante ist. Soll die Ausstrahlung Q_1 gleich der durch den Strom hervorgebrachten Wärme sein, so ist

$$d\pi l \varepsilon t = \frac{4\, C J^2 l c}{d^2 \pi}$$

zu setzen. Daraus folgt aber als Temperaturüberschufs

$$t = \frac{4\,CJ^2}{d^3\pi^2\varepsilon},$$

womit sich das obige Gesetz bestätigt. Der Temperaturüberschufs ist proportional dem Quadrate der Stromstärke und umgekehrt proportional der dritten Potenz des Drahtdurchmessers.

235) Erhaltung der Energie der Kette. Helmholtz hat zuerst den Satz ausgesprochen, dafs die gesamte im Strome erzeugte Wärmemenge proportional der durch die chemischen Prozesse in der Kette frei werdenden Wärme sein müsse. Ist also J die Intensität, Q die von dem (der Stromeinheit entsprechenden) chemischen Prozesse entwickelte Wärmemenge, so ist JQ_1 die durch den vorliegenden chemischen Prozefs entwickelte. Diese ist nach Helmholtz gleich der Jouleschen Menge CJE zu setzen, so dafs $CJE = JQ_1$ ist. Daraus folgt

$$CE = Q_1,$$

d. h. die elektromotorische Kraft ist proportional der durch die Stromeinheit chemisch entwickelten Wärmemenge.

Thomson spricht den Satz von der Erhaltung der Energie folgendermafsen aus:

Die elektromotorische Kraft eines elektrochemischen Apparats ist (in absolutem Mafse) gleich dem mechanischen Äquivalent der chemischen Aktion, der ein elektrochemisches Äquivalent der in dem Apparat enthaltenen Substanz unterliegt.

Man kann also elektromotorische Kräfte oder Potentialdifferenzen durch rein kalorimetrische Methoden bestimmen. Man kann sogar chemische Affinitätskräfte in absolutem Mafse ausdrücken.

Über die experimentelle Prüfung des Gesetzes vergleiche man die Lehrbücher, ebenso über alles das, was von dem elektrischen Lichtbogen, seiner Temperatur und Leuchtkraft, vom Glühlicht, von der Anwendung auf Entzündung von Minen, über elektrisches Löten und Schweifsen, über Galvanokaustik u. dgl. gesagt ist.