Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung

Das Potential und seine Anwendung auf die Theorien der Gravitation, des Magnetismus, der Elektrizitaet, der Waerme und der Hydrodynamik

Holzmüller, Gustav

Leipzig, 1898

237) Schwingungszahl der Nagnetnadel im homogenen Felde des Erdmagnetismus

urn:nbn:de:hbz:466:1-77934

die Elektrizitäten an die Moleküle des Dielektrikums. Entweder sind also bereits polarisierte Moleküle in die gesetzmäſsige Lage gedreht worden, oder es hat durch Verschiebung der magnetischen Massen in jedem Molekül eine Polarisierung stattgefunden. Das Magnetisieren kann auch durch Induktion oder Influenzwirkung eines Magnets auf weiches Eisen geschehen. Dabei ist die Stärke der Polarisierung proportional der Polstärke des wirkenden Magnetstabes, auſserdem nimmt sie mit zunehmender Entfernung beider Stäbe ab. Andere Magnetisierungsarten sind ebenfalls aus den Lehrbüchern bekannt.

Über die Abhängigkeit magnetischer Wirkungen von der gegenseitigen Entfernung zweier Pole muſs hier besonders gesprochen werden. Die nötigen Bemerkungen über Schwingungsbewegungen sind vorauszuschicken.

237) Schwingungszahl der Magnetnadel im homogenen Felde des Erdmagnetismus. Die Elementarmechanik zeigt, daſs das mathematische Pendel für die einfache Schwingung die Zeitdauer

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \pi \sqrt{\frac{ml^2}{mlg}} = \pi \sqrt{\frac{T}{gM}}$$

nötig hat, wo T das Trägheitsmoment, M das statische Moment des Massenpunktes in Bezug auf den Drehungspunkt bedeutet. Bei mehreren Massenpunkten in beliebiger Anordnung handelt es sich um

$$t = \pi \sqrt{\frac{T_1 + T_2 + T_3 + \ldots + T_n}{g(M_1 + M_2 + \ldots M_n)}} = \pi \sqrt{\frac{T}{gM}},$$

wenn T die Summe der Trägheitsmomente, M die Summe der statischen Momente der Massen bedeutet. Versteht man jedoch unter M nicht das Moment der Masse, sondern das Maximalmoment der Schwerkraft, die an dieser wirkt, so handelt es sich um $t = \pi \sqrt{\frac{T}{M}}$. Dabei ist der Abstand der Drehungsachse vom Massenschwerpunkt als horizontal liegend angenommen.

Ganz ebenso ist die Schwingungsdauer einer Magnetnadel $t = \pi \sqrt{\frac{T}{M}}$, wenn T das Trägheitsmoment der Nadel in Bezug auf die senkrechte Drehungsachse, $M = pl$ das Maximum des Drehmomentes ist, welches der Erdmagnetismus auf die Nadel (in der Ost-Westlage) ausübt. Ist n die Anzahl der Schwingungen in der Sekunde, also $n = \frac{1}{t}$, so folgt $n = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{pl}{T}}$, und hieraus ergiebt sich für die auf dem Nord- beziehungsweise Südpol wirkende Kraft des Erdmagnetismus als absoluter Wert der Horizontalkomponente

$$p = \frac{\pi^2 T}{l} n^2 = \varkappa \cdot n^2.$$

Die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus ist also proportional dem Quadrate der Anzahl der sekundlichen Schwingungen.

Das genannte Gesetz ermöglicht nicht nur die Bestimmung des Erdmagnetismus, sondern es führt auch auf das Newton-Coulombsche Gesetz. Nachdem dieses behandelt ist, soll noch einmal von diesen Pendelschwingungen gesprochen werden.

238) Das Newton-Coulombsche Gesetz. Will man mit Hilfe der Magnetnadel die Stärke eines Poles messen, so ist die Einwirkung des Erdmagnetismus zu berücksichtigen. Ist die Nadel in richtiger Lage zur Ruhe gekommen und nähert man ihrem Nordpol den Südpol eines im magnetischen Meridian gelagerten Magnetstabes von Norden her, so summieren sich die Wirkung p des Erdmagnetismus und die des Stabes p_1. Läfst man also die Nadel schwingen, so wird jetzt

$$p + p_1 = \frac{\pi^2 T}{l} n_1^2 = \varkappa n_1^2,$$

also

$$p_1 = \varkappa n_1^2 - p = \varkappa \left(n_1^2 - n^2\right).$$

Für eine andere Lage hat man

$$p_2 = \varkappa n_2^2 - p = \varkappa \left(n_2^2 - n^2\right).$$

Durch Division folgt

$$p_1 : p_2 = \left(n_1^2 - n^2\right) : \left(n_2^2 - n^2\right).$$

Coulomb fand nun durch direkte Messung, dafs für zwei Entfernungen r_1 und r_2 der einander genäherten Pole mit hinreichender Genauigkeit die Schwingungen das Gesetz

$$r_2^2 : r_1^2 = \left(n_1^2 - n^2\right) : \left(n_2^2 - n^2\right)$$

ergaben. Aus beiden Proportionen folgte

$$p_1 : p_2 = r_2^2 : r_1^2.$$

So ergiebt sich, dafs die Einwirkung zweier Pole aufeinander umgekehrt proportional dem Quadrate der gegenseitigen Entfernung ist.

Hansteen und Gaufs haben weit genauere Methoden angewandt, die Geltung des Newton-Coulombschen Gesetzes zu beweisen. (Man vergl. dazu z. B. Wüllner, III Seite 91 bis 107.) Hier ist auf die